

基于振动模态小波变换模极大的结构损伤检测

邱颖¹,任青文²,沈伟³

(1.广西大学土木工程学院,广西 南宁 530004;2.河海大学土木工程学院,江苏 南京 210098;
3.南京市建筑安装管理处,江苏 南京 210016)

摘要 给出了将小波奇异性检测原理应用于结构损伤检测的方法,对结构的模态振型进行离散小波变换,根据小波变换模极大诊断结构的损伤位置,利用 BP 神经网络模拟多个尺度下小波变换模极大与损伤程度之间的非线性关系,根据网络的输出诊断结构的损伤程度.为了检验该方法的有效性,以某简支梁损伤检测为例进行了数值模拟.结果表明,利用离散小波进行结构损伤检测,无需计算 Lipschitz 指数,而且精度可满足工程要求.

关键词 小波变换;Lipschitz 指数;损伤检测;BP 网络

中图分类号 O346.5 **文献标识码** A **文章编号** 1000-198X(2006)03-0302-04

由于自然灾害和人为作用等因素的影响,许多在役结构物存在着损伤和缺陷^[1].这些损伤和缺陷累积到一定程度时将会严重影响结构的安全运行.为了减少或避免经济损失,必须快速而准确地检测出损伤出现的时间和位置以及损伤程度,并以此为依据对结构进行实时修复.

目前,利用结构振动响应和系统动态特性参数进行结构损伤检测已成为国内外研究的热点.近 20 年来,利用特征频率和模态振型进行结构损伤检测^[2-5]的方法得到发展.文献[6]在损伤检测中引入了模态曲率,Pandey 等^[7]根据柔度变化进行了损伤评估.

在损伤检测中,振动信号处理是一项非常重要的工作.传统的 Fourier 变换不能反映任何时域信息,缺乏空间局部性,所以 Fourier 变换只能给出函数的整体奇异性,难以刻画函数的局部奇异性.被誉为分析信号的数学显微镜的小波变换^[8],正被逐步引入结构损伤检测中.文献[9]应用小波理论对一个含有裂缝的梁进行损伤诊断.文献[10]讨论了离散小波变换在损伤检测中的应用.文献[11]用墨西哥草帽小波对梁的第 1 阶模态振型进行连续小波变换来估计 Lipschitz 指数,通过小波变换模极大来检测梁的损伤位置,并分析了 Lipschitz 指数与梁损伤位置及损伤程度的关系.为构造神经网络的输入参数,本文利用离散小波变换对简支梁的第 1 阶模态振型进行分析,首先利用离散小波变换在细节尺度上的模极大来确定损伤位置,然后利用 BP 网络模拟小波变换模极大与损伤程度之间的非线性关系,即利用小波变换模极大作为 BP 网络的输入参数,输出为结构的损伤程度,进行损伤检测.

1 小波奇异性检测原理

1.1 连续小波变换和奇异性指数

设一函数 $\varphi(t)$ 满足下列允许条件^[8]:

$$C_{\varphi} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty \quad \varphi_{a,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right) \quad (\varphi(t) \in L^2(R)) \quad (1)$$

式中: $\varphi(t)$ ——一个基本小波或者母小波; $\Psi(\omega)$ —— $\varphi(t)$ 的 Fourier 变换,由基本小波经过平移及尺度伸缩得到; a ——尺度因子; τ ——平移因子.对于任意函数 $f(t) \in L^2(R)$,其连续小波变换为

$$W_f(a,\tau) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \varphi^*\left(\frac{t-\tau}{a}\right) dt \quad (2)$$

式中 $\psi^*(t)$ 是 $\psi(t)$ 的共轭函数.

从式 (2) 可以看出连续小波变换具有在时、频两域突出函数局部特征的能力. 利用这一特性, 可以对函数的奇异性进行分析.

