

基于万有引力的点雨量插值算法研究

戚晓明¹ 陆桂华¹ 漆清华^{1,2} 金君良¹

(1. 河海大学水问题研究所, 江苏 南京 210098; 2. 河北工程大学水电学院, 河北 邯郸 056021)

摘要 根据万有引力原理, 任意雨量站雨量与待插值点雨量存在着万有引力. 通过计算任意一个参与插值的站点与待插值点的万有引力占所有参与插值站与待插值点的万有引力的标量之和的比例来确定插值权重, 并提出了消减权系数的计算方法, 从而构建了基于万有引力的点雨量插值算法. 根据雨量站点的平面三角几何关系, 提出了参证插值站点的选择方法, 使得参证插值站点的选择更合理. 通过王家坝流域内 27 个雨量站的 3 个典型季节的日雨量的插值模拟, 证明了参证插值站点的选择方法和万有引力插值算法用于点雨量插值具有较高的精度, 可以应用于点雨量的插值.

关键词 万有引力; 插值; 降雨; 雨量站

中图分类号: P332.1

文献标识码: A

文章编号: 1000-198X(2006)03-0243-04

点雨量插值对于分析雨量二维分布变化特征、计算面雨量、解决水文尺度中分辨率和雨量站网规划等研究具有重要现实意义^[1-2]. 目前的空间插值方法包括几何方法、统计方法、函数方法、随机模拟方法等, 基本上属于内插方法, 普遍存在局部较优, 全局协调性不好的缺点^[3-5]. 本文从万有引力的角度, 提出了基于万有引力原理的插值算法, 即假设任意雨量站雨量与待定点雨量存在着万有引力, 根据引力的大小计算出该雨量站对于待插点的权值, 加权计算待定点值. 该方法具有距离反比方法的优点, 同时又考虑了空间协调性. 通过试验初步证明了该插值方法具有较高的精度.

1 万有引力插值方法

万有引力是自然界中最普遍的自然现象, 在三维空间中, 万有引力的公式为 $F = GMm/r^2$, 其中 G 是万有引力恒量, M 和 m 是分别为两个物体的质量, r 是两个物体间的距离^[6]. 万有引力的场强通量与场源的质量成正比, 而通量守恒又不拘泥于三维空间. 万有引力作为一种自然规律是普遍存在的, 具有普适性.

1.1 插值主要公式

雨量数据在空间分布中呈现出不规则变化, 即随机性; 同时在一定的水文分区内各站点之间呈现某种程度的相关性, 即结构性. 因此, 可以充分利用区域内各已知点的信息, 插值待插点的雨量信息. 从万有引力的公式可以发现, 离场源越近场强越大且变化越快, 这恰好能满足非线性变化的要求, 也符合现实世界的实际情况. 设任意雨量站雨量对待插点的雨量作用与万有引力原理相似, 就可以把该站点对待插值点的权重用引力比值的形式表示出来. 各样本对待插点权重系数的合成采取了标量叠加方法, 而没有用现实中的矢量合成方法, 因为权重系数的标量合成也可以保证参与插值的样本点对待插点进行标量求和而非矢量抵消.

设位于 X_0 处降雨量的估计值为 q_0^* , 它是周围若干已知点降雨量 $q(x_i)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 的线性组合^[2], 即

$$q_0^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i q(x_i) \quad (1)$$

式中 λ_i 为权重系数, 并且

$$\sum_{i=1}^n |\lambda_i| = 1 \quad (2)$$

所以,对于点雨量插值的关键就是推求权重系数 λ_i .

1.2 权重系数 λ_i 的推求

在雨量器接雨面相等的情况下,设雨量器面积为 S ,则 $m_i = \rho P_i S$,其中 ρ 为水的密度, P_i 为某个雨量站的降雨量.则单个样本与待定点作用的万有引力函数为

$$F_i = G \frac{\rho P_i S \rho P_x S}{r_i^2} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \tag{3}$$

式中: P_x ——待求降雨量; G ——万有引力常数; r_i ——参与插值站与待测站间距离.权重公式为

$$\lambda_i = F_i / \sum_{j=1}^n F_j \quad (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n) \tag{4}$$

式中 n 为参与插值雨量站个数.进一步化简有

$$\lambda_i = (p_i / r_i^2) / \sum_{j=1}^n (p_j / r_j^2) \quad (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n) \tag{5}$$

当参与插值的站点只有一个的时候,即式(4)中 $n = 1$ 时,则 $\lambda_i = 1$,即被插值站直接由已知站代替,这是不合理的,应通过其他方式解决(如增加相邻流域的部分站点).因此,本算法要求参与插值的站点数在 2 个以上.

