

界面模拟方法在气泡运动领域的应用述评

张淑君¹ 吴锤结² 王惠民¹

(1. 河海大学环境科学与工程学院, 江苏 南京 210098; 2. 中国人民解放军理工大学理学院, 江苏 南京 211101)

摘要 介绍了几种界面模拟方法如边界积分方法、锋面跟踪法、VOF 方法以及水平集方法的基本思想. 对这几种方法在模拟气泡运动领域取得的成果进行了总结. 边界积分方法在模拟三维界面流动方面存在局限性, 锋面跟踪法在模拟大量气泡动力学特性方面取得了一定的进展, 但未对气泡在上升过程中的破裂及融合现象加以考虑, VOF 方法及水平集方法则以计算量小、模拟精度高而越来越受到广泛的关注.

关键词 气泡; 数值模拟; VOF 方法; Level-set 方法

中图分类号 O357 **文献标识码** A **文章编号** 1000-198X(2006)06-0655-05

气泡运动存在于许多自然现象和工程实际中, 因此气泡的运动规律研究也越来越受到国内外的关注. 尽管理论方法和实验手段在气泡运动领域取得了一定的进展, 但其局限性是显而易见的, 特别是在于分析变形幅度较大和多个气泡的动力特性方面. 随着数值模拟技术的发展, 各种各样的界面模拟方法在气泡运动领域得到了充分发展并取得了显著成果.

描述气泡运动特性常用的无量纲数有 Morton 数、Eötvös 数和 Reynolds 数等.

$$Mo = \frac{g\mu_f^4}{\rho_f\sigma^3} \quad Eo = \frac{\rho_f g d^2}{\sigma} \quad Re = \frac{\rho_f U d}{\mu_f} \quad (1)$$

式中: σ ——表面张力系数; d ——气泡直径; ρ_f ——外部流体密度; μ_f ——外部流体运动黏度; U ——气泡的运动速度. Mo 数和 Eo 数分别描述外部流体的性质和气泡的无量纲尺寸(或表面张力).

1 边界积分方法

边界积分方法最早由 Rosenhead 提出, 其目的是为了研究涡片的卷起. 自从 Cartetto 将其用到带有界面的流体运动中以来, 这种方法在研究气泡边界方面的应用越来越普遍. 该方法的中心思想是用势函数表示速度场, 即

$$\mathbf{u} = \nabla \varphi \quad (2)$$

其中势函数 φ 满足 Laplace 方程.

很多学者采用边界积分方法来考察近壁或自由面处气泡的变形或振荡. Baker 等^[1-2]在忽略界面张力和考虑界面张力的条件下用边界积分方法对二维大气泡(大 Re 数)在无黏液体中的上升和变形进行了数值模拟, 文献 1 的结果与 Walters 等^[3]的实验结果有较大差异, 文献 2 的结果与实验结果在定性上完全一致, 仅在气泡变形的细节上有些差别. 造成这种差别的原因之一是计算未考虑液体黏性的影响, 而这一点恰恰暴露出边界积分方法的一个缺点, 那就是该方法只适用于蠕动流或者势流流动.

Canot 等^[4]试图采用混合边界积分法解决气泡所带来的一系列问题, 但若考虑黏性则优势尽失. 根据大 Re 数液体特性, 如果假设弱黏性效应主要限制在靠自由面很薄的一层边界层内, 流体仍保持无旋, 则低黏性仍是可以考虑的.

Lundgren 等^[5]通过将黏性边界层对整个势流的影响转化为对势流在自由面上边界条件的修改, 得到了考虑液体黏性影响的边界积分方法, 并用该方法研究液体黏性对无重液滴振荡的影响, 同时研究了在一定条

