

基于一定风险水平的施工进度计划研究

刘煜明¹, 王卓甫¹, 丁尔俊²

(1. 河海大学工程管理研究所, 江苏 南京 210098; 2. 安徽省驷马山水利水电建筑安装有限公司, 安徽 巢湖 238251)

摘要 针对给定施工进度风险水平的施工进度计划编制问题, 采用当量概率和蒙特卡罗仿真技术, 给出了基于一定施工进度风险水平的施工进度计划的编制步骤, 运用 Delphi7.0 和 Microsoft Excel 工具, 开发了基于该方法的应用程序, 并进行了工程实例分析, 结果表明, 应用该方法编制施工进度计划能够得到合理可靠的计划工期以及各活动的最早时间。

关键词 进度控制 进度计划 进度风险 CPM/PERT 蒙特卡罗仿真

中图分类号 :TV512 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-1980(2006)02-0227-04

工程项目, 特别是大中型工程项目是一极其复杂的系统工程, 其实施的进度充满着风险。传统的工程项目进度计划方法是用关键线路法(Critical Path Method, CPM)或计划评审技术(Program Evaluation and Review Technique, PERT), 但 CPM/PERT 存在以下问题: (a) 在实际工程中关键线路往往不是唯一的, 由于关键线路不明显, 次关键线路很有可能转化成关键线路, 增加了完工风险。CPM/PERT 在求解完工风险的问题时存在计算精度不高的问题。(b) 在进度控制过程中, 管理者通常首先编制施工进度计划, 然后在项目划分和活动逻辑关系的基础上, 分析施工工期的完工概率或不能按时完工的风险。从管理角度上说, 这种风险评价方法显得较为被动, 没有体现主动控制的理念。(c) 难以从微观上确定各活动在给定施工进度风险水平下的计划开始时间。

网络进度计划蒙特卡罗仿真法(Monte Carlo Simulation, MCS)^[1-5]或当量概率分析法^[6]明显提高了项目进度风险计算的精度, 弥补了 CPM/PERT 计算误差较大的不足。但是, 一般 MCS 仍然不能解决给定施工进度风险下施工进度计划的编制的问题。本文在前人研究的基础上, 对进度风险水平一定条件下的施工进度计划问题进行探讨。

1 施工进度风险水平的定义

将施工进度风险水平定义为关键线路上活动的最早时间超过其期望最早时间的概率, 其数学表达为

$$P_r = P(T_i \geq E_i) \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (1)$$

式中: P_r ——施工进度风险水平; T_i ——关键线路上节点 i 的实际最早时间, 是一随机变量; E_i ——关键线路上节点 i 的期望最早时间。

事实上, 对于项目的整体目标而言, 确保项目按期完成应该是进度控制最重要的目标。因此, 关键线路上的期望最早时间应该是进度控制的最低要求。

2 活动持续时间的不确定性及其分布

2.1 活动持续时间

大型工程项目, 尤其是水利工程项目施工进度计划的编制, 经常是根据工程量、资源供应、施工条件等因素来估计每项活动的持续时间, 然而这些因素都具有不确定性。因此, 各活动持续时间一般是随机的。经典 PERT 认为, 活动持续时间服从 β 分布, 并用“三点法”^[7]得各活动持续时间的期望值 D_{i-j} 和方差 σ_{i-j}^2 :

$$D_{i-j} = \frac{b + 4m + a}{6} \quad (2)$$

$$\sigma_{i-j}^2 = \frac{(b - a)^2}{36} \quad (3)$$

式中, a, m, b 分别为乐观估计时间、最可能估计时间、悲观估计时间. 将其按 CPM 算法处理, 并计算期望工期方差和完工概率等.

2.2 活动持续时间的分布

PERT 认为, 活动持续时间通常符合 $\beta(a, b, r, s)$ 分布, 因为 $\beta(a, b, r, s)$ 分布具有较好的适应性, 只要选择适当的 r 和 s , 就可以描述不同的分布^[7].

$\beta(a, b, r, s)$ 的概率密度的表达式为

$$f(x) = \frac{\Gamma(r+s)}{\Gamma(r)\Gamma(s)} \frac{(b-a)^{r+s-2}}{(x-a)^{r-1}(b-x)^{s-1}} \quad (x \in [a, b], r > 0, s > 0) \tag{4}$$

根据标准 β 分布 $\beta(r, s)$ 的均值 μ 和方差 σ^2 的计算式为

$$\mu = a + (b-a) \frac{r}{r+s} \tag{5}$$

$$\sigma^2 = (b-a)^2 \frac{rs}{(r+s)(r+s+1)} \tag{6}$$

联立方程 (5) 和 (6) 并令

$$\zeta = \frac{5b-4m-a}{4m+b-5a} \tag{7}$$

可得

$$r = \frac{36\zeta - (1+\zeta)^2}{(1+\zeta)^3} \tag{8}$$

$$s = r\zeta \tag{9}$$

2.3 $\beta(a, b, r, s)$ 分布的抽样计算

由于 $\beta(a, b, r, s)$ 分布比较复杂, 难以用解析方法得到其抽样值, 而只能用舍选法对其抽样^[8].