1.3 消减权系数

对于参与插值的观测点的雨量值为 0 的站,由于其质量为 0,其万有引力为 0,这时它的权系数就为 0,该站点在插值过程中就不起作用了.但是从空间影响的角度来看,待测站周围有降雨量为 0 的站,往往说明待插站雨量不会很大,所以可以采用负权系数方法解决,用来消减其他站权系数为正情况下带来的插值偏大的情况.即如果参与插值的点雨量为 0,则令其雨量值为参与插值站点雨量的平均值,按照式(5)计算出 λ_i 后,令 $\lambda'_i = -\lambda_i$,称其为消减权系数,并满足式(2).若插值所得雨量为负数,则令其值为 0.

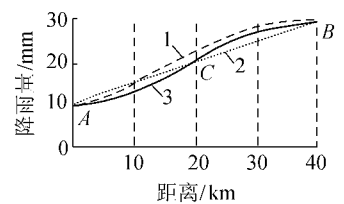
2 插值方法比较与站点的选择

2.1 插值方法比较

设 C 站位于 A, B 站的中垂线上, A 与 B 间任何一个站的雨量值用 A 和 B 两站进行插值,则不同插值算法的插值线趋势如图 1 所示.从图 1 可以看出,万有引力插值算法较多地考虑了大雨量对待插值点的影响.通常降雨量大的地方,降雨云层覆盖相应较大,对附近站点影响也大些,这说明万有引力插值算法较好地反映了降雨的空间分布特性.

1—万有引力插值算法 2—线性插值算法;

3—距离反比插值算法



2.2 参与插值站点的选择

插值站点的选择对插值精度有一定的影响,因此在站点选择上,首先考虑离待插值点距离最近的站点;其次,所选择站点构成的多边形尽量把待插值点包含在里面,即内插优先原则.设参与插值的站点数大于等于 3,若小于 3 个站点时直接取最近站点进行插值.当待插值点 M 和距离待插值点最近的 2 个站点 A, B 位置固定的时候,第 3 个站点 C 的位置与 M, A, B 3 点的平面图形如图 2(b)(c)(d)(e)所示,共 4 种情况:当 C 站位于 I 区时候,构成的三角形如图 2(b)所示,则有 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABM} + S_{\triangle ACM} + S_{\triangle BCM}$;当 C 站位于 II 或 IV 区时候,构成的三角形如图 2(c)所示;当 C 站位于 III 区时候(这种情况不可能出现,因为不满足最初限定条件),构成的三角形如图 2(d)所示;当 C 站位于 V 区时候,构成的三角形如图 2(e)所示,则都有 $S_{\triangle ABC} < S_{\triangle ABM} + S_{\triangle ACM} + S_{\triangle BCM}$ 成立.因此,参与插值的站点选择算法如下:

图 1 不同点雨量插值方法比较示意图

Fig.1 Comparison of three point precipitation interpolation methods

- 对参与插值的站点按与待插值点的距离升序排序.
- 选择距离待插值点最近的 2 个站点 A, B .
- 在其余的站点中选择一个站点 C ,使其满足 $S_{\triangle ABC} / (S_{\triangle ABM} + S_{\triangle ACM} + S_{\triangle BCM}) \approx 1$ (三角形面积采用海伦公式计算, m 为待插点,图 2(d)的情况不可能出现,因为 C 不满足步骤 a),如图 2(b)所示).
- 若所有站点无法满足条件 b,则只用最近的站点进行插值.在其余站点中选择最近的雨量站点参与插值.

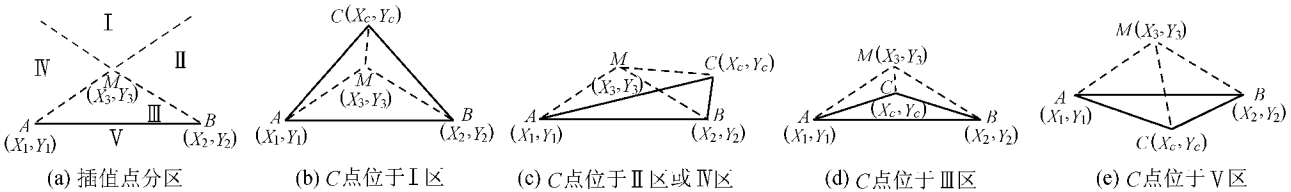


图 2 参与插值站点选择示意图

Fig.2 Rain-gauge station selection for numerical simulation

3 应用实例

3.1 流域概况及雨量站插值

选定淮河流域河南省王家坝以上流域,流域面积为 18 260 km²,流域内有 27 个雨量站.通过计算机编程,对其中任一个雨量站用临近的 4 个距离最近的雨量站对其进行插值.选取了 1996 年 3 月、7 月、11 月的 3 场降雨进行插值分析,这 3 场降雨基本上代表了淮河流域梅雨期、汛期及枯水期的降雨分布.在数据处理与计算过程中采用了数据库技术^[7-8],很好地解决了速度与数据分析问题.研究区域的雨量站分布如图 3 所示,插值结果见表 1,统计结果见表 2.

