

关于土体各向异性弹塑性模型的讨论

张坤勇¹ 梅国雄² 赵延勇³

(1. 河海大学岩土工程研究所 ,江苏 南京 210098 2. 南京工业大学土木工程学院 ,江苏 南京 210009 ;
3. 济南市卧虎山水库管理处 ,山东 济南 250115)

摘要 :用剑桥模型和关口太田模型对偏载作用下的地基变形进行了有限元数值模拟 ,并结合真三轴试验成果比较分析了这 2 种模型柔度矩阵的特点 .结果表明 ,这 2 种模型均不能合理地反映复杂应力状态下的土体应力各向异性 .建议通过复杂应力条件下不同应力路径的真三轴试验 ,建立合理的各向异性屈服准则 ,进而建立各向异性非线性弹塑性模型 .
关键词 弹塑性模型 ;剑桥模型 ;关口太田模型 ;应力各向异性
中图分类号 :TU411 文献标识码 :A 文章编号 :1000-198X(2006)04-0451-05

天然土层在承受附加荷载前一般都处于不等向固结的初始 K_0 状态 .在某些工程中 ,天然土层在承受附加荷载前会处于初始三向应力状态 .剑桥模型^[1]和关口太田模型^[2]均不能合理地描述三维复杂应力状态下的应力各向异性规律 .本文通过有限元数值模拟和真三轴试验结果 ,比较了这 2 种弹塑性模型 3 种典型应力状态下柔度矩阵的特点 ,并对如何建立各向异性非线性弹塑性模型提出了建议 .

1 剑桥模型的改进

剑桥模型建立在等向固结试验基础上 ,初始 K_0 正常固结黏土被理想化为等向应变硬化的弹塑性材料 ,弹性区偏大 ,不能合理反映各向异性 ,偏应力减小的应力路径的计算结果偏小 .关口太田模型和剑桥模型相比 ,通过引入新的应力比参数 η^* ,将 p - q 平面上原来沿 p 轴等向硬化的屈服轨迹转化为沿 K_0 轴不等向硬化的屈服轨迹 ,调整了弹性区范围 ,从而可以从一定程度上反映土体非等向固结及应力轴旋转特性 .

关口太田模型的屈服方程为

$$\frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p}{p_0} + \frac{\lambda - \kappa}{(1 + e_0)M} \eta^* = \epsilon_v^p \tag{1}$$

$$\eta^* = \sqrt{\frac{3}{2}(\eta_{ij} - \eta_{ij0})(\eta_{ij} - \eta_{ij0})} \tag{2}$$

$$\eta_{ij} = \frac{S_{ij}}{p} \tag{3}$$

$$\eta_{ij0} = \frac{S_{ij0}}{p_0} \tag{4}$$

式中 : λ ——压缩指数 ; κ ——回弹指数 ; M ——临界状态应力比 ; e_0 ——初始孔隙比 ; p ——平均应力 ; p_0 ——初始平均应力 ; η^* ——应力比 ; ϵ_v^p ——塑性体积应变 ; η_{ij} ——归一化的偏应力张量 ; η_{ij0} ——固结完成时的归一化的偏应力张量 ; S_{ij} ——偏应力张量 ; S_{ij0} ——固结完成时的偏应力张量 .

等向固结时 ,关口太田模型退化为剑桥模型 ,其屈服方程为

$$\frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p}{p_0} + \frac{\lambda - \kappa}{(1 + e_0)M} \frac{q}{p} = \epsilon_v^p \tag{5}$$

式(5)和式(1)相比 ,最大的不同之处是应力比定义 (5)式应力比的定义考虑了等向固结的初始状态 .因

此, 关口太田模型不仅能模拟各向异性的初始 K_0 应力状态, 在等向固结的初始应力状态下, 还可以退化成剑桥模型的形式. 关口太田模型通过调整硬化轴和屈服轨迹形态, 减少了弹性区范围, 从而可基本上克服剑桥模型计算变形偏小的缺点.

2 2 种弹塑性模型的比较

为说明这 2 种弹塑性模型的特点, 分别用 2 种模型对受偏载作用的均匀地基进行有限元分析. 该地基长 20 m、高 15 m, 底部在 x 和 y 方向约束, 两侧只在 x 方向约束, 偏荷载分布在 2.5 m 范围内, 分 2 次施加, $q_1 = 50$ kPa, $q_2 = 100$ kPa, 如图 1 所示. 计算参数如表 1 所列. 2 种模型计算得到的分级荷载下的最大沉降如表 2 所示.

