潮流数值模拟中垂向紊动黏性系数的选取

周 杰[1],汪德□[1],赖锡军[2]

(1.河海大学环境科学与工程学院,江苏 南京 210098;2.中国科学院南京地理与湖泊研究所,江苏 南京 210008)

摘要 在已有污染物垂向扩散过程研究的基础上,提出了确定潮流数值模拟中垂向紊动黏性系数的垂线平均值的经验方法,并将此方法应用到长江口长兴岛段的潮流三维数值模拟中.计算结果表明,该方法对不同水深、雷诺数适应能力强,计算结果合理,满足工程应用精度的要求.

关键词 数值模拟;浅水方程;垂向紊动黏性系数;潮流;σ 坐标

中图分类号:TV133.2 **文献标识码**:A **文章编号**:1000-1980(2006)04-0460-05

简化的三维浅水方程,其具有黏性特性的扩散系数的确定往往比较困难.水平紊动黏性系数对水流的计算结果影响不大[1],黏性系数越大,水平黏性也越大,在剪切流中形成的涡也就越强.垂向紊动黏性系数对计算结果的影响非常大[2-3],会直接影响到垂向流速的分布.湍流模式理论在三维潮流数值模拟中得到了广泛的应用.其中最著名的是 Princenton 大学 Mellor 等[4]研制的 POM 模型,垂向紊动黏性系数由 Mellor-Yamada 双方程紊流闭合模型计算.模式理论虽然能够较好地估计出垂向紊动黏性系数的大小和垂直分布,但是边界条件的确立比较困难,同时计算也容易失稳,还增加了不少的计算量.文献[1]提出了一种比较合理的分布.文献[5]在假定流速垂向按指数率分布的基础上引入切变扩散过程的概念,推导出污染物扩散过程中切变弥散系数的表达式.本文假设粒子或污染物扩散与动量扩散过程相似,并将该假设应用到三维浅水方程的垂线平均垂向紊动黏性系数的计算中,通过 POM 紊流模型封闭计算得到的值率定表达式系数,发现垂线平均垂向紊动黏性系数与雷诺数相关性甚好.

1 潮流数值模拟基本方程

基于静压假定和 Boussinesq 涡黏性假定,雷诺方程可退化为三维浅水方程,用于描述河口与海岸的大尺度流动.为了简便起见,假定水体密度变化是由于盐度分布的不均匀所产生,并忽略水体温度变化引起的密度变化,这对一般的河口与近海水域而言是可行的.引入 Philips[6] 发展的 σ 坐标系:

$$\sigma = (z - \zeta)/(h + \zeta) \tag{1}$$

式中:ζ——水位(潮位);h——河底相对于基准面的距离;H——总水深,$H = h + \zeta$.因此,σ 坐标的变化范围是 $[-1,0]$,在水面上为 0,海底为 -1.根据联合求导法则,水动力学控制方程可表示为

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial (Hu)}{\partial x} + \frac{\partial (Hv)}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial \sigma} = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial (Hu)}{\partial t} + \frac{\partial (Huu)}{\partial x} + \frac{\partial (Huv)}{\partial y} + \frac{\partial (u\omega)}{\partial \sigma} = fHv - gH\frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \sigma}\left[\frac{K_M}{H}\frac{\partial u}{\partial \sigma}\right] + HA_M\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) - \frac{gH^2}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial x}\int_\sigma^0 \rho \mathrm{d}\sigma + \frac{gH}{\rho_0}\frac{\partial H}{\partial x}\int_\sigma^0 \frac{\partial \rho}{\partial \sigma}\mathrm{d}\sigma \tag{3}$$

$$\frac{\partial (Hv)}{\partial t} + \frac{\partial (Huv)}{\partial x} + \frac{\partial (Hvv)}{\partial y} + \frac{\partial (v\omega)}{\partial \sigma} = -fHu - gH\frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \sigma}\left[\frac{K_M}{H}\frac{\partial v}{\partial \sigma}\right] + HA_M\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) - \frac{gH^2}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial y}\int_\sigma^0 \rho \mathrm{d}\sigma + \frac{gH}{\rho_0}\frac{\partial H}{\partial y}\int_\sigma^0 \frac{\partial \rho}{\partial \sigma}\mathrm{d}\sigma \tag{4}$$