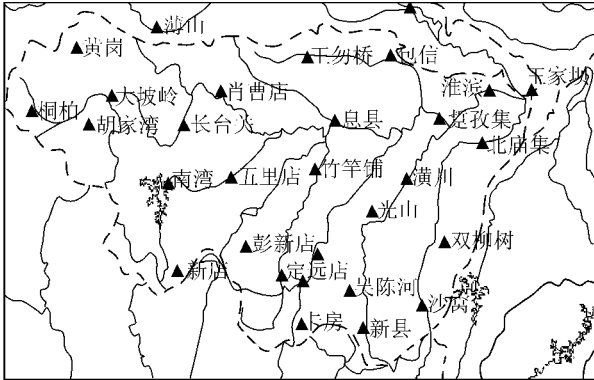


图 3 王家坝以上雨量站分布

Fig.3 Rain-gauge station distribution in upper regions of Wangjiaba

表 1 万有引力插值方法的雨量插值结果

雨量站名称	1996 年 3 月 28 日雨量				1996 年 8 月 2 日雨量				1996 年 11 月 7 日雨量			
	实测雨量/mm	插值雨量/mm	绝对误差/mm	相对误差/%	实测雨量/mm	插值雨量/mm	绝对误差/mm	相对误差/%	实测雨量/mm	插值雨量/mm	绝对误差/mm	相对误差/%
桐 柏	12.5	14.1	1.6	12.8	87.9	47.3	-40.6	-46.2	46.5	51.1	4.6	9.9
黄 岗	12.1	13.2	1.1	9.1	27.2	42.9	15.7	57.7	39.3	53.7	14.4	36.6
胡家湾	15.3	11.5	-3.8	-24.8	54.7	57.4	2.7	4.9	57.1	50.1	-7.0	-12.3
大坡岭	11.2	14.5	3.3	29.5	26.8	50.0	23.2	86.6	51.1	53.2	2.1	4.1
长台关	13.6	13.6	0	0	16.5	30.9	14.4	87.3	53.3	59.9	6.6	12.4
肖曹店	10.5	13.9	3.4	32.4	15.7	19.6	3.9	24.8	63.5	54.8	-8.7	-13.7
息 县	14.7	13.7	-1.0	-6.8	14.0	16.6	2.6	18.6	64.1	58.4	-5.7	-8.9
王勿桥	14.1	14.1	0	0	12.3	12.8	0.5	4.1	63.4	60.7	-2.7	-4.3
包 信	12.4	15.0	2.6	20.9	7.5	11.6	4.1	54.7	51.5	61.9	10.4	20.2
颍孜集	15.2	13.0	-2.2	-14.5	8.1	9.9	1.8	22.2	59.9	60.2	0.3	0.5
淮 滨	13.5	13.9	0.4	2.9	3.0	6.8	3.8	126.7	63.8	59.0	-4.8	-7.5
王家坝	13.1	13.8	0.7	5.3	1.1	4.8	3.7	336.4	58.4	63.2	4.8	8.2
新 店	3.7	14.9	11.2	302.7	43.3	31.6	-11.7	-27.0	38.4	52.7	14.3	37.2
南 湾	15.8	14.0	-1.8	-11.4	37.7	20.0	-17.7	-46.9	55.4	55.0	-0.4	-0.7
五里店	14.6	13.8	-0.8	-5.5	24.3	14.4	-9.9	-40.7	57.8	51.2	-6.6	-11.4
定远店	12.4	12.8	0.4	3.2	13.9	14.5	0.6	4.3	49.5	54.8	5.3	10.7
彭新店	13.9	13.3	-0.6	-4.3	12.2	19.0	6.8	55.7	49.6	52.7	3.1	6.3
罗 山	13.0	12.7	-0.3	-2.3	20.4	19.9	-0.5	-2.5	61.4	56.0	-5.4	-8.8
卡 房	13.0	12.8	-0.2	-1.5	20.7	14.3	-6.4	-30.9	55.7	55.1	-0.6	-1.1
竹竿铺	13.5	14.1	0.6	4.4	18.3	15.1	-3.2	-17.5	55.0	61.3	6.3	11.5
新 县	12.4	12.3	-0.1	-0.8	19.1	19.2	0.1	0.5	56.2	55.5	-0.7	-1.2
浍 河	13.0	12.3	-0.7	-5.4	14.6	14.1	-0.5	-3.4	58.2	43.5	-14.7	-25.3
光 山	12.5	12.3	-0.2	-1.6	17.2	14.7	-2.5	-14.5	53.0	55.6	2.6	4.9
五 岳	12.0	12.8	0.8	6.7	14.3	14.4	0.1	0.7	24.3	55.9	31.6	130.0
吴陈河	12.1	12.3	0.2	1.7	18.8	17.6	-1.2	-6.4	55.4	49.5	-5.9	-10.6
潢 川	12.4	13.6	1.2	9.7	11.8	15.3	3.5	29.7	55.7	55.7	0	0
遂 平	13.6	11.7	-1.9	-13.9	46.4	27.0	-19.4	-41.8	15.2	45.2	30.0	197.4

