建筑物沉降的时间序列分析与预报

兰孝奇[1],杨永平[2],黄　庆[3],严红萍[1]

(1.河海大学土木工程学院,江苏 南京　210098;2.北方自动控制技术研究所,山西 太原　030006;
3.江苏中江国际房地产公司,江苏 南京　210008)

摘要:首先对建筑物沉降数据序列进行了平稳化处理,然后研究了平稳化序列的建模和预报方法,最后结合建筑物沉降监测的具体实例进行了时间序列的分析与预报.结果表明:将时间序列分析方法应用于建筑物沉降监测,具有建模容易、计算简单、预报快速的特点;时间序列分析方法对建筑物沉降具有较高的模型拟合及预报精度,尤其是短期预报,效果更佳;应尽量避免使用时间序列进行中长期预报,要根据实测数据对所建模型进行实时更新.

关键词:建筑物;沉降;时间序列分析;趋势项;平稳序列;预报

中图分类号:TU433　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1000-1980(2006)04-0426-04

地下工程(如地铁工程)建设,一般都会导致地表建筑物地基产生不同程度的变形.这种变形在一定限度之内为正常现象,但如果超过规定限度,就会影响建筑物的正常使用,甚至危及其安全[1].因此,在建筑物施工和运营期间,对它们进行定期监测,并据已测数据寻求其变化规律和做出相应预测预报是非常必要的[2-3].

目前,对变形监测数据处理的方法有很多,如回归分析法、灰关联度分析法和神经网络法等.由于时间序列分析的研究对象是一串随时间变化而又相互关联的动态数据序列[4],而建筑物沉降量也正是一时间变量,可看作一动态数据序列,因此本文将时间序列分析方法引入建筑物沉降监测数据处理中,并通过具体实例计算分析其可行性与有效性.

1　监测数据的平稳化

大量地表建筑物监测动态数据特征表明,建筑物沉降量序列是由沉降量趋势项和沉降量平稳序列 2 部分组成的[5].即

$$S_t = m_t + X_t \qquad (t = 1,\cdots,n)$$

式中:S_t——建筑物沉降量序列;m_t——沉降量趋势项;X_t——沉降量平稳序列.

现对监测数据进行预处理,即利用差分方法删除趋势项[6],使其平稳化.若设 $m_t = at + b$,则有一阶差分 $\nabla S_t = S_t - S_{t-1} = a + (X_t - X_{t-1}) = a + \nabla X_t$.由于 a 为常数,所以 ∇S_t 一定是平稳系列.通常将 ∇ 称为差分算子.这样,当趋势项是 t 的一次函数时,通过一阶差分处理,就可得到一平稳系列.

同理,若设 $m_t = at^2 + bt + c$,则有二阶差分 $\nabla^2 S_t = \nabla S_t - \nabla S_{t-1} = 2a + \nabla^2 X_t$.这样,$\nabla^2 S_t$ 也变成了平稳系列.以此类推,算子 ∇^k 作用于任何 k 次多项式趋势项,其结果均为常数.即对于任一数据序列 $\{S_t\}$,反复作用差分算子 ∇,序列 $\{S_t\}$ 就可用一平稳过程的模型进行拟合.

2　平稳序列的模型确定与预报

2.1　模型类型与阶数的确定

由于观测序列在剔除了趋势项后,就由非平稳序列转化为平稳序列,因而可选用自回归 AR(p)模型.设 $x_1,\cdots,x_N$ 为零均值的平稳时间序列 $\{X_t\}$ 的一段样本观测值,则 AR(p)模型为[7-8]

$$X_t = \varphi_1 X_{t-1} + \varphi_2 X_{t-2} + \cdots + \varphi_p X_{t-p} + Z_t \qquad \{Z_t\} \sim N(0,\sigma^2)$$

收稿日期:2004-12-13

作者简介:兰孝奇(1962—),男,黑龙江齐齐哈尔人,副教授,博士,主要从事变形监测数据处理及 GPS 技术应用研究.

式中:$\varphi_j(j=1,\cdots,p)$——自回归系数;p——自回归模型的阶数;$\{Z_t\}$——均值为零、方差为 σ^2 的白噪声.