设 $f \in L^2(R)$ 在点 v 是 Lipschitz $\alpha \leq n$ 的, 则存在常数 A , 使得^[12]

$$|Wf(a, \tau)| \leq Aa^{\alpha+1/2} \tag{3}$$

在实际应用中, 常采用如下对数形式对函数的奇异性进行分析:

$$\log_2 |Wf(a, \tau)| \leq \log_2 A + \left(\alpha + \frac{1}{2}\right) \log_2 a \tag{4}$$

由以上分析知, f 在 v 点的局部 Lipschitz 正则性依赖于在 v 的领域中 $|Wf(a, \tau)|$ 在细尺度下的衰减性, $|Wf(a, \tau)|$ 的衰减性可以由其局部极大值控制, 故可以利用小波变换模极大对信号的奇异性进行检测. 当结构发生损伤时, 其振动模态必然会发生改变, 模态振型的改变由损伤发生的位置及程度决定. 对模态振型进行连续小波分析, 通过对小波变换模极大来估计 Lipschitz α , 进一步讨论 Lipschitz α 与损伤位置及损伤程度的关系^[11], 为结构的损伤检测提供了一条途径. 为构造神经网络的输入参数, 本文采用离散小波变换, 通过神经网络来模拟小波变换模极大和损伤程度的关系.

1.2 离散小波变换^[8]

将式 (2) 中的尺度因子 a 和平移因子 τ 加以离散, 取 $a = a_0^j, \tau = ka_0^j, j \in Z, a_0 \neq 1$, 则离散小波函数 $\psi_{j,k}(t)$ 可写为

$$\psi_{j,k}(t) = a_0^{-1/2} \psi\left(\frac{t - ka_0^j b_0}{a_0^j}\right) = a_0^{-j/2} \psi(a_0^{-j} t - kb_0) \tag{5}$$

离散化小波变换系数可表示为

$$C_{j,k} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi_{j,k}^*(t) dt = \langle f, \psi_{j,k} \rangle \tag{6}$$

2 数值模拟分析

2.1 方法原理

将函数 f 的时间变量 t 用表示位置的变量 x 来替代, 则信号发生奇异的时刻与函数 f 发生奇异的位置对应. 在利用小波变换模极大进行函数奇异性检测中, 最关键的一点是选择具有合适消失矩阶数的小波函数. 以图 1 所示的简支梁为例, 梁长 $L = 1\,000\text{ mm}$, $h = 70\text{ mm}$, $b = 30\text{ mm}$, d 为裂缝深度, 弹性模量 $E = 210\text{ GPa}$, 密度为 $\rho = 7\,800\text{ kg/m}^3$, 泊松比为 0.3. 为对梁的第 1 阶模态振型进行奇异性检测, 首先要对梁的挠度进行分析. 假设损伤位置在 $L_1 = 500\text{ mm}$ 处, 即讨论挠度在 $x = v = 500\text{ mm}$ 处的奇异性. 设梁的挠度为 $u(x)$, 通过对梁的力学分析^[11] 可知, 在损伤处, 挠度 $u(x)$ 的二阶导数不连续, 所以对于损伤梁来讲, 模态振型的 Lipschitz 指数在 1~2 之间, 即 $1 < \alpha < 2$. 所以, 在对梁的模态振型进行小波变换时, 所选择的小波函数至少应该具有 2 阶消失矩, 即 $n \geq 2$.

选择具有合适消失矩阶数的小波函数以后, 对梁模态振型进行小波分析, 并找出对应分解细节尺度上的小波变换模极大, 模极大出现的位置即梁发生损伤的位置. 因为 BP 网络具有结构简单、算法容易实现等优点, 故采用该网络进行损伤程度的检测. 即以梁不同损伤情况下的小波变换模极大为 BP 网络的输入, 输出为梁裂缝的深度(输出梁裂缝深度按 dm 计, 以保证输出在 $[0, 1]$ 之间). 本文采用 3 层 BP 网络, 通过 Levenberg-Marquardt (L-M) 规则训练网络, 该算法可以大大缩短网络训练时间.

2.2 实例分析

对图 1 所示的简支梁, 利用小波变换模极大和 BP 网络进行损伤检测. 梁的第 1 阶模态振型由有限元软件 Marc 获得, 将梁等分为 1 000 个梁单元, 单元号由 A 向 B 排序, 并假设损伤位于第 500 号单元. 完好及裂缝深度为 40 mm 时梁的第 1 阶模态振型见图 2 (振型未进行归一化处理), 可以看出由于损伤与健康状态下梁的第 1 阶模态振型相差较小, 直接对它们进行比较是很难进行损伤诊断的.