生成服从 γ 分布的随机量 $\chi(r, 1)$ 和 $\chi(s, 1)$, 然后令 $Y_1 \sim \chi(r, 1), Y_2 \sim \chi(s, 1)$. 由于 Y_1 和 Y_2 相互独立, 令 $x = Y_1/(Y_1 + Y_2) \sim \beta(r, s)$, 得 $a + (b-a)x \sim \beta(a, b, r, s)$. 其中, 以生成 $\chi(r, 1)$ 为例, 服从 γ 分布的随机量生成方法如下.

$\chi(r, 1)$ 分布的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^{r-1}e^{-x}}{\Gamma(r)} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \tag{10}$$

$$\Gamma(r) = \int_0^\infty t^{r-1}e^{-t}dt \tag{11}$$

a. 当 $0 < r < 1$ 时, 用舍选法产生 $\chi(r, 1)$ 随机变量 x 的算法为 (a) 产生 $u_1 \sim U(0, 1)$, (b) 独立产生 $u_2 \sim U(0, 1)$, 令 $b = (a + e)/e, P = bu_2$. 若 $P > 1$, 则转 (d) 步. (c) 令 $Y = P^{1/\alpha}$. 若 $u_1 < e^{-Y}$, 则选取, 且 $x = Y$, 否则舍弃, 返回 (a) 步. (d) 令 $Y = -\ln[(b - P)/\alpha]$. 若 $u_1 < Y^{\alpha-1}$, 则选取, 令 $x = Y$, 否则舍弃, 返回 (a) 步.

b. 当 $r > 1$ 时, $\chi(r, 1)$ 的舍选法步骤如下 (a) 独立产生 $u_1 \sim U(0, 1), u_2 \sim U(0, 1)$, (b) 令 $V = (2\alpha - 1)^{1/2} \ln[u_2/(1 - u_2)]$, (c) 若 $\ln(u_1 u_2^2) < \alpha - \ln 4 + \sqrt{2\alpha - 1} V - \alpha e^V$, 则选取, 令 $x = \alpha e^V$, 否则舍弃, 返回 (a) 步.

3 风险水平一定条件下进度计划的编制方法

3.1 编制方法整体思路

施工进度计划编制的基本思路是: 首先, 根据每项活动的期望持续时间和逻辑关系, 按 CPM 计算网络计划的期望计算工期. 然后, 从进度网络计划图的第一个节点开始, 以此向后, 计算各节点在既定施工进度风险水平下的修正最早时间. 修正方法如下 (a) 以第一个节点为始节点, 被分析节点为终节点构造子网络 (b) 借助 MCS 方法计算该子网络的期望计算工期及对应的方差 (c) 根据规定进度风险, 对节点最早时间进行修正.

3.2 节点最早开始时间的修正

根据既定的施工进度风险水平以及式 (1), 计算各节点的风险约束延时 $\Delta T_j^m (m = 1, 2, \dots, N, \dots, j)$ 为关键线路上的节点编号. 所谓风险约束延时, 是指为达到既定施工进度风险水平, 各节点最早开始时间必须延迟的时间. 关键线路上各节点的风险约束延时对总工期起控制作用. 以某一次仿真为例, 设终点编号为 n , 则关键线路上各节点的修正最早时间为

$$P(T_j < M_i + D_{i-j} + \Delta T_j) = \Phi\left(\frac{M_i + D_{i-j} + \Delta T_j - E_j}{\sigma(B_j)}\right) =$$

$$\Phi\left[\frac{E_i + \sum_{i < j \leq n} \Delta T_i + D_{i-j} + \Delta T_j - E_j}{\sigma(B_j)}\right] = 1 - P_r \quad (1 < i < j \quad i = 1, 2, 3, \dots, n-1) \quad (12)$$

$$\Delta T_j = |\lambda| \sigma(B_j) - \sum_{i < j \leq n} \Delta T_i \quad M_j = E_j + \sum_{i < j \leq n} \Delta T_j \quad (13)$$