收稿日期:2004-10-20

作者简介:周杰(1976—),男,浙江海宁人,博士,主要从事水动力和水质数学模型研究.

$$\omega = H\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = w - u\left(\sigma\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial \zeta}{\partial x}\right) - v\left(\sigma\frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial y}\right) - (\sigma + 1)\left(\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial \zeta}{\partial t}\right) \tag{5}$$

式中:t——时间;u,v——流速矢量在 x,y 轴上的分量;ω——σ 坐标系下的垂向流速;w——物理坐标下的垂向流速;A_M——水平紊动黏性系数;K_M——垂向紊动黏性系数;g——重力加速度;f——科氏力系数.

2　垂线平均紊动黏性系数大小的确定

粒子或污染物在湍流场中的扩散,一般有 3 种形式,即分子扩散、湍流扩散和剪切弥散.工程中分子扩散作用很小,因而不考虑.湍流扩散比剪切弥散作用也小得多[5].文献[5]基于一维切变湍流的扩散方程导出了弥散系数表达式

$$m_d = m(1 + m)\left(\frac{\bar{u}}{u_*}\right)^3\left(\frac{Hu_*}{v}\right)C_1 \tag{6}$$

式中:u_*——摩阻流速;v——运动黏滞系数;m——流速垂向分布的幂指数;C_1——与 m 有关的系数[5].

由于污染物的扩散过程和动量的扩散过程具有相似性,垂向紊动黏性系数的垂线平均值和弥散系数具有相似形式,故先假定

$$K_{m_0} = A\left(\frac{\bar{u}}{u_*}\right)^3\frac{Hu_*}{v} \tag{7}$$

将谢才公式代入式(7)并化简后有

$$K_{m_0} = A\frac{C^2}{g}\frac{H\bar{u}}{v} = BC^2Re \tag{8}$$

式中:K_{m_0}——垂线平均垂向紊动黏性系数;C——谢才系数;Re——雷诺数;B——待定系数,m·s,按照 JTJ/T 233—98《海岸与河口潮流泥沙模拟技术规程》要求修改 POM 模型的底床摩阻,计算采用谢才公式和曼宁糙率并通过 POM 模型数值试验率定.

数值试验是在水深分别为 1 m,10 m,100 m,200 m,水平尺度分别为 2 km × 1 km,20 km × 10 km,200 km × 100 km,400 km × 200 km 的矩形水槽上进行的.在不同糙率下逐步加大进口流量,统计中部 4 条垂线,共得到 42 464组统计数据,试验结果见表 1.

表 1　数值试验结果

Table 1　Result of numerical experiments

糙率	水深/m	谢才系数	最小雷诺数	最大雷诺数	系数 B	K_{m_0}和 Re 的相关系数
0.005	1.0	200.00	6.64×10^{4}	1.06×10^{6}	1.086×10^{-14}	0.9969
0.010	1.0	100.00	6.56×10^{4}	8.49×10^{5}	8.279×10^{-14}	0.9983
0.020	1.0	50.00	6.37×10^{4}	6.37×10^{5}	5.353×10^{-13}	0.9981
0.030	1.0	33.33	6.22×10^{4}	5.32×10^{5}	1.506×10^{-12}	0.9982
0.005	10.0	293.56	5.86×10^{6}	3.65×10^{7}	3.285×10^{-15}	0.9996
0.010	10.0	146.78	5.64×10^{6}	3.16×10^{7}	2.519×10^{-14}	0.9999
0.020	10.0	73.39	5.07×10^{6}	2.46×10^{7}	1.738×10^{-13}	0.9999
0.030	10.0	48.93	4.57×10^{6}	2.00×10^{7}	5.149×10^{-13}	0.9999
0.005	100.0	430.89	6.66×10^{7}	1.13×10^{8}	1.424×10^{-15}	0.9969
0.010	100.0	215.45	6.64×10^{7}	1.07×10^{9}	8.803×10^{-15}	0.9983
0.020	100.0	107.72	6.57×10^{7}	8.87×10^{8}	6.547×10^{-14}	0.9986
0.030	100.0	71.82	6.48×10^{7}	7.51×10^{8}	2.011×10^{-13}	0.9987
0.005	200.0	483.66	1.33×10^{8}	3.19×10^{8}	1.100×10^{-15}	0.9957
0.010	200.0	241.83	1.33×10^{8}	3.10×10^{9}	5.954×10^{-15}	0.9972
0.020	200.0	120.92	1.32×10^{8}	2.59×10^{9}	4.632×10^{-14}	0.9985
0.030	200.0	80.61	1.32×10^{8}	2.21×10^{9}	1.455×10^{-13}	0.9988