按如下步骤确定 AR(p)模型的阶数.

a. 由样本自协方差函数 $\hat{\gamma}_k=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N-k}x_ix_{i+k}$ 计算样本自相关函数 $\hat{\rho}_k=\hat{\gamma}_k/\hat{\gamma}_0,k=0,\cdots,K$. 为保证 $\hat{\gamma}_k$ 充分接近 γ_k,$\hat{\rho}_k$ 充分接近 ρ_k,一般取 $N>50,K<N/4$[7].

样本自相关函数 $\hat{\rho}_k$ 还可用于检测序列的平稳性. 从理论上讲,AR(p)序列的自相关函数具有迅速下降的趋势,并最终在较小范围内波动.

b. 计算样本偏相关函数 $\hat{\varphi}_{kk}$:

$$\begin{bmatrix}\hat{\varphi}_{k1}\\ \hat{\varphi}_{k2}\\ \square\\ \hat{\varphi}_{kk}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & & & \text{对}\\ \hat{\rho}_1 & 1 & & \text{称}\\ \square & \square & \ddots & \\ \hat{\rho}_{k-1} & \hat{\rho}_{k-2} & \cdots & 1\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\hat{\rho}_1\\ \hat{\rho}_2\\ \square\\ \hat{\rho}_k\end{bmatrix}$$

c. 当 $k>p$ 时,$\hat{\varphi}_{kk}$ 渐近服从正态分布 $N(0,\frac{1}{N})$. 因此,可据 3σ 原则[7],对每个 $p>0$ 逐个检查 $\hat{\varphi}_{p+1,p+1}$,$\hat{\varphi}_{p+2,p+2},\cdots,\hat{\varphi}_{p+M,p+M}$,以此确定自回归模型的阶数 p_0.

2.2　模型参数的估计

设平稳序列 $\{X_t\}$ 的样本观测值为($x_1,\cdots,x_N$),则 AR(p)模型可表示为

$$\boldsymbol{Y}_N=\boldsymbol{W}_N\boldsymbol{\varphi}_N+\boldsymbol{A}_N$$

其中:

$$\boldsymbol{Y}_N=(x_{p+1},x_{p+2},\cdots,x_N)^{\mathrm{T}}\qquad\boldsymbol{\varphi}_N=(\varphi_1,\varphi_2,\cdots,\varphi_p)^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{W}_N=\begin{bmatrix}x_p & x_{p-1} & \cdots & x_1\\ x_{p+1} & x_p & \cdots & x_2\\ \square & & & \square\\ x_{N-1} & x_{N-2} & \cdots & x_{N-p}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}_N=(z_{p+1},z_{p+1},\cdots,z_N)$$

根据最小二乘理论,参数 $\boldsymbol{\varphi}_N$ 的最小二乘估计为

$$\hat{\boldsymbol{\varphi}}_N=(\boldsymbol{W}_N^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_N)^{-1}(\boldsymbol{W}_N^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_N)$$

2.3　平稳序列的预报

设 X_t 为 AR(p)序列,即

$$X_t=\varphi_1X_{t-1}+\varphi_2X_{t-2}+\cdots+\varphi_pX_{t-p}+Z_t$$

令 $t=t+l$,代入上式并在等式两边取估计值,得

$$\hat{X}_{t+l}=\varphi_1\hat{X}_{t+l-1}+\varphi_2\hat{X}_{t+l-2}+\cdots+\varphi_p\hat{X}_{t+l-p}+\hat{Z}_{t+l}$$

由最小方差预报的基本性质,有

$$\hat{X}_{t+l}=\varphi_1\hat{X}_{t+l-1}+\varphi_2\hat{X}_{t+l-2}+\cdots+\varphi_p\hat{X}_{t+l-p}$$

其中 $\varphi_j(j=1,2,\cdots,p)$ 为样本序列确定的估计值. 在上式分别取 $l=1,2,\cdots,n$,即可得到第 1 步,第 2 步,…,第 n 步的预报值.

3　实例分析与应用

在南京某地铁车站施工期间,为确保其附近地表建筑物的安全,对附近地表建筑物地基进行了定期监测,所用仪器为 ZEISS NI007 精密水准仪,观测周期为 2 d. 现以某地表建筑物之一监测点为例进行分析,提取其前 40 期监测数据,用前 35 期监测数据建立数学模型,并对后 5 期进行沉降预测,同时与实测值进行比较分析.

