

横流条件下垂直动量射流数值模拟

卞晓静

(河海大学水利水电工程学院 ,江苏 南京 210098)

摘要 运用标准 $k-\epsilon$ 紊流模型和易实现 $k-\epsilon$ 紊流模型对横向流动条件下垂直动量射流的混合特性进行数值模拟. 计算结果表明 2 个模型均较好地复演了横向流动条件下垂直动量射流的传播和混合过程. 在时均特性方面 2 个模型的模拟结果相近 ,计算结果与前人的试验结果吻合较好. 在紊动特性方面 ,计算的紊动强度分布趋势与试验结果吻合较好 ,且易实现 $k-\epsilon$ 紊流模型的模拟结果要优于标准 $k-\epsilon$ 紊流模型 ,但 2 个模型都不足以从定量上描述横向射流的紊动特性.

关键词 动量射流 ;标准 $k-\epsilon$ 紊流模型 ;易实现 $k-\epsilon$ 紊流模型

中图分类号 :O358 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-198X(2006)05-0530-04

根据圆射流和环境流体的流动方向不同 ,圆射流可分为 4 种情况 :静水环境下的圆射流、同向流动条件下的圆射流(同向射流)、反向流动条件下的圆射流(反向射流)和横向流动条件下的圆射流(横向射流). 其中 ,由于横向流动与射流之间相互作用复杂 ,横向射流一直是环境水力学研究中重要的研究课题. 在实验研究方面 ,文献 [1~3] 应用不同的实验技术研究了横向射流的时均和紊动特性 ;在数值模拟方面 ,大多数研究者采用标准 $k-\epsilon$ 紊流模型^[4~5]和重整化群 $k-\epsilon$ 紊流模型^[6] ,取得了较好的成果.

文献 [7] 提出的易实现 $k-\epsilon$ 紊流模型与标准 $k-\epsilon$ 紊流模型的主要区别在于 (a)系数 c_μ 不是一个常数 ; (b)模型中采用一个更有物理意义的传输方程来描述耗散率 ϵ . 易实现 $k-\epsilon$ 紊流模型更加精确地预测了平面射流和同向射流的传播和混合特性^[8] ,然而未见其在横向射流研究中的应用. 本文应用易实现 $k-\epsilon$ 紊流模型模拟了横向射流的速度场 ,并与标准 $k-\epsilon$ 紊流模型的预测结果以及前人的试验成果进行了对比分析.

1 数学模型和数值方法

1.1 数学模型

控制方程采用定常不可压缩雷诺平均 Navier-Stokes 方程

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \qquad u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$$
 (1)

式中 : u_i ——(x, y, z) 方向上笛卡儿速度分量 ; ρ ——流体密度 ; p ——动态压强 ; τ_{ij} ——应力张量 ,等于黏性应力和雷诺应力之和. 其中 ,雷诺应力可由 Boussinesq 假定确定 :

$$\tau_{ij} = \eta_{\text{eff}} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij}$$
 (2)

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases} \qquad \eta_{\text{eff}} = \eta + \eta_t \qquad \eta_t = c_\mu k^2 / \epsilon$$

式中 : δ_{ij} ——克罗内克尔符号 ; η_{eff} ——有效黏性系数 ; η ——分子黏性系数 ; η_t ——紊流黏性系数 ; k ——紊动能 ; ϵ ——紊动能耗散率. 紊流封闭采用易实现 $k-\epsilon$ 紊流模型. 为保证计算结果的可实现性 ,紊流黏性系数计算式中的系数 c_μ 不是常数 ,而与应变率相关 ,其表达式为

$$c_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s U^{(*)} k / \epsilon}$$
 (3)

$$A_0 = 4.0 \quad A_s = \sqrt{6} \cos \varphi \quad \varphi = \arccos(\sqrt{6} W) / 3 \quad W = \frac{S_{ij} S_{jk} S_{ki}}{S^3} \quad \tilde{S} = \sqrt{S_{ij} S_{ij}}$$

$$U^{(*)} = \sqrt{S_{ij} S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij} \tilde{\Omega}_{ij}} \quad \tilde{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2 \varepsilon_{ijk} \omega_k \quad \Omega_{ij} = \bar{\Omega}_{ij} - \varepsilon_{ijk} \omega_k$$