K_{m_0}和雷诺数 Re 在谢才系数不变的情况下具有非常好的线性相关性,但是所需率定的系数 B 和谢才系数存在着依赖关系.从图 1 可知,系数 B 和谢才系数 C 相关性较好.经拟合,二者符合如下关系:

$$B = aC^n \tag{9}$$

式中 $a = 1.75\times10^{-8}$,$n = -2.67$.从而式(8)可写为

$$K_{m_0} = aC^{-0.67}Re \tag{10}$$

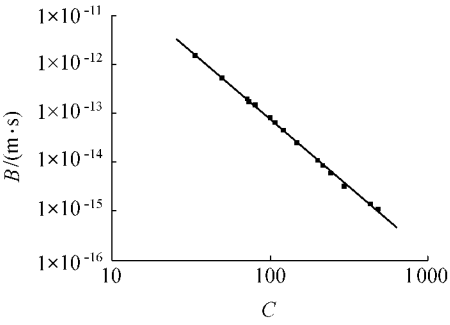


图1 谢才系数 C 和系数 B 的关系

Fig.1 Relationship of B and C

3 算 例

3.1 算例的数值方法

采用模态分裂方法把潮波传播与变形过程的计算从三维流场的计算中分离出来.外模态运用分步法将二维浅水方程分成对流分步和扩散波动分步.对流分步采用特征线方法求解,扩散波动分步采用半隐的有限元方法求解[7].求解内模态时,水平方向采用和外模态同样的技术,而垂向采用半隐有限差分求解.

3.2 算例比较

3.2.1 明渠恒定流

为了验证本文方法的有效性,分别对水深为 0.5 m,2.0 m,20.0 m,110.0 m 的明渠流动进行了模拟.模拟试验采用常数方法($K_{m_0}=0.01$)和本文方法,垂向分布均采用文献[1]中的抛物线型 S2.将模拟结果与流速对数分布进行比较,结果见图 2.由图 2 可以看出,由本文方法确定的 K_{m_0} 能够适应不同的水深,而常数方法适应性较差.

