

软土地基沉降蠕变-固结有限元分析及应用

于 芳¹ 赵维炳² 李荣强³

(1.河海大学土木工程学院 江苏 南京 210098 ; 2.南京水利科学研究院岩土所 江苏 南京 210024 ;
3.深圳市建设局 广东 深圳 518026)

摘要 对软土蠕变-固结特性、计算模型、模型数值求解法进行研究 采用改进的 Merchant 模型和参数确定方法 编制非线性黏-弹性固结模型有限元计算程序 利用该程序对深港西部通道一线口岸软土地基沉降计算进行蠕变-固结有限元分析 计算结果与实际观测资料比较吻合。
关键词 蠕变 ; 有限元分析 地基沉降 本构关系 改进的 Merchant 模型
中图分类号 :TU447 文献标识码 :A 文章编号 :1000-1980(2006)02-0180-05

软土地基变形计算以固结理论为依据 传统的固结理论存在计算模式简单、忽略次固结效应等缺陷 本文采用改进的 Merchant 模型 相当于一个非线性弹性模型(弹簧)与 Kelvin 黏弹性模型串联 组成一变参数模型——三单元蠕变模型 本文根据软土变形特性和改进的 Merchant 模型 编制软土地基蠕变-固结有限元程序 利用该程序对深港西部通道一线口岸软土地基沉降进行数值计算。

1 改进的 Merchant 模型

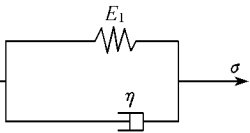
1.1 蠕变方程

改进的 Merchant 模型^[1]见图 1。土体在任一时刻瞬时变形由邓肯-张非线性应力-应变关系描述 应力恒定时变形服从 Kelvin 蠕变方程 其一维蠕变方程为

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E_0} + \frac{\sigma}{E_1} [1 - \exp(- \eta_1 t)]$$

(1)

图 1 非线性 Merchant 改进模型
Fig.1 Improved nonlinear Merchant model



$$\eta_1 = \frac{E_1}{\eta} \quad E_1 = k_1 P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^{n_1}$$

式中 : E_1 ——线性黏-弹性模量 ; η ——黏壶黏滞系数 ; k_1, n_1, η_1 ——模型参数 ; P_a ——大气压。

由 Kelvin 复杂应力状态下本构方程和邓肯-张非线性应力-应变关系得蠕变方程矩阵形式 :

$$\{ d\epsilon \} = \left[D_{ne}^{-1} + \frac{A}{E_1} (1 - e^{-\eta_1 t}) \right] \{ d\sigma' \} = C_{nev} d\sigma'$$

(2)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda(1+\nu) \end{bmatrix}$$

(3)

$$D_{ne} = \frac{E_0(1+\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{\lambda(1-\nu)} \end{bmatrix}$$

(4)

式中 : C_{nev} ——非线性黏-弹性柔度矩阵 ; A ——应力矩阵 ; D_{ne} ——弹性矩阵 ; E_0, ν ——非线性弹性参数 按邓肯-张模型确定 与应力水平有关。

1.2 模型参数确定

- a. 邓肯-张非线性弹性模型共有 $k, n, R_f, c, \varphi, F, G, D$ 8 个参数,可由常规三轴压缩试验测定。
- b. Kelvin 黏-弹性模型参数的确定^[2] 由三轴流变试验测定轴向应变随时间关系曲线 $\epsilon_a \sim t$ 根据非线性黏弹性模型性质,从应力-应变曲线中减去瞬时变形后,轴应变历时曲线 $(\epsilon_a \sim \epsilon_0) \sim t$ 应服从 Kelvin 蠕变方程。其柔度系数为

$$\delta(t) = \frac{\nabla \epsilon_a}{\nabla \sigma_1} = \frac{1}{E_1}(1 - e^{-\eta_1 t}) \tag{5}$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时,渐进线 $\delta(\infty) = 1/E_1$,所以

$$E_1 = \delta(\infty) \tag{6}$$

E_1 与 σ_3 有关,对不同固结压力 σ_3 ,可得不同 E_1 。将 $E_1(P_a) \sim \sigma_3(P_a)$ 点绘于双对数坐标中,其斜率为 n_1 ,截距为 $\lg k_1$,由此可确定 k_1 。对于 η_1 ,由式(5)(6)可知

$$\eta_1(t_c) = \frac{\ln[\delta(\infty) - \delta(t_c)]}{t_c}$$

式中 $\delta(t_c)$ 为 t_c 时刻柔度值。点绘 $\ln[\delta(\infty) - \delta(t_c)] \sim t_c$ 曲线,斜率为 η_1 ,一般取平均值作为计算值。