首先对该监测点的前 35 期监测数据进行预处理. 由于在实际问题中,差分阶数常常很小,1 或 2 就足够了(原因是在有限区间上,许多函数用合理的低次多项式就可以得到很好的近似效果),因此经过 2 次差分,使其变为平稳序列 $\{X_t\}$. 现 $N=33$,取 $K=8<N/4$. 表 1 为该平稳序列的自相关函数值. 由表 1 可知,该序列

自相关函数值具有迅速下降的趋势,并最终波动范围也较小,故其平稳性得到了验证.

表1 自相关函数值

Table 1 Autocorrelation function values

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
自相关函数 ρ_k	1.00	-0.31	-0.17	0.09	-0.14	-0.08	0.18	0.16	-0.19

然后,利用该平稳序列 $\{X_t\}$ 建立自回归 AR(p)模型,据 3σ 原则确定的模型阶数 p_0 为 2.同时,由表 2 的模型精度比较也可对其进行验证.由表 2 可知,随着模型阶数的升高,模型精度也有所提高.但据节省原理,显然取模型 AR(2)较佳.

表2 模型精度比较

Table 2 Comparison of model accuracy

模型类别	残差平方和 V^2/mm^2	模型精度 m/mm
AR(1)	74.36	1.501
AR(2)	67.86	1.434
AR(3)	67.07	1.426

注:$m=\sqrt{\frac{V^2}{n-1}}$,其中 n 为残差个数.

通过最小二乘估计法和平稳序列 $\{X_t\}$ 求模型参数 φ_N,得 AR(2)模型为

$$X_t = -0.4048X_{t-1} - 0.2951X_{t-2} \quad (t = 3,\cdots,35) \tag{1}$$

由于平稳序列 $\{X_t\}$ 由原始数据序列 $\{S_t\}$ 2 次差分而得,所以

$$X_t = (S_t - S_{t-1}) - (S_{t-1} - S_{t-2}) = S_t - 2S_{t-1} + S_{t-2} \quad (t = 3,\cdots,35) \tag{2}$$

联立式(1),(2),得原始数据序列 $\{S_t\}$ 的数学模型为

$$S_t = 1.5952S_{t-1} - 0.4855S_{t-2} + 0.1854S_{t-3} - 0.2951S_{t-4} \quad (t = 5,\cdots,35)$$

利用该数学模型求该监测点的前 35 期模型拟合值并与实测值进行比较.其中,前 4 期模型拟合值等同于实测值.模型拟合比较见表 3,模型拟合效果见图 1.

表3 模型拟合比较

Table 3 Comparison of model fitting mm

期 号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
模型拟合值	0.00	-0.70	-1.85	-3.00	-4.02	-6.02	-6.63	-12.22	-17.66	-19.79	-22.15	-24.14
原始序列值	0.00	-0.70	-1.85	-3.00	-4.60	-5.55	-6.55	-13.90	-16.90	-19.25	-21.60	-23.30
残差序列值	0.00	0.00	0.00	0.00	0.58	-0.47	-0.08	1.68	-0.76	-0.54	-0.55	-0.84
期 号	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
模型拟合值	-25.26	-27.65	-31.82	-36.95	-38.48	-37.68	-37.57	-37.22	-37.69	-37.91	-37.91	-37.63
原始序列值	-24.85	-28.80	-33.35	-35.40	-37.10	-36.90	-36.80	-37.40	-37.70	-37.60	-37.60	-38.40
残差序列值	-0.41	1.15	1.53	-1.55	-1.38	-0.78	-0.77	0.18	0.01	-0.21	-0.31	0.77
期 号	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	
模型拟合值	-38.87	-38.62	-37.95	-38.69	-39.31	-40.21	-41.57	-40.59	-41.05	-40.92	-40.69	
原始序列值	-38.50	-38.00	-38.45	-39.05	-39.65	-40.70	-40.45	-40.65	-40.85	-40.70	-40.75	
残差序列值	-0.37	-0.62	0.50	0.36	0.34	0.49	-1.12	0.06	-0.20	-0.22	0.06	

从表 3 可知,模型拟合残差大都小于 1 mm,即具有较高的拟合精度.同时,由图 1 也可看出,模型拟合曲线与原始序列曲线走势基本一致,吻合较好.因此,利用已建好的原始数据序列 $\{S_t\}$ 数学模型对监测点 36~40 期进行了预报,预报结果见表 4.