式中： P_r ——施工进度风险水平； $\Phi(\cdot)$ ——正态分布函数； λ ——可由 $1 - P_r$ 的值查分布表而得； $\sigma(B_j)$ ——关键线路上 j 节点及 j 节点前所有活动方差和的平方根； T_j ——节点 j 的最早时间随机量； E_j ——节点 j 的期望最早时间； M_i ——节点 i 的修正最早时间； D_{i-j} ——活动 $i-j$ 持续时间的期望值； ΔT_j ——关键线路上活动 $i-j$ 的风险约束延时，且 $\Delta T_1 = 0$ 。

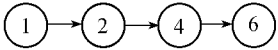


图 1 进度网络的关键线路图例
Fig.1 Sketch of critical path for an activity network

如图 1 所示，关键线路上各活动的风险约束延时及其修正最早时间的计算过程为

$$\begin{aligned} \Delta T_2 &= |\lambda| \sqrt{\sigma(B_2)} - \Delta T_1 = |\lambda| \sqrt{\sigma(B_2)} & M_2 &= E_2 + \Delta T_2 \\ \Delta T_4 &= |\lambda| \sqrt{\sigma(B_4)} - \Delta T_2 & M_4 &= E_4 + \Delta T_2 + \Delta T_4 \\ \Delta T_6 &= |\lambda| \sqrt{\sigma(B_6)} - (\Delta T_2 + \Delta T_4) & M_6 &= E_6 + \Delta T_2 + \Delta T_4 + \Delta T_6 \end{aligned}$$

对非关键线路上各节点修正最早时间的计算可采用当量概率^[9]的方法，从而在保证关键线路不变和给定施工进度风险水平的情况下，得到进度计划网络各节点的修正最早时间。

3.3 节点最早时间 MCS 分析

- a. 根据进度计划网络图，分别估计每项活动时间 a, m, b 值。
- b. 确定仿真次数 N ，确定活动持续时间的概率分布。
- c. 对网络图中各活动持续时间进行抽样模拟，并根据 CPM 确定网络的计算工期 $C^{(m)} (m = 1, 2, \dots, N)$ 。此工期为风险水平为 50% 的项目总工期，即期望计算工期。
- d. 按照 3.2 的方法计算进度计划网络图中各节点的修正最早时间。
- e. 将所求关键线路上各节点的风险约束延时累计相加，并加上期望计算工期，得到既定施工进度风险水平下的修正项目总工期 $C_m^{(m)}$ 。

$$C_m^{(m)} = C^{(m)} + \sum_{i \leq n} \Delta T_i^{(m)} \quad (m = 1, 2, \dots, N \text{ 且 } 0 < i \leq n) \quad (14)$$

- f. 仿真 N 次后得到 $\{C_m^{(m)}\}$ 和修正后的 $\{M_i^{(m)}\} (m = 1, 2, \dots, N \text{ 且 } 0 < i < j \leq n)$ 。根据模拟结果，统计进度计划网络各节点的修正最早时间和修正总工期的分布情况，确定各节点的修正最早时间和修正总工期的均值和方差，绘制相应的频数分布图。
- g. 根据修正总工期的频数分布图，绘制风险曲线。修正总工期的均值即为项目的计划工期，进度计划网络各节点的期望修正最早时间即为该节点的最早时间。

4 算 例

选择某工程实例说明施工进度计划编制的过程，并计算项目的计划工期。网络计划各活动的 3 点估计值见图 2。

设定仿真次数 N 为 10000 次，风险水平为 15%，用 $\beta(a, b, r, s)$ 分布对活动持续时间进行抽样模拟，通过统计分析得既定风险水平下总工期的频数分布图和累积概率分布图，见图 3。

仿真结果表明，总工期的分布大致呈正态分布。为了保证有 85% 的完工概率，该网络计划的计划工期应定为 56.56 d，而用经典 PERT 计算的在 85% 的完工概率下的计划工期为 54.61 d，表明经典 PERT 偏于乐观，风险偏大。此外，由于本文提出的计划工期算法是基于保证关键线路上各活动的持续时间都在既定的完工概率基础上的，因此，大大抵消了非关键线路对总工期的影响，降低了非关键线路转变为关键线路的风险，从而保证所求计划工期的真实性。从图 3 也可以看出，在完工概率为 85% 的情况下，计划工期为 56.56 d 仅有 50% 的概率保证。若延长计划工期，既可认为在完工概率为 85% 的情况下，实现该计划工期的概率超过 50%，同样可以认为延长后的计划工期能在超过 85% 的完工概率保证下，达到或超过 50% 的概率，而这主要

取决于决策者的风险偏好.