式中 $\bar{\Omega}_{ij}$ 是从角速度为 ω_k 的参考系中观测到的时均转动速率。

易实现 $k-\varepsilon$ 紊流模型中的 k 方程与标准 $k-\varepsilon$ 紊流模型的相同, 可以表示为

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\eta + \frac{\eta_l}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \eta_l \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \rho \varepsilon \quad (4)$$

式中 σ_k 为紊动动能的 Prandtl 数。

其 ε 方程和标准 $k-\varepsilon$ 紊流模型不同:

$$\frac{\partial (\rho u_i \varepsilon)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\eta + \frac{\eta_l}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + c_1 \rho S \varepsilon - c_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} \quad (5)$$

$$\sigma_k = 1.0 \quad \sigma_\varepsilon = 1.2 \quad c_1 = \max \left\{ 0.43 \frac{\tilde{\eta}}{5 + \tilde{\eta}} \right\} \quad c_2 = 1.9 \quad \tilde{\eta} = \frac{S k}{\varepsilon} \quad S = (2 S_{ij} S_{ij})^{1/2}$$

式中 σ_ε ——紊动耗散率的 Prandtl 数; c_1, c_2 ——经验常数; ν ——水流的运动黏滞系数。

标量场由示踪物质质量守恒方程控制:

$$u_j \frac{\partial c}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu_t}{S_{C_i}} \frac{\partial c}{\partial x_j} \right) \quad (6)$$

式中 c ——示踪物质的质量浓度; S_{C_i} ——紊动 Schmidt 数, 其值取 0.7。

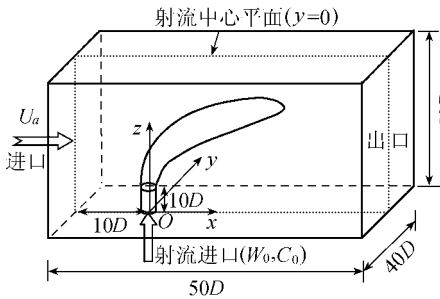


图 1 计算区域及射流流动示意图

Fig.1 Sketch of computational domain and jet flow

1.2 计算区域和网格剖分

a. 计算区域及射流流动示意图 1. 由图 1 可见, 射流由垂直方向进入横流, 射流口直径 $D = 13.84 \text{ mm}$, 横向流速 $U_a = 0.35 \text{ m/s}$, 射流速度 $U_0 = 1.4 \text{ m/s}$, 射流速度与横向流速比 $R = U_0 / U_a = 4$. 坐标原点位于射流孔口的中心 (U, V, W) 为速度在流向、横向和垂向的分量。