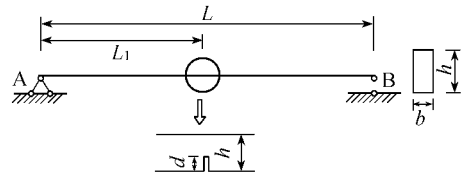


图 1 简支梁

Fig. 1 A simply-supported beam

小波函数选用 db2 小波 ,利用 Matlab 工具箱函数对模态振型分解到第 5 尺度 .图 3 给出了梁裂缝深度为 45 mm 和 55 mm 时小波分解第 2 层细节部分 ,小波变换模极大出现的位置即裂缝发生的位置 ,很容易从图 3 中识别出裂缝位于第 500 号单元 ,图像两端变化情况是由于边界条件造成的 .

为构造神经网络的输入样本 ,实例中设置了 11 种裂缝深度 ,选用尺度 1 到尺度 5 下的小波变换模极大值 ,见表 1 和表 2 ,为利于网络的收敛 ,需要对其进行归一化处理 .网络结构为 5-10-1 ,训练 344 次 .表 2 为网络诊断结果 ,网络输出误差为 0.23% ,0.31% ,精度能满足工程要求 .

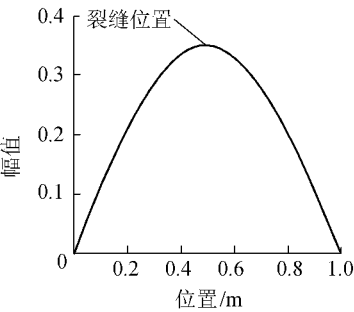


图2 第1阶弯曲模态振型
Fig.2 First-order bending mode shape

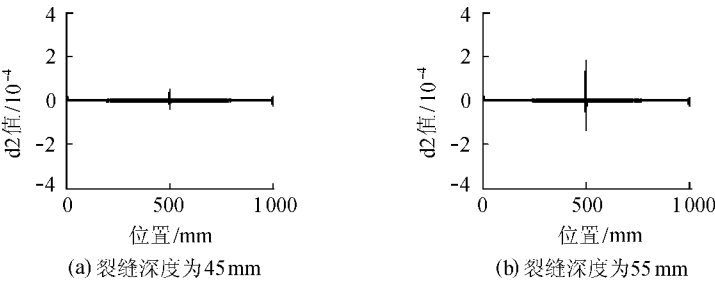


图3 第1振型离散小波变换第2层细节部分
Fig.3 Details at level 2 from discrete wavelet transform of the first-order bending mode shape

表 1 离散小波变换模极大值及 BP 网络训练结果

裂缝深度 <i>d</i> /mm	小波变换模极大值/ 10^{-5}					裂缝深度 训练结果/ mm	误差/ %
	第 1 尺度	第 2 尺度	第 3 尺度	第 4 尺度	第 5 尺度		
10	0.2153	0.9441	4.0486	16.2940	65.3170	10.03	0.30
15	0.2136	1.0069	4.3384	16.7670	66.1100	15.01	0.07
20	0.2461	1.1841	4.7035	17.4930	67.2730	20.01	0.05
25	0.3735	1.3638	5.3012	18.5600	68.9480	24.87	0.52
30	0.5272	1.6923	6.2277	20.2030	71.6250	30.20	0.67
35	0.7850	2.2442	7.7365	22.8860	75.9540	34.86	0.40
40	1.1948	3.1815	10.3890	27.5970	83.5760	40.07	0.18
45	1.9586	4.9448	15.4760	36.6360	98.1940	44.99	0.02
50	3.5979	8.7316	26.3350	55.9010	129.4300	50.01	0.02
55	7.5281	18.0350	52.8010	103.0100	205.5400	55.00	0
60	43.2800	101.1300	290.1400	525.1200	887.2300	60.00	0