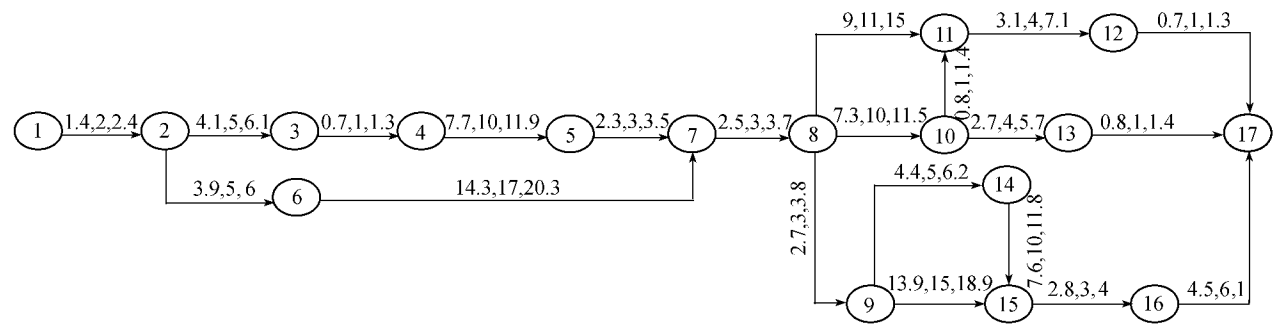


图 2 算例的双代号进度网络

Fig.2 Diagram of A-on-A schedule network for an example

5 结 论

由于实际工程当中,施工活动的持续时间充满不确定性,导致进度计划的编制成为工程项目进度控制的一大“瓶颈”.本文应用网络计划 MCS 为施工进度计划的编制提供了一种可行的、较为精确的计算方法,并将自行开发的施工进度计划编程序应用于实例分析.应用结果表明,该方法是合理有效的.文中的研究成果不仅有助于不同风险偏好程度的决策者制定合理的计划工期,同时,还可使管理者准确控制施工过程中各活动的进度,从而有效地指导施工进度计划的具体实施.

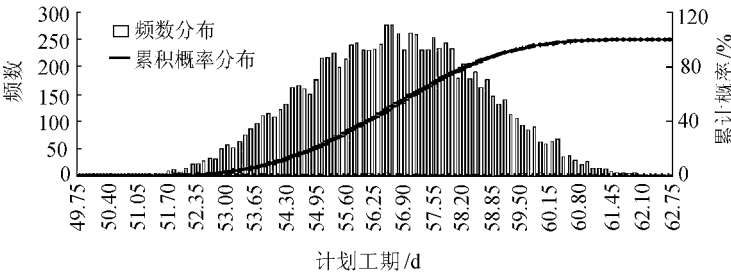


图 3 既定风险水平下总工期的频数及累积概率分布

Fig.3 Frequency histogram & accumulated probability distribution for total schedule under fixed risk probability

参考文献:

[1] 李干生,王卓甫,白宏坤.网络计划计算机仿真与风险分析[J].河海大学学报:自然科学版,2001,29(1):65-69.
[2] DIZA C F,HADIPRIONO F C. Non deterministic networking method[J]. ASCE, Journal of Construction Engineering and Management, 1993,119(1):40-57.
[3] 张猛,张洪才. Monte Carlo 模拟在施工进度方案综合评价中的应用[J]. 建筑技术开发, 2004,31(4):86-88.
[4] 王仁超,欧阳斌,褚春超. 工程网络计划蒙特卡罗仿真研究[J]. 水利水电技术, 2003,34(11):63-66.
[5] 卜继勋. 蒙特卡洛随机模拟法在水电工程风险分析中的应用[J]. 东北水利水电, 2003,21(6):9-10.
[6] 胡肇枢,王卓甫. PERT 网络计算分析之补充[J]. 河海大学学报:自然科学版, 2002,30(1):29-34.
[7] 王卓甫. 工程项目风险管理:理论、方法与应用[M]. 北京:中国水利水电出版社, 2002:137-139.
[8] 卞艺杰. 管理系统模拟与仿真[M]. 南京:河海大学出版社, 2002:19-21.
[9] 王卓甫,杨高升,杨建基,等. 水利水电施工应用 PERT 的完工概率问题[J]. 河海大学学报:自然科学版, 2002,30(1):44-48.

Scheduling for construction under fixed risk probability

LIU Yu-ming¹, WANG Zhuo-fu¹, DING Er-jun²

(1. Research Institute of Project Management, Hohai University, Nanjing 210098, China;
2. Anhui Simashan Hydraulic and Hydropower Construction Co., Ltd., Chaohu 238251, China)

Abstract :By use of the probability theory and Monte Carlo simulation(MCS) method, a scientific calculation method and procedure were worked out for construction scheduling under given risk probability. With Delphi 7.0 and Microsoft Excel, an application program of the method was compiled. Case study shows that the present method may help to obtain reliable work schedule for projects and the earliest time for each node.

Key words :schedule control ; schedule ; schedule risk ; CPM/PERT ; Monte Carlo simulation