2 比奥固结理论推广

对于软土,将蠕变模型和固结模型耦合^[3-5],使模型可以计算土体主、次固结,同时要考虑土体固结过程中孔隙水压力的消散。用比奥固结理论推广黏-弹性固结问题。比奥黏弹-黏塑性固结理论中力学平衡方程、物理方程、几何方程及体积变化连续性方程分别表示为

$$d\sigma'_{ij,i} + du_{,i} = df_i \tag{7}$$

$$d\sigma'_{ij} = D_{ijkl} \left(d\epsilon_{ij} - \frac{\nabla t}{1 + \theta \eta_e \nabla t} \epsilon_{ij}^{ve} - t \epsilon_{ij}^{vp} \right) \tag{8}$$

$$d\epsilon_{ij} = -\frac{1}{2}(dw_{i,j} + dw_{j,i}) \tag{9}$$

$$\dot{w}_{i,i} = \frac{1}{\rho_w g} k_i u_{,ii} \tag{10}$$

式中 ϵ_{ij} ——瞬时弹性应变; ϵ_{ij}^{ve} ——黏弹性应变速率; ϵ_{ij}^{vp} ——黏塑性应变速率; $d\sigma'_{ij,i}$ ——有效应力的偏导; $u_{,i}$ ——脚标含意为对平面坐标的依次偏导; f_i ——体积力; D_{ijkl} ——土体本构方程中应力-应变关系矩阵; θ , η_e ——模型参数; $\dot{w}_{i,i}$ ——位移对坐标偏导再对时间偏导; ρ_w ——水的比重; k_i ——渗透系数; $u_{,ii}$ ——孔压对时间二阶偏导。

将土体非线性黏-弹性本构方程(2)代入比奥固结方程的平衡方程(7)和连续性方程(10):

$$\alpha(d\epsilon_{ij}^{nev} d\epsilon_{ij})_j + du_{,i} = df_i \tag{11}$$

式(10)和(11)即为描述软土变形特性的蠕变-固结模型。采用加权余量法,结合初始条件和边界条件,进行有限元等数值求解。

3 蠕变-固结模型有限元分析计算

适用于非线性弹性问题 Biot 固结平衡方程有限元公式为

$$\begin{aligned} [\bar{K} \quad K'] \begin{Bmatrix} \nabla w \\ u \end{Bmatrix} &= \{R - R_t\} \\ \{R_t\} &= \bar{K} \{w\}_t \end{aligned} \tag{12}$$

式中 $\{R\}$ ——结点荷载; $\{R_t\}$ ——至 t 时刻由有效应力已经平衡的荷载。

$$\{R_t\} = \sum_i \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \{\nabla \sigma'\} J |d\zeta d\eta \tag{13}$$

连续性方程为

$$\frac{\partial}{\partial t}(w_{i,j}) - \frac{k}{\rho_w g} \nabla^2 u = 0 \tag{14}$$

对所有结点 ,有

$$[K'^T \quad \widetilde{K}] \begin{Bmatrix} w \\ u \end{Bmatrix} = \{0\}$$

(15)

联立式 (12)(15)得

$$\begin{bmatrix} \bar{K} & K' \\ K'^T & \widetilde{K} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ u \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R - R_l \\ 0 \end{Bmatrix}$$

(16)

式中 : ∇^2 ——拉普拉斯算子 ; $[\bar{K} \quad K']$ ——系数矩阵 ,由单元矩阵 $[\bar{k} \quad k']$ 集整得出 ; $\bar{k}$ ——单元刚度矩阵 ; k' ——与结点孔压所对应结点力有关 ; B ——单位矩阵 .

根据式 (16) ,确定各结点位移和孔隙水压力 .有效应力平衡节点荷载在总体坐标下为

$$\{R_l\} = \iiint_e B^T D \{\epsilon\} dx dz = \iiint_e B^T \{\nabla \sigma'\} dx dz$$

(17)

对土体非线性黏 -弹性有限元进行分析 ,其应力 -应变关系分别为

$$\{d\epsilon\} = C \{d\sigma'\} + \{\epsilon^{ve}\} \nabla t$$

(18)

$$\{d\sigma'\} = D \{d\epsilon\} - \{\epsilon^{ve}\} \nabla t$$

(19)

式中 : C ——柔度矩阵 ; D ——弹性矩阵 .