b. 网格剖分. 整个计算区域由一矩形盒和一圆管组成, 难以采用单一类型网格对整个计算区域进行网格剖分, 故本文采用区域分解法. 区域分解法较其他

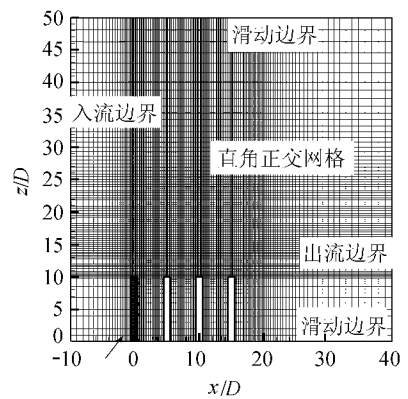


图 2 射流中心平面网格分布

Fig.2 Grid for jet center plane

网格剖分技术有如下优点 (a) 大大减轻网格生成的难度, 在每一块中都可以方便地生成结构化网格 (b) 可以在不同块内采用不同的网格疏密度, 且块与块之间不要求网格线完全贯穿, 因而可以对所关心的区域进行有效的网格加密. 具体的网格剖分方法如下: 采用非均匀直角正交网格对计算主区域进行网格剖分, 其网格数为 $1441440 = 18 \times (x \text{ 方向}) \times 8 \times (y \text{ 方向}) \times 9 \times (z \text{ 方向})$; 采用非均匀的六面体网格对射流管进行网格剖分, 其网格数为 13685. 整个计算区域的网格数为 1455125. 最小网格尺寸为: $\Delta x = 0.00125 \text{ m}$, $\Delta y = 0.00125 \text{ m}$, $\Delta z = 0.001 \text{ m}$. 射流中心平面网格示意图 2.

1.3 计算边界条件

a. 计算主区域边界条件. (a) 上游进口边界 ($x = -10D$): x 向流速 $U = U_a$, y 向流速 $V = 0$, z 向流速 $W = 0$, 污染物质量浓度 $c = 0$, 紊动强度 $I = 0.01$, 水力直径 $D_H = 0.4 \text{ m}$, 紊动动能 $k = 1.5 (U_a I)^2$, 耗散率 $\varepsilon = c_\mu^{3/4} k^{3/2} / l$, $c_\mu = 0.09$, 紊动长度尺度 $l = 0.07 D_H$. (b) 下游出口边界 ($x = 40D$): $\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\partial c}{\partial x} = 0$. (c) 上、下边界 ($y = 20D, -20D$): 采用自由滑动边界条件, 表达式为 $V = 0, \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial W}{\partial y} = \frac{\partial c}{\partial y} = 0$. (d) 后边界 ($z = 50D$): 采用自由滑动边界条件, 表达式为 $W = 0, \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\partial c}{\partial z} = 0$. (e) 前边界 ($z = 0$) 和射流管与主区域的交

界面边界($z = 10D$) :在计算主区域与射流管的交界面($z = 10D$)采用 2 种不同的网格剖分形式 ,其边界设为交界面边界(interface) ,网格之间的信息交流采用滑动网格技术 ;在前边界($z = 0$) ,采用自由滑动边界条件 ,表达式为

$$W = 0 \qquad \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\partial c}{\partial z} = 0$$

b. 射流管的边界条件.(a)射流管与主区域的交界面边界($z = 10D$) :交界面边界(interface).(b)前边界($z = 0$) ,即射流进口边界 : $U = 0, V = 0, W = W_0, c = c_0, I = 0.1, D_H = 0.01\text{ m}, k = k_0, \epsilon = \epsilon_0$.(c)射流管壁边界 :为了模拟一个真实的紊动管流 ,射流管壁边界采用无滑动边界条件和标准壁函数进行模拟 ,其表达式为

$$U = V = W = c = 0$$

1.4 数值方法

采用有限体积法控制方程的离散. 空间离散采用二次迎风插值近似方法(QUICK) ,压力-速度耦合采用基于协调一致的求解压力耦合方程的半隐方法——SIMPLEC 算法. 当无量纲残差小于 5×10^{-4} 或所有监视参数(如速度、能量、紊动动能、耗散率和污染物质量浓度等) 随迭代的增加不再变化时 ,认为计算已经收敛.

2 计算结果分析

文献[2]采用热线流速仪测量了横流中垂直动量射流的射流中心平面上速度和紊动的特征量. 本文采用其测量结果与本次数值模拟的结果进行对比分析.