表 1 计算参数

Table 1 Calculation parameters							
$\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	$\varphi/(^{\circ})$	c/kPa	ν	G/Pa	e_0	λ	κ
1.9	22.0	44.0	0.3	125	2.45	0.3	0.075

注: ρ 为土体密度; φ 为摩擦角; c 为黏聚力; ν 为泊松比; G 为剪切模量.

表 2 最大沉降计算结果

Table 2 Calculated results of maximum settlement		
计算模型	第 1 级偏载作用下 最大沉降/cm	第 2 级偏载作用下 最大沉降/cm
剑桥模型	28	90
关口太田模型	60	110

从图 2、图 3 可知, 2 种模型计算得到的沉降等值线形态基本一致. 在第 1 级偏载作用下, 剑桥模型算得的最大沉降较小, 关口太田模型算得的最大沉降较大. 其原因是, 剑桥模型采用了过大的弹性区范围, 而关口太田模型调整了屈服轨迹, 减少了弹性区范围. 在第 2 级偏载作用下, 随着塑性区的开展, 2 种模型算得的最大沉降都显著增大, 最大沉降差异减小. 这说明通过引入新的应力比来改变屈服轨迹形式、调整弹性区范围的关口太田修正方法是有效的.

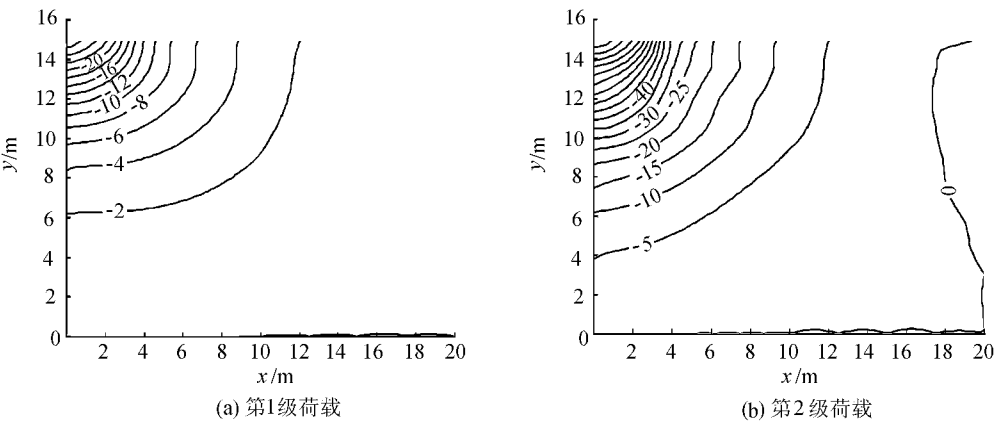


图 2 剑桥模型沉降计算结果(单位为 cm)

Fig.2 Calculated result of settlement with Cam-Clay model

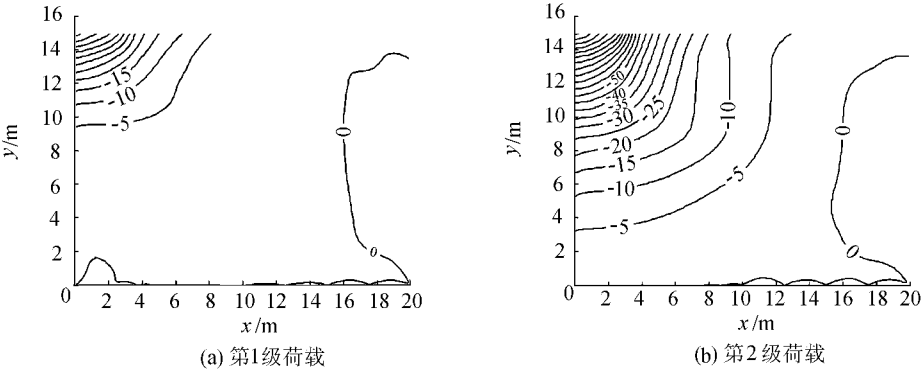


图 3 关口太田模型沉降计算结果(单位为 cm)

Fig.3 Calculated result of settlement with Ohta-Sekiguchi model

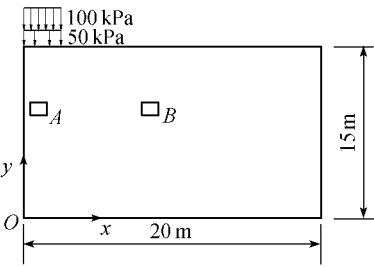


图 1 计算简图

Fig.1 Sketch of calculation

从典型单元的弹塑性柔度矩阵可以直观地了解到 2 种模型上述计算结果存在差异的原因.在第 1 级偏荷载作用下 ,单元应力分量为

$$(\sigma_x,\sigma_y,\tau_{xy})^T=(52.7,102.7,-3.225)^T$$

(6)