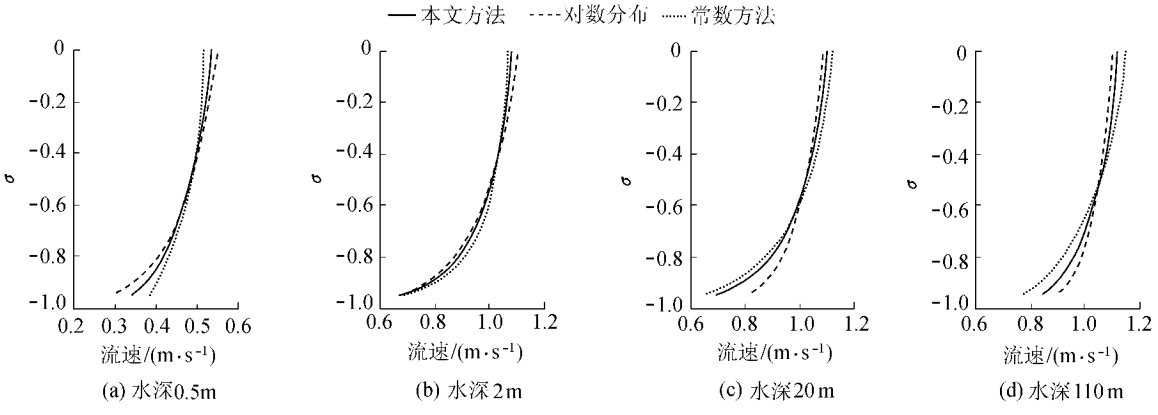


图2 明渠恒定流流速比较

Fig.2 Comparison of velocity profiles for open channel

3.2.2 长江口三维潮流数值模拟

为了进一步验证本文确定垂向紊动黏性系数的垂线平均值在潮汐河口应用的可靠性,对长江河口南支、北港、南港的感潮河段进行了三维潮流数值模拟,计算区域如图 3 所示.率定资料时间长度为 24 h,对其后 50 h 的流场进行了模拟.上下游边界条件都是水位边界条件.水位验证点为浏河、吴淞口,流速验证点为 15,16,17 和 21 号垂线.对比模拟中,算例 1 垂向紊动黏性系数的垂线平均值采用常数 0.01 m^2/s,而算例 2 采用本文方法.该 2 个算例中,垂向紊动黏性系数的垂向分布同明渠算例.流速验证比较如图 4 所示.

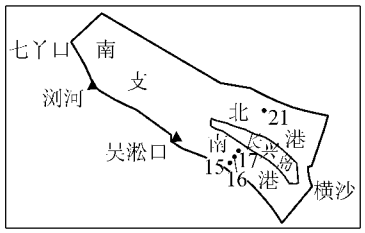
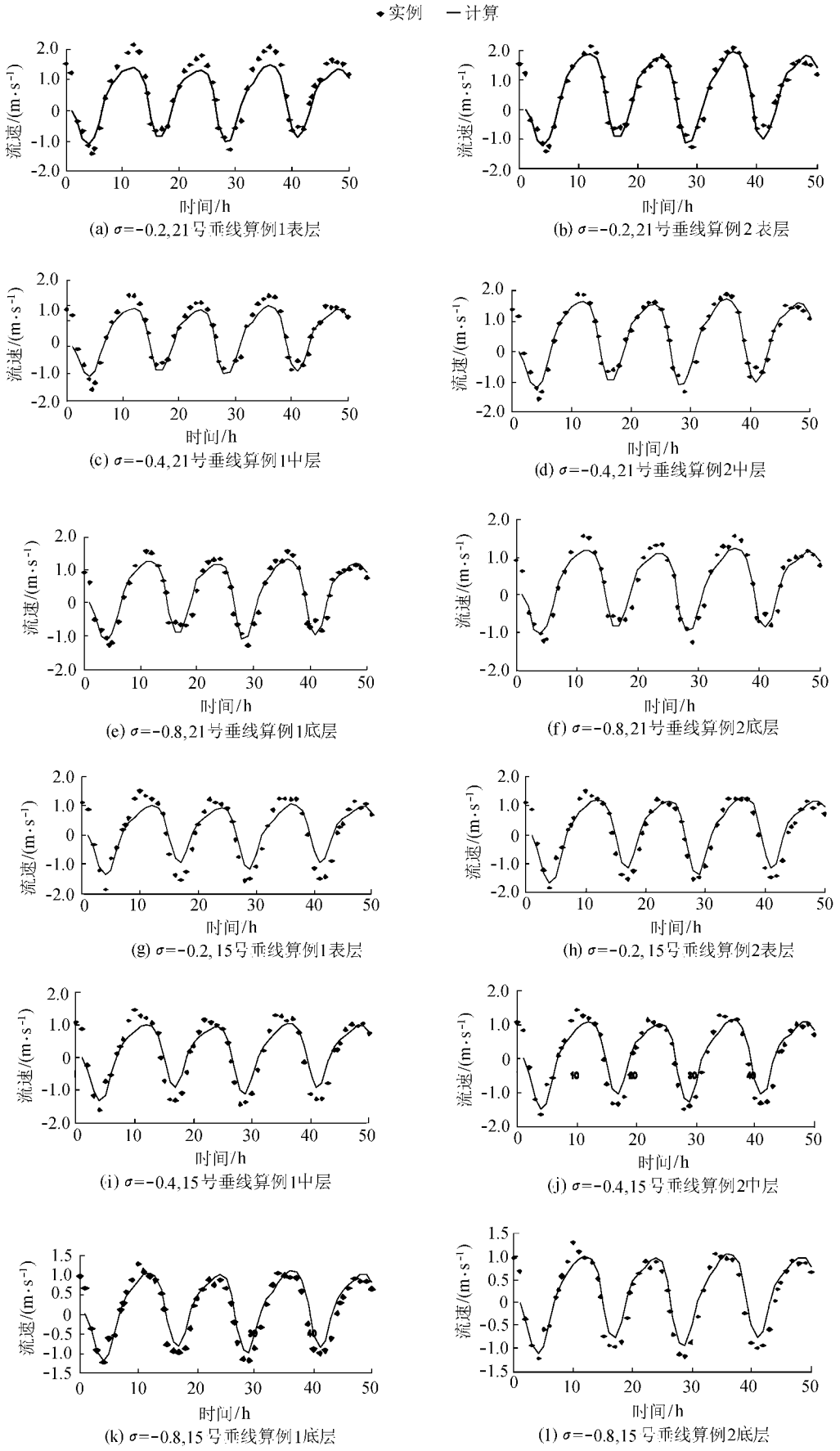