3.2 插值结果分析

a. 表1中3月、11月的雨量插值相对误差值较小,说明插值效果好,原因是3月、11月淮河流域处于梅雨期和枯水期,降雨分布比较均匀,8月份的相对误差值偏大,主要原因是夏季降雨不均匀,暴雨较多,因此说明万有引力插值方法对于分布均匀的降雨效果比较好。

b. 桐柏、黄岗、新县、王家坝等雨量站位于流域的边界,由表1可知它们的相对误差值较小,说明万有引力插值方法对于边界站插值效果也很好,这明显优于一般插值算法,因为它们往往内插效果好,外插效果差。

c. 竹竿铺、五里店、长台关等位于流域内部的雨量站,它们在表1中的相对误差很小,说明万有引力插值方法对于内插效果也很好。

d. 从表2可知,万有引力插值算法与距离反比插值算法比较,万有引力插值算法具有更好的插值精度。

4 结 论

基于万有引力原理的插值算法,具有明确的物理意义并且插值公式简单,该方法具有距离反比插值方法的优点,具有动态权重,同时又考虑了空间协调性,对于分布比较均匀的降雨插值效果很好,该插值方法具有较高的内插精度,同时外插效果也很好,但对于降雨量悬殊的非均匀降雨效果不是很好,进一步考虑地形或降雨期间的温度对插值权重的影响,可能是解决上述问题的途径,这有待进一步的研究。

参考文献:

[1] 严华生,严小冬.中国降水场的时空分布变化[J].云南大学学报:自然科学版,2004,26(1):38-43.
[2] 陆桂华,蔡建元,胡凤彬.水文站网规划与优化[M].郑州:黄河水利出版社,2001:3-4.
[3] 孙英君,王劲峰,柏延臣.地统计学方法进展研究[J].地球科学进展,2004,19(2):268-274.
[4] 许多顶.数学插值方法在水文地质学中的应用探讨[J].长春地质学院学报,1993,23(4):423-429.
[5] 范银贵.空间插值方法在绘制降水量等值线中的应用[J].水利水电科技进展,2002,23(3):48-50.
[6] 李熙.基于万有引力的遥感影像分类[J].遥感信息,2004(3):36-38.
[7] 吴载斌,王斌会.数据挖掘中的预测及其应用[J].统计与预测,2003(1):34-36.
[8] 艾萍,倪伟新.我国水文数据挖掘技术研究的回顾与展望[J].计算机工程与应用,2003(8):13-17.

Point interpolation algorithm for precipitation simulation based on universal gravitation

QI Xiao-ming¹, LU Gui-hua¹, LUAN Qing-hua^{1,2}, JIN Jun-liang¹

(1. Research Institute of Water Problems, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. College of Water Conservancy and Electric Power Engineering, Hebei University of Engineering, Handan 056021, China)

Abstract: Point interpolation algorithm is of important significance in analysis of rain-gauge station distribution, calculation of areal precipitation, and planning for rain-gauge net. According to the principle of universal gravitation, universal gravitation exists between the amount of precipitation at rain-gauge stations and interpolation points. The weight of interpolation was determined by calculation of the proportion of the universal gravitation between each station and interpolation point to the sum of universal gravitations between all the rain-gauge stations and interpolation points in scalar field, and the calculation method for weight diminution coefficient was put forward. Thus, the point interpolation algorithm for precipitation simulation based on universal gravitation was developed. Based on the trigonometric relations of the distribution of rain-gauge stations, a method for rain-gauge station selection was proposed, which makes the interpolation points to be selected more reasonable. The result of daily precipitation interpolation for three typical seasons at 27 rain-gauge stations in Wangjiaba Basin demonstrates that the selection method for rain-gauge stations and universal gravitation-based interpolation algorithm are of high precision for precipitation simulation.

Key words: universal gravitation; interpolation; precipitation; rain-gauge station