由剑桥模型得到的弹塑性柔度矩阵为

$$\boldsymbol{C}_{\text{ep-cam}}=\begin{bmatrix}c_{xx}&c_{xy}&c_{x,xy}\\c_{yx}&c_{yy}&c_{y,xy}\\c_{xy,x}&c_{xy,y}&c_{xy,xy}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.000\,046\,7&-0.000\,121\,6&0.000\,016\,5\\-0.000\,121\,6&0.000\,824\,7&-0.000\,116\,7\\0.000\,016\,5&-0.000\,116\,7&0.000\,097\,2\end{bmatrix}$$

(7)

由关口太田模型得到的弹塑性柔度矩阵为

$$\boldsymbol{C}_{\text{ep-os}}=\begin{bmatrix}c_{xx}&c_{xy}&c_{x,xy}\\c_{yx}&c_{yy}&c_{y,xy}\\c_{xy,x}&c_{xy,y}&c_{xy,xy}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.000\,267\,0&-0.000\,671\,9&0.000\,103\,2\\-0.000\,671\,9&0.001\,818\,7&-0.000\,278\,5\\0.000\,103\,2&-0.000\,278\,5&0.000\,123\,4\end{bmatrix}$$

(8)

其中

$$(C_{\text{ep-os}})_{ij}>(C_{\text{ep-cam}})_{ij}$$

(9)

即关口太田模型柔度矩阵的元素一般比剑桥模型柔度矩阵的元素大,这是关口太田模型能够得到较大计算变形的根本原因.

3 柔度矩阵的分析比较

关口太田模型在剑桥模型的基础上,通过引入新的应力比参数来改变 p - q 平面上的屈服轨迹形态、调整塑性区范围,从而可以基本上反映初始 K_0 固结的影响,改善计算结果.但这 2 种模型都建立在室内常规三轴试验的基础上,它们不能反映三维应力状态下应力变形规律:主对角线元素一般占优,侧向变形元素多数为负(即膨胀); i 方向作用应力增量时, j,m 2 个方向所产生的侧向应变一般不等;互为侧向的任意 2 个方向 i,j 若 $\sigma_i>\sigma_j$,则侧向变形 $c_{ji}<c_{ij}$ (代数值);主对角线元素大小不一,应力大的方向应变大;等等.合理的各向异性弹塑性模型,模拟结果应具有这几条规律^[3-4].

典型三向应力状态下 2 种模型所形成的柔度矩阵如表 3 所列.

表 3 不同应力状态下 2 种模型的柔度矩阵

Table 3 Matrixes of flexibility of two models at different stress states

应力状态			修正剑桥模型的柔度矩阵	关口太田模型的柔度矩阵
σ_1/kPa	σ_2/kPa	σ_3/kPa		
120	120	100	$\begin{bmatrix}0.000\,11&0.000\,06&0.000\,01\\0.000\,06&0.000\,11&0.000\,01\\0.000\,01&0.000\,01&0.000\,04\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.000\,01&-0.000\,12&-0.000\,11\\-0.000\,12&0.000\,25&0.000\,18\\-0.000\,11&0.000\,18&0.000\,21\end{bmatrix}$
300	200	100	$\begin{bmatrix}0.000\,32&0.000\,04&-0.000\,19\\0.000\,04&0.000\,05&-0.000\,04\\-0.000\,19&-0.000\,04&0.000\,15\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.000\,07&-0.000\,08&-0.000\,06\\-0.000\,08&0.000\,20&0.000\,10\\-0.000\,06&0.000\,10&0.000\,12\end{bmatrix}$
300	100	100	$\begin{bmatrix}0.001\,54&-0.000\,66&-0.000\,66\\-0.000\,66&0.000\,32&0.000\,27\\-0.000\,66&0.000\,27&0.000\,32\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.000\,07&-0.000\,08&-0.000\,08\\-0.000\,08&0.000\,18&0.000\,13\\-0.000\,08&0.000\,13&0.000\,18\end{bmatrix}$

在第 1 种应力状态下 $\sigma_1=120\text{ kPa}$ $\sigma_2=120\text{ kPa}$ $\sigma_3=100\text{ kPa}$ 3 个主应力相近.修正剑桥模型对应侧向应变全为正,即压缩,相当于泊松比都为负值,这是不合理的;关口太田模型在形态上比修正剑桥模型有所改善,但在施加 σ_2 和 σ_3 时, σ_1 方向为膨胀,不符合 σ_1 方向应为压缩的实际变形规律.