将式 (19)代入由加权余量法建立的有限元公式 ,得

$$\{k_{lk}\} \{dw\}_k + [k'_{lk}] u_k = \{r_l\} - \{r_l\}_t + \{r_l\}_p$$

(20)

在方程右边外荷载项中产生由流变引起的附加节点荷载项 r_{lv} ,由式 (21) 计算 :

$$r_{lv} = \int_{\Omega} \left[\frac{\partial N_l}{\partial x} \right] D \{t \epsilon^{ve}\} d\Omega$$

(21)

式中 : N_l ——节点 l 的形函数 ; Ω ——单元边界 .由式 (17) ,流变产生的附加节点荷载在总体坐标下表示为

$$\{R_v\} = \iiint_e B^T D \{\epsilon^{ve}\} dx dz$$

(22)

对于平面问题 ,则

$$\{\epsilon^{ve}\} = \frac{A \{\sigma'\}}{E_1} (1 - e^{-\eta_e t})$$

(23)

4 深港西部通道口岸区软土地基固结沉降的有限元计算

4.1 工程概况

拟建深港西部通道一线口岸区位于深圳湾后海东角头以东的浅海域 ,需软基处理填海造地的面积约 150 万 m^2 .口岸区内堆积有 5 ~ 24 m 厚淤泥及淤泥质土 ,淤泥主要物理力学性质指标见表 1 .采用先打设塑料排水板作为竖向排水体 ,再进行堆载预压地基的处理方案(图 2) .施加预压荷载按照分级厚度控制和堆载速度控制进行 .

表 1 淤泥、深槽淤泥的物理力学性质指标

Table 1 Physical and mechanical properties of silty soil and that in deep groove

地层		水的质量 分数 $w/\%$	天然 密度 $\rho/$ ($g \cdot cm^{-3}$)	孔隙比 e_0	液限 W_L	塑限 W_P	塑性指 数 I_p	液性指 数 I_L	压缩系数 $a_{100 \sim 200}/$ MPa^{-1}	压缩 模量/ MPa	压缩指 数 C_c	渗透 系数/ ($mm \cdot s^{-1}$)	直剪内 摩擦角 $\varphi/(^{\circ})$	黏聚力 c/kPa	有机质 质量 分数/ $\%$
淤泥 Q^{4m}	范围值	58.8 ~ 127.8	1.39 ~ 1.62	1.6 ~ 3.2	29.5 ~ 58.5	18 ~ 36	11.0 ~ 25	2.00 ~ 4.92	1.45 ~ 3.78	0.9 ~ 2.3	0.5 ~ 1.2	1.00 ~ 7.57	1.8 ~ 5.0	3 ~ 8	4.20 ~ 7.25
	平均值	90.88	1.48	2.46	49.14	30.4	18.8	3.37	2.25	1.6	0.76	3.23	2.54	5.29	5.49
深槽淤 泥 Q^{4m}	范围值	75.4 ~ 99.1	1.43 ~ 1.54	1.96 ~ 2.60	31.0 ~ 57.5	17.5 ~ 32.5	13.5 ~ 25.00	1.74 ~ 5.16							
	平均值	85.7	1.50	2.23	50.2	28.2	22.3	2.78							

4.2 有限元程序计算

基于有限元基本理论以及非线性黏 -弹性本构模型 ,应用 Fortran90 语言编制二维平面应变非线性流变有限元程序 ,进行深港西部通道一线口岸区软土地基固结沉降计算 .计算参数见表 2 .