图3描述了射流中心与下游的距离为 x 时对射流中心平面上时均合成速度垂线分布的影响 , U_m 是时均合成速度 ,等于 x, y, z 方向上所有速度的矢量和. 由图3可以看出 ,数值模拟结果与试验结果吻合较好 ,2个紊流模型在所有下游速度分布上均复演了2个速度最大值. 一个位于射流的尾迹内 ,是当地最大值 ,代表射流对环境水体卷吸作用影响最大的点的位置 ;另一个位于射流内部 ,是绝对最大值 ,其不同横断面上绝对速度最大值的连线通常对应于射流的中心轨迹线. 定量上 ,当 $x/D = 0, 1.84$ 时 ,速度分布在整个垂线上都与试验结果吻合较好. 当 $x/D = 3.67, 5.505$ 时 ,在垂线的上部 ,即 $z/D > 1$,速度分布与试验吻合较好 ;然而 ,当 $z/D < 1$ 时 ,计算的速度值均大于试验值 ,其主要原因可能在于底部边界条件不同. 在试验中 ,其底部边界条件为层流边界层 ,底部边界对射流的影响较大 ;而在计算中 ,底部边界距射流口的距离为 $10D$,此时 ,底部边界对射流的影响较小.

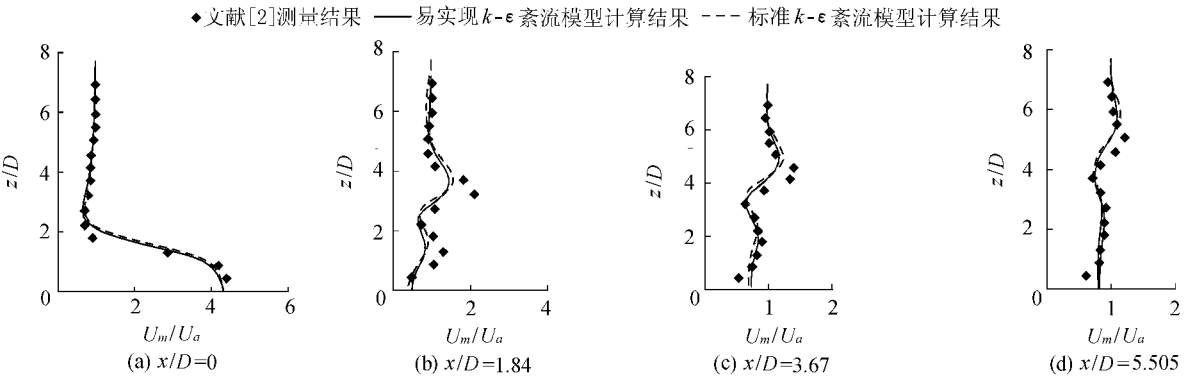


图3 射流中心平面($y = 0$)上不同垂线时均合成速度分布

Fig.3 Vertical profiles of mean resultant velocity distribution in jet center plane

图4显示了射流中心与下游的距离为 x 时对射流中心平面上紊动强度分布的影响 , u_{rms} 为紊动强度. 由图4可见 ,计算的紊动强度分布趋势与试验结果吻合较好. 定量上 ,当 $x/D = 0$ 时 ,易实现 $k-\epsilon$ 紊流模型计算的紊动强度分布与试验结果吻合较好 ,仅是紊动强度的最大值小于试验值 ,而标准 $k-\epsilon$ 紊流模型的预测结果与试验结果的吻合程度明显低于易实现 $k-\epsilon$ 紊流模型. 当 $x/D > 1.84$ 后 ,在图的上部 ,即 $z/D > 5.5$ 时 ,易实现 $k-\epsilon$ 紊流模型预测的紊动强度与试验值吻合较好 ,且优于标准 $k-\epsilon$ 紊流模型的预测结果 ;而在图的下部 ,2个模型的预测结果相近 ,且均小于试验值. 其原因可能归结于选用的紊流模型 ,即这2种紊流模型均不能从定量上较好地预测紊动高阶量.