在第 2 种应力状态下 $\sigma_1=300\text{ kPa}$ $\sigma_2=\sigma_3=100\text{ kPa}$,这是典型的三向应力状态.修正剑桥模型, σ_1 方向加荷时, σ_2 方向压缩, σ_3 方向膨胀; σ_2 方向加荷时, σ_1 方向压缩, σ_3 方向膨胀,这能够从一定程度上反映各向异性变形规律,但 σ_3 方向加荷时, σ_1 方向膨胀,这与文献[4] σ_1 方向应为压缩的结论相反.关口太田模型, σ_2 方向加荷时, σ_3 方向压缩, σ_1 方向膨胀,这是不合理的.据真三轴试验结果分析,应是 σ_3 方向膨胀, σ_1 方向压缩; σ_3 方向加荷时也存在和 σ_2 方向加荷同样的问题; σ_1 方向加荷时,侧向膨胀,这符合试验规律.

在第 3 种应力状态下 $\sigma_1=300\text{ kPa}$ $\sigma_2=200\text{ kPa}$ $\sigma_3=100\text{ kPa}$,2 种模型在大主应力方向的柔度矩阵元素都比较合理,但 σ_2 和 σ_3 方向加荷时, σ_1 方向膨胀,而文献[4]的结果是 σ_1 方向压缩.

此外,3种应力状态下某些柔度矩阵元素的数值大小也与真三轴试验结果存在较大差异.分析表3可知,2种模型均不能合理地描述各向异性变形规律.要根本上解决各向异性问题,还需对屈服准则和流动法则进行全面修正.

4 建模方法

综上所述,要建立能很好地反映土体各向异性应力变形特征的弹塑性模型,必须通过复杂应力状态下不同应力路径真三轴试验建立三维化的各向异性屈服准则,并对弹塑性柔度矩阵进行合理修正.

4.1 试验验证

文献[3,4]所介绍的真三轴试验都是简单的单向加荷试验,应力路径和加荷方式有其局限性,试验成果只能反映土体在复杂应力状态下的部分各向异性变化规律.要建立土体各向异性弹塑性模型,必须进行大量的复杂应力状态下的不同球应力、不同洛德角的应力路径加卸载试验.

4.2 各向异性屈服准则的三维化

传统弹塑性理论不能应用于土体材料的主要原因是:相关联流动法则不能反映土体各向异性,德鲁克公设不适用于土体这种非稳定性材料;塑性应变增量方向取决于应力状态的唯一性假设;主应力轴旋转会产生塑性变形;复杂应力状态下具有各向异性变形特征的土体柔度矩阵实际上是不对称的.即在弹塑性理论中,只有采用不相关联的流动法则才能描述土体的非线性各向异性特征.但无论采用何种流动法则,形成的塑性柔度矩阵主对角元素都不能保证占优.尽管真三轴试验结果表明,在某些应力状态下,这种主元不占优也是可能的,但并不是普遍情况.因此,需要建立三维应力应变空间的合理屈服准则和流动法则.

SMP屈服准则、Lade屈服准则等是三维应力状态的屈服准则,能够较好地描述各向异性特征.它们与各向同性屈服准则的区别主要表现在 π 平面上的屈服轨迹形式上,即用曲边三角形代替各向同性的Mises圆形屈服轨迹.类似的屈服准则已得到推广和应用.如孙德安等^[5-6]将建立在普通三轴试验基础上的各向同性弹塑性模型合理地推广到三维应力空间.其他三维化方法还有形状函数方法和广义塑性力学方法等^[7].但这些方法偏重于数学证明和推导,验证试验多是参考性质的,缺少试验依据和实际工程的检验.因此,要使这些方法更符合实际,一方面要加强和补充各向异性屈服准则的室内普通三轴试验、真三轴试验和平面应变的验证试验,另一方面要与常规各向同性弹塑性模型数值分析效果进行比较,以检验其可靠性.