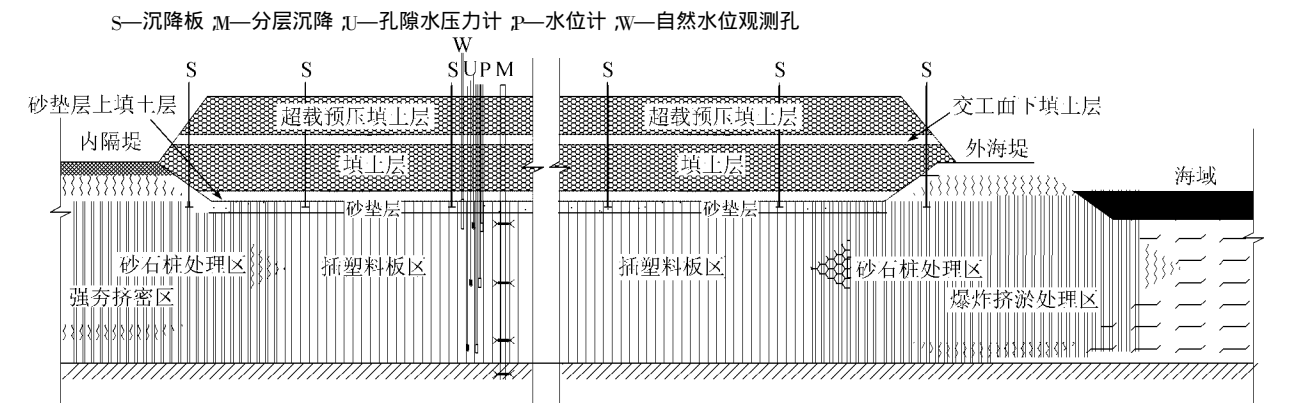


图2 软基处理监测标准横断面示意图

Fig.2 Profile of observation points for soft soil ground treatment

表2 I-A区有限元计算参数

Table 2 FEM calculation parameters for I-A area

土质	$\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	$\varphi(^{\circ})$	c'/kPa	R_f	k	n	G	F	D	$k_x/(\text{m}\cdot\text{d}^{-1})$	$k_z/(\text{m}\cdot\text{d}^{-1})$	e_0	k_1	n_1	η_1
填土	1939	30	10	0.80	200.0	0.80	0.35	0.05	4.00	透水	透水	1.0	260	1.5	0.88
砂垫层	1888	28	12	0.85	300.0	0.55	0.44	0.05	2.70	透水	透水	1.0	250	1.5	1.20
淤泥①	9081	11	0	0.60	22.5	0.20	0.20	0.01	0.03	3×10^{-4}	1×10^{-4}	1.9	150	1.0	1.20
淤泥②	796	20	5	0.70	22.5	0.18	0.18	0.01	0.03	6×10^{-4}	3×10^{-4}	2.2	150	1.0	1.20
淤泥③	776	18	5	0.75	22.5	0.20	0.18	0.01	0.02	2×10^{-4}	2×10^{-4}	1.8	150	1.0	1.20
粉质黏土	1980	35	10	0.78	400.0	0.30	0.20	0.04	2.00	2×10^{-3}	2×10^{-3}	0.98	250	1.5	0.88

4.2.1 塑料排水板处理

平面应变有限元法^[6-8]无法考虑竖向排水体的空间作用,因此,将竖向排水体简化成等效砂墙进行计算.将塑料排水板简化成等效宽度为70 mm的排水砂墙,取砂墙间距6.6 m,砂墙间设3排结点.将等效砂墙当作透水边界,不考虑井阻作用.

4.2.2 程序计算结果及分析

a. 图3为地基表面沉降量随时间的变化曲线.由图可见,考虑非线性蠕变沉降量的计算值与实测值较吻合.随着荷载增加,坡脚处对应沉降量加大,坡脚外隆起量也加大.加荷结束后,隆起逐渐恢复,地表沉降量随时间增加仍然不断增加,但增加速率渐渐变缓.

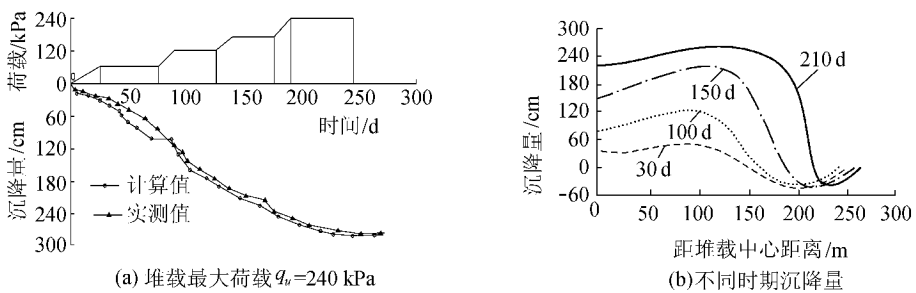


图3 I-A区P-P'断面沉降量随时间变化曲线

Fig.3 Settlement curves of P-P' section in I-A area

b. 图4表示地基中点 S_1 、坡脚 S_2 侧向位移随时间变化规律, S'_1 和 S'_2 为不考虑土体蠕变的计算结果.对于地基中点 S_1 和坡脚 S_2 ,是否考虑土体蠕变对计算结果影响不同.土体蠕变特性对坡脚处水平位移的影响非常显著,因该处竖向位移较不考虑蠕变时明显增加(图3b)).