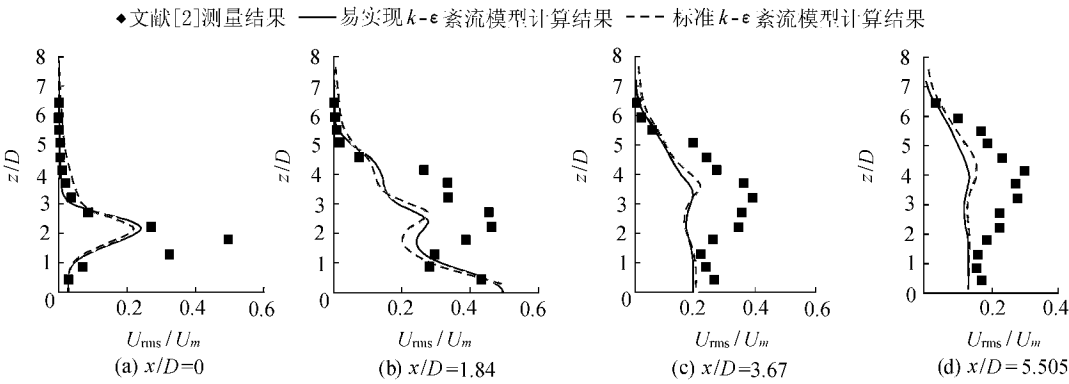


图 4 射流中心平面不同垂线紊动强度分布

Fig.4 Vertical profiles of turbulence intensity distribution in jet center plane

3 结 语

本文运用标准 $k-\epsilon$ 紊流模型和易实现 $k-\epsilon$ 紊流模型较好地复演了横向流动条件下垂直动量射流的传播和混合过程 ,其时均特性的计算结果与前人的试验结果吻合较好.在紊动特性方面 ,计算的紊动强度分布趋势与试验结果吻合较好 ,且易实现 $k-\epsilon$ 紊流模型的模拟结果要优于标准 $k-\epsilon$ 紊流模型 ,然而 ,其量值低于试验值 ,说明这 2 种紊流模型均不能从定量上较好地预测紊动高阶量.

参考文献 :

[1] WTIGHT S J. Mean behavior of buoyant jets in a crossflow[J]. J Hydraul Div ,1977 ,103(5) :499-513.
[2] SHERIF S A ,PLETCHER R H. Measurements of the flow and turbulence characteristics of round jets in crossflow[J]. Journal of Fluids Engineering ,Transactions of the ASME ,1989 ,111(2) :165-171.
[3] CHU P C K. Mixing of turbulent advected line puff[D]. Hong Kong :The University of Hong Kong ,1996.
[4] 张晓元 ,李炜 ,李长城. 均匀横流环境中铅直圆形射流数值研究[J]. 水动力学研究与进展 ,2003 ,18(1) :1-8.
[5] 李爱华 ,槐文信. 流动环境中二维铅垂射流的实验研究及数值模拟[J]. 水利学报 ,2003(12) :49-55.
[6] LEE J H W ,KUANG C P ,CHEN G Q. Structure of a turbulent jet in a crossflow-Effect of jet-crossflow velocity[J]. China Ocean Engineering ,2002 ,16(1) :1-20.
[7] SHIH T H ,LIU W W ,SHABBIR A ,et al. New $k-\epsilon$ eddy viscosity model for high Reynolds number turbulent flows[J]. Computers & Fluids ,1995 ,24(3) :227-238.
[8] ZHU J ,SHIH T H. Computation of confined coflow jets with three turbulence models[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids ,1994 ,19(10) :939-956.

Numerical simulation of vertical momentum jet in cross-flow

BIAN Xiao-jing

(College of Water Conservancy and Hydropower Engineering , Hohai University , Nanjing 210098 , China)

Abstract The mixing characteristics of a vertical momentum jet in cross-flow are studied by use of the standard $k-\epsilon$ model and realizable $k-\epsilon$ model. The calculated results show that the two models can effectively reflect the propagation and mixing of vertical momentum jets in cross-flow , and the results of two models accord well with each other in time-averaged characteristics , which are also in good agreement with the experimental data by Sherif and Pletcher(1989). Moreover , the trend of turbulence intensity distribution agrees well with the experimental result , and the result of the realizable $k-\epsilon$ model is superior to that of the standard $k-\epsilon$ model. However , both of the two models are insufficient for reflecting the turbulence characteristics of jets in cross-flow quantitatively.

Key words : momentum jet ; standard $k-\epsilon$ turbulence model ; realizable $k-\epsilon$ turbulence model