4.3 弹塑性柔度矩阵的修正

由于弹塑性柔度矩阵是在弹性柔度矩阵的基础上求出的,其性质很大程度上取决于弹性常数.如果弹性应变在总应变中所占比例过小,受塑性柔度矩阵的影响,总应力计算误差可能会增大.通过以下方法可改变弹塑性柔度矩阵的性质.一是人为降低弹性模量,使弹性应变在总应变中占有相当大的比例,以保证矩阵的合理性;二是采用变弹性-弹塑性混合模型以增加塑性应变比例;三是采用多重屈服面模型,屈服面重数越多,应变增量的方向越依赖于应力增量方向.因此,应建立一种非线性弹性-弹塑性混合模型^[8].同时,为反映真三轴试验所揭示的各向异性,可依据各向异性原理对非线性弹性部分进行修正.

5 结 论

以复杂应力状态下真三轴试验结果为依据,建立各向异性屈服准则,在三维化的修正剑桥模型的基础上,用非线性各向异性弹性部分代替弹塑性模型的线弹性部分,用采用各向异性屈服准则的三维化修正关口太田模型描述塑性部分,是合理反映各向异性并从根本上改善柔度矩阵形态的有效方法.

参考文献:

- [1] 钱家欢,殷宗泽.土工原理与计算[M].2版.北京:中国水利水电出版社,1996:74-77.
- [2] SEKIGUCHI H, OHTA H. Induced anisotropy and time dependency in clay[C]//MURAYAMAS, SCHOFIELD A N. Proc 9th ICSMFE, Specialty Session 9. Tokyo: JSSMFE, 1977: 229-238.
- [3] 徐志伟.砂土侧向变形特性的真三轴试验研究[J].岩土工程学报, 2000, 22(3): 371-374.
- [4] 殷宗泽,徐志伟.土体的各向异性及其近似模拟[J].岩土工程学报, 2002, 24(5): 547-551.

[5] 孙德安,姚仰平,殷宗泽. SMP 准则的双屈服面弹塑性模型的三维化[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(5): 631-634.
[6] 孙德安,姚仰平,殷宗泽. 初始应力各向异性土的弹塑性模型[J]. 岩土力学, 2000, 21(9): 222-226.
[7] 孔亮,张鲁渝,郑颖人. 两种土体弹塑性模型三维化方法的比较研究[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(4): 519-521.
[8] 卢海华. 土体的弹塑性柔度矩阵研究及修正的双屈服面模型[D]. 南京: 河海大学, 1994.

Discussion on anisotropic elastic-plastic constitutive model for soil mass

ZHANG Kun-yong¹, MEI Guo-xiong², ZHAO Yan-yong³

- (1. Geotechnical Research Institute of Hohai University, Nanjing 210098, China ;
2. College of Civil Engineering, Nanjing University of Technology, Nanjing 210009, China ;
3. Reservoir Administrative Office of Wuhu Mountain, Jinan 250115, China)

Abstract Numerical simulation of foundation deformation under asymmetrical loading with the finite element method was performed by use of the Cam-Clay model and the Ohta-Sekiguchi model. The comparison of the matrixes of flexibility of the two models based on the results from the true triaxial tests shows that Ohta-Sekiguchi model can reflect initial K_0 consolidation to some extent by adjusting yield locus, but neither of the two models can reflect the stress-induced anisotropy of soil mass in the complicated stress state. It is suggested that the true triaxial test under different stress paths should be performed to derive reasonable anisotropic yield criterion and further to develop nonlinear anisotropic elastic-plastic constitutive model.

Key words elastic-plastic constitutive model ; Cam-Clay model ; Ohta-Sekiguchi model ; stress-induced anisotropy

.....

《河海大学学报(哲学社会科学版)》征订启事
(CN32 - 1521/C , ISSN1671 - 4970 , 季刊 , 自办发行)

本刊以马列主义、毛泽东思想、邓小平理论和“三个代表”重要思想为指导,坚持实事求是的思想路线,贯彻“双百”方针,弘扬时代主旋律,理论联系实际,为社会主义物质文明与精神文明建设服务。
本刊为哲学与社会科学类学术期刊,主要刊登哲学、政治学、文学、史学、语言学、法学、社会学、心理学、经济学、管理学、高等教育学等社会科学方面的研究成果、学术论文、综述等学术性文章。本刊可供上述有关专业的研究人员、管理人员和大专院校师生阅读与参考。本刊为中国学术期刊(光盘版)入编期刊与中国学术期刊网入编期刊。
本刊由河海大学主办,每季末出版,国内外公开发行。2006 年每本定价 5 元,每本邮费 1 元,全年订费 24 元。欢迎广大读者直接向编辑部订阅。联系地址:南京市西康路 1 号《河海大学学报(哲学社会科学版)》编辑部,邮政编码 210098。联系电话 025-83786376。