图3 计算区域示意图

Fig.3 Sketch of computational region

4 结 论

15 号和 21 号垂线的 50 h 平均水深分别是 5.7 m 和 10.8 m.算例 1 中 15 号垂线水深较浅,垂向紊动黏性系数采用常数 $K_{m_0}=0.01$ 已经过大了,使得流速垂向分布明显均匀化,21 号垂线也略均匀化.而采用本文方法后,流速分布得到明显改善,能够自适应不同的水深和雷诺数.数值试验表明,经验表达式在水深小于 100 m的情况下计算结果合理.由于本文方法没有紊流模型,避免了紊流边界条件处理的困难,增加了数值方法的稳定性,同时大大减少了计算量,在工程应用中不失为一种有效、可行的方法.



(a) $\sigma=-0.2$,21号垂线算例1表层　(b) $\sigma=-0.2$,21号垂线算例2表层

(c) $\sigma=-0.4$,21号垂线算例1中层　(d) $\sigma=-0.4$,21号垂线算例2中层

(e) $\sigma=-0.8$,21号垂线算例1底层　(f) $\sigma=-0.8$,21号垂线算例2底层

(g) $\sigma=-0.2$,15号垂线算例1表层　(h) $\sigma=-0.2$,15号垂线算例2表层

(i) $\sigma=-0.4$,15号垂线算例1中层　(j) $\sigma=-0.4$,15号垂线算例2中层

(k) $\sigma=-0.8$,15号垂线算例1底层　(l) $\sigma=-0.8$,15号垂线算例2底层

图 4　流速验证对比

Fig.4　Comparison of validated results of velocity

参考文献:

[1] 陈永平,刘家驹,喻国华.潮流数值模拟中紊动黏性系数的研究[J].河海大学学报:自然科学版,2002,30(1):39-43.
[2] HALPEN D. Variability of near-surface currents in the Atlantic North Equatorial Countercurrent during GATE[J]. J Phys Oceanogr,1980,10(2):1213-1220.
[3] SCHNEIDER N P N. Sensitivity of the surface equatorial ocean to the parameterization of vertical mixing[J]. J Phys Oceanogr,1994,24(7):1623-1640.
[4] MELLOR G L,YAMADA T. Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems [J]. Review of Geophysics and Space Physics,1982,20(4):851-875.
[5] 梁在潮.工程湍流[M].武汉:华中理工大学出版社,1999:260-268.
[6] PHILIPS N A. A coordinate system having some special advantages for numerical forecasting [J]. Journal of Meteorology,1957 (14):184-185.
[7] 周杰,汪德□.有限元水流计算中内存和运行效率问题的初探[J].水科学进展,2004,15(5):593-597.

Determination of vertical turbulence viscosity coefficient in numerical simulation of tides

ZHOU Jie[1], WANG De-guan[1], LAI Xi-jun[2]

(1. *College of Environmental Science and Engineering, Hohai University, Nanjing* 210098, *China*;
2. *Nanjing Institute of Geography & Limnology, Chinese Academy of Sciences, Nanjing* 210008, *China*)

Abstract: Based on previous study of pollutant dispersion in vertical direction, an empirical formula for determining the mean value of turbulence viscosity coefficient in numerical simulation of tides in vertical direction was worked out and applied to 3-D numerical simulation of tides for Changxing Island reach in Yangtze River estuary. The calculated result is reasonable and meets the engineering requirement for precision, and it also shows that the method is versatile for different water depths and Renolds numbers.

Key words: numerical simulation; shallow water equation; vertical turbulence viscosity coefficient; tide; σ coordinate