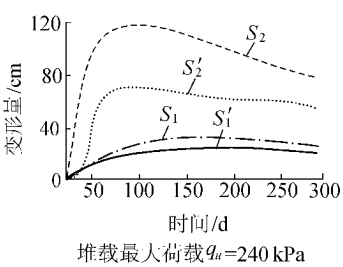


图4 侧向位移曲线

Fig.4 Lateral displacement curve

c. 图5为堆载中心处和堆载坡脚处孔隙水压力分布曲线.由图5可见,随着加荷而上升的孔隙水压力在加荷停止后即开始消散,并逐渐趋近于零.对比图4、图5,由计算结果可知,土体蠕变后,变形趋于稳定的时间滞后于孔隙水压力消散的时间,表明土体变形的时效性是固结

和蠕变共同作用的结果.

图6为不同时段孔隙水压力沿深度分布特征.越靠近地表单元,孔隙水压力消散越快,表明对于地基压缩层范围内的土体,加荷后土层的不同部位将处于不同的固结阶段.所以,采用软土蠕变-固结理论描述地基沉降规律时,认为有厚度土体次固结与主固结过程同时发生.

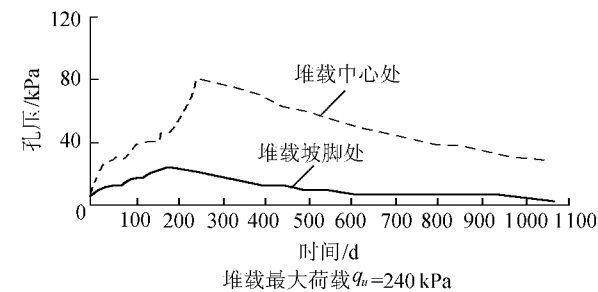


图5 深度2m时测得孔压-时间关系

Fig.5 Pore water pressure-time curve at depth of 2 m

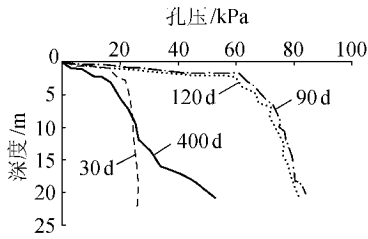


图6 不同时段孔压沿深度分布曲线

Fig.6 Pore water pressure-depth curve for different stages

5 结 论

考虑流变特性对软土地基固结变形进行有限元分析,应用非线性黏-弹性固结模型并综合考虑土体非线性应力-应变关系、土体蠕变和固结特性.算例结果表明模型合理性,计算程序可行.软土地基固结沉降计算结果与实际值吻合.

参考文献:

[1] 陈晓平,白世伟.软土蠕变-固结特性及计算模型研究[J].岩石力学与工程学报,2003,22(5):728-734.
[2] 詹美礼,钱家欢,陈绪禄.软土流变特性试验及流变模型[J].岩土工程学报,1993,15(3):54-62.
[3] 赵维炳,施健勇.软土固结与流变[M].南京:河海大学出版社,1996:34-124,198-243.
[4] 陈晓平.软土蠕变-固结特性及计算模型研究[D].武汉:中国科学院武汉岩土力学研究所,2001.
[5] GARLANGER J E. The consolidation of soils exhibiting creep under constant effective stress[J]. J of Geotechnique, 1972, 22(1):71-78.
[6] 赵维炳,陈永辉,龚友平.平面应变有限元分析中砂井的处理方法[J].水利学报,1998(6):54-58.
[7] 钱家欢,殷宗泽.土工原理与计算[M].北京:中国水利水电出版社,2000:199-258.
[8] 赵维炳,雷国辉,陈永辉,等.土工织物加筋与塑料排水联合加固软基的计算方法研究[J].岩土工程学报,1998,20(3):61-65.

Creep-consolidation finite element analysis of soft ground settlement and its engineering application

YU Fang¹, ZHAO Wei-bing², LI Rong-qiang³

(1. College of Civil Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Department of Geotechnical Engineering, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210024, China;

3. Shenzhen Construction Bureau, Shenzhen 518026, China)

Abstract The characteristics of creep-consolidation in soft ground, as well as its computational model and numerical method were systematically studied. By use of the improved Merchant model and method for parameter calculation, finite element program for nonlinear elastic-cohesive consolidation model was compiled and applied to soft ground settlement calculation and analysis for Shenzhen-Hongkong western artery road. The calculated result is found to be close to the measured data.

Key words creep; finite element analysis; ground settlement; constitutive relationship; improved Merchant model