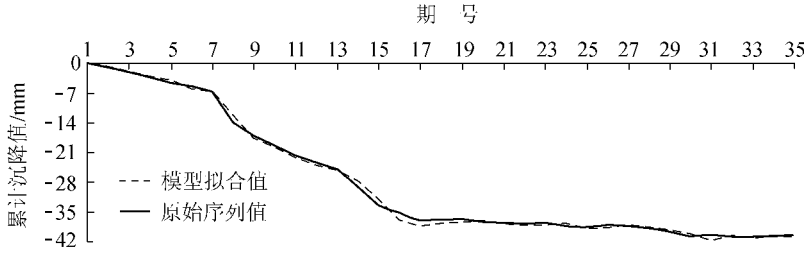

图1 模型拟合效果

Fig.1 Effect of model fitting

表4 累计沉降值预报

Table 4 Prediction of accumulative settlement

期号	实测值/mm	预报值/mm	绝对误差/mm	相对误差/%
36	-40.95	-40.96	0.01	0.02
37	-41.00	-41.09	0.08	0.20
38	-41.20	-41.10	0.10	0.25
39	-41.33	-41.14	0.19	0.46
40	-41.30	-41.52	0.22	0.53

注:"-"表示监测点下沉 绝对误差=|实测值-预报值|.

从表 4 可知:(a)时间序列预报结果精度令人满意,即沉降监测数据预报值与实测值一致.这较好地反映

了建筑物沉降已基本趋于稳定的实际情况.(b)预报精度随预报步数 l 的增加而有所降低.这是由于在进行第 l 步预报时,要用到第 1 ~ (l – 1)步的预报值.这与预报理论相吻合.因此,在监测过程中进行预报时,建议据所需精度要求及时利用实测数据重新建模,以使预报效果更佳.

4 结　论

a. 将时间序列分析方法应用于建筑物沉降监测,具有建模容易、计算简单和预报快速的特点.

b. 时间序列分析方法对建筑物沉降具有较高的模型拟合及预报精度,尤其是短期预报,效果更佳.

c. 应尽量避免使用时间序列进行中长期预报,要根据实测数据对所建模型进行实时更新.

参考文献:

[1] 李青岳,陈永奇. 工程测量学[M]. 北京:测绘出版社,1995:277-279.
[2] 华锡生,黄腾.精密工程测量技术及应用[M].南京:河海大学出版社,2002:157-159.
[3] 陈永奇,吴子安,吴中如.变形监测分析与预报[M].北京:测绘出版社,1997:1-5.
[4] 刘大杰,陶本藻. 实用测量数据处理方法[M]. 北京:测绘出版社,2000:72-77.
[5] 崔晓东,兰孝奇,张兵良.建筑物沉降规律的综合时序分析[J].现代测绘,2004,27(1):36-38.
[6] PETER J, RICHARD A D.时间序列的理论与方法[M]. 田铮,译.北京:高等教育出版社,2001:10-14.
[7] 夏乐天,朱永忠.工程随机过程[M].南京:河海大学出版社,2000:163-196.
[8] 栾元重,曹丁涛,徐乐年,等. 变形观测与动态预报[M].北京:气象出版社,2001:166-176.

Analysis and prediction of time series for building settlement

LAN Xiao-qi[1], YANG Yong-ping[2], HUANG Qing[3], YAN Hong-ping[1]

(1. *College of Civil Engineering, Hohai University, Nanjing* 210098, *China*;
2. *North China Institute of Automatic Control Technology, Taiyuan* 030006, *China*;
3. *Jiangsu Zhongjiang International Real Estate Co., Nanjing* 210008, *China*)

Abstract: With the original data of building settlement being processed smoothly, a study was performed of the process of modeling for prediction of stationary series. Time series analysis and prediction in a case study of settlement monitoring of buildings show that the introduction of time series analysis method into settlement monitoring of buildings makes it easy for modeling, computation and realization of fast prediction, and that it has high precision for model fitting and predication of building settlement, especially for short-term prediction. However, the time series is ineffective for middle and long-term prediction, and the developed model should be updated according to the measured data.

Key words: building; settlement; time series analysis; tendency item; stationary series; prediction