表 2 离散小波变换模极大值及损伤程度诊断结果

裂缝深度 <i>d</i> /mm	小波变换模极大值/ 10^{-5}					裂缝深度 训练结果/ mm	误差/ %
	第 1 尺度	第 2 尺度	第 3 尺度	第 4 尺度	第 5 尺度		
43	1.5472	4.0503	13.0060	32.2500	91.1200	43.10	0.23
48	2.7299	6.8137	20.9080	46.2590	113.8300	47.85	0.31

3 结 论

- a. 在对某一函数进行奇异性分析时 ,选择具有合适消失矩阶数的小波函数是非常关键的一步 .
- b. 对未受噪音影响下的梁第 1 阶模态振型进行分析 ,利用小波变换模极大可以准确检测出梁损伤出现的位置 .
- c. 本文利用离散小波 ,无需计算结构在多种损伤情况下的 Lipschitz 指数 ,而是通过 BP 神经网络来模拟

小波变换模极大和损伤程度之间的非线性关系. 损伤位置是通过小波变换在细节尺度上的脊线来判断的. 从数值模拟结果看, 精度能够满足工程要求. 但是在实际应用中, 由于模态会受到噪声的干扰, 必须采取相应的措施(例如除噪等)来提高该方法的实用价值.

d. 对于轻微损伤, 特别是在噪声的干扰下, 检测比较困难.

参考文献:

- [1] 刘箴, 唐岱新. 建筑结构损伤诊断方法研究[J]. 哈尔滨建筑大学学报, 2000, 33(1): 37-40.
- [2] LIU P L. Identification and damage detection of trusses using modal data[J]. J Struct Engrg, ASCE, 1995, 121(4): 599-608.
- [3] HJELMSTAD K D, SHIN S. Crack identification in a cantilever beam from modal response[J]. J Sound and Vib, 1996, 198(5): 527-545.
- [4] LAW S S, SHI Z Y, ZHANG L M. Structural damage detection from incomplete and noisy modal test data[J]. J Engrg Mech, ASCE, 1998, 124(11): 1280-1288.
- [5] YONG Xia, HONG Hao. Statistical damage identification of structures with frequency changes[J]. J Sound and Vib, 2003, 263: 853-870.
- [6] PANDEY A K, BISWAS M, SAMMAN M M. Damage detection from changes in curvature mode shape[J]. J Sound and Vib, 1991, 145(2): 321-332.
- [7] PANDEY A K, BISWAS M. Damage detection in structures using changes in flexibility[J]. J Sound and Vib, 1994, 169(1): 3-17.
- [8] 杨福生. 小波变换的工程分析与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2001: 1-10.
- [9] LIEW K M, WANG Q. Application of wavelet theory for crack identification in structures[J]. J Engrg Mech, 1998, 124(2): 152-157.
- [10] WANG Q, DENG X. Damage detection with spatial wavelets[J]. International Journal of Solids and Structures, 1999, 36: 3443-3468.
- [11] HONG J C, KIM Y Y, LEE H C et al. Damage detection using the Lipschitz exponent estimated by the wavelet transform applications to vibration modes of a beam[J]. International Journal of Solids and Structures, 2002, 39: 1803-1816.
- [12] MALLAT S, 杨力华, 戴道清. 信号处理的小波导引[M]. 黄文良, 谌秋辉, 译. 北京: 机械工业出版社, 2002: 122-142.

Structural damage detection based on modulus maximized wavelet transform of vibration mode

QIU Ying¹, REN Qing-wen², SHEN Wei³

(1. College of Civil Engineering, Guangxi University, Nanning 530004, China ;

2. College of Civil Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China ;

3. Nanjing Construction Installation Administration Bureau, Nanjing 210016, China)

Abstract : An introduction was given to a structural damage detection method based on the singularity detection principle. In the method, the discrete wavelet deformation was performed of the vibration mode of structures, and the location of structural damage was determined by the modulus maximum; the nonlinear relationship between the modulus maximum of the wavelet transform for different scales and the degree of structural damage was simulated by BP neural network, and the degree of structural damage was determined according to the output of the network. Numerical simulation of damage detection of a simply supported beam demonstrates that, without need for calculation of Lipschitz index, the method is effective for structural damage detection, and the precision meets the requirement of engineering.

Key words : wavelet transformation ; Lipschitz index ; damage detection ; BP neural network