件下,球状气泡在上升过程中演化为涡环气泡及涡环气泡的变形规律。

Robinson 等^[6]采用边界积分法考察了几个二维气泡在无黏液体中的上升情况.通过对3个大小相同的气泡在一条直线上等距离上升过程的模拟发现,最上端的气泡在相对未受扰动的外部流场中上升,气泡轮廓变的较宽大,相反其下的2个气泡则变得细窄,因而上升速度相对于第1个气泡而言较快.经过一段时间后,底层气泡仅有最上层宽度的一半,且在两端出现一对耳垂并逐渐出现颈缩,而最上部气泡并无颈缩现象出现.2个并排放置的圆形气泡在无黏液体中的上升过程非常有趣,远离两气泡中间线的两部分形状变化很小,水平方向速度几乎为零,但中间处气泡变形剧烈,但未考虑气泡距离对其产生的影响。

边界积分方法特别适合模拟二维、变形不大的气泡运动,主要优点是使用势函数将二维问题降为一维问题,精度比较高,但由于其数值不稳定性敏感,很难推广到三维气泡的模拟中。

2 锋面跟踪方法

锋面跟踪法的思想是在整个流场中采用固定网格,同时在相界面分界点处设置标志点用以标示界面的位置,这些标志点的移动就可用于描述界面的变化,看起来好像一条运动的锋面.在计算中控制方程在固定网格上求解,分界面则采用移动的非结构化网格.采用单流体模型描述整个流场,并将两相界面处的作用如表面张力等用 δ 函数表示,从而避免了需分别处理不同相的缺点。

控制方程如下:

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} \mathbf{u} = -\nabla p + \rho \mathbf{f} + \nabla \cdot \mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u}) + \int \sigma \kappa n \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \mathrm{d}s \quad (3)$$

式中: κ ——界面的曲率; δ^3 ——与界面有关的 Dirac 分布; β 为空间维数; p ——压强; $\mathbf{f}$ ——单位质量力; μ ——动力黏度; ρ ——流体密度; $\mathbf{n}$ ——界面单位法向矢量; $\mathbf{x}$ ——流场中任意点的位置; $\mathbf{x}'$ ——锋面上点的位置; s ——界面(线)。

Unverdi 等^[7]利用该方法模拟了单个二维和三维气泡在浮力的作用下上升的情形.在相同密度比的条件下,通过对气泡在3组不同 E_o 数和 Mo 数流场中的运动模拟发现,在 E_o 数很小(表面张力很大或气泡很小)时气泡的形状变化很小,在某种程度上不变或接近椭圆形,随着表面张力的减小,气泡的上半部相对于下半部而言变得更加坦化,当 E_o 数增大到一定值(表面张力很小或气泡很大)时气泡变形幅度加大呈裙状,且气泡上升的位置受黏性的影响很小,在同一时刻到达高度近乎一致.这是因为对小气泡来说黏性拖曳力很重要,相反对大一些的气泡而言,拖曳力主要是由压强引起的,因此上升速度受黏性的影响很小。

Esmaceli 等^[8,9]考察了27个气泡在浮力作用下的上升运动,模拟发现,在 $Re = 1 \sim 2$ 时气泡分布很均匀,但当 $Re = 20 \sim 30$ 时有出现水平气泡对的趋势,另外,与排列规则的气泡相比,自由运动的气泡在低雷诺数时上升速度较快,若雷诺数继续增大,则上升速度变慢.在对64个三维气泡的模拟中发现,若气泡的初始速度为零且为随机分布,则气泡上升的路径呈直线且彼此之间的碰撞很少,气泡在水平方向分散很小,相反在垂直方向分散明显,距离拉得比较大.在气泡雷诺数方面,雷诺数最初加速上升至22后上升速度开始减小,最后雷诺数下降至18.这种气泡雷诺数迅速上升的现象在Esmaceli 等^[8]的计算中也出现过,但由于模拟的粒子数比较少,因此在后期雷诺数的大小出现振荡.通过对气泡上升速度的研究发现,最初所有的气泡几乎以同样的速度上升,因此气泡速度波动较小,但随着平均上升速度的减小,每个气泡上升速度差别加大,当雷诺数趋于平稳时,速度波动明显(每个气泡速度不同引起),并且气泡上升速度的差别不会减小,这与势流的结果形成对照。

Bunner 等^[10]利用锋面跟踪方法研究了近200个三维气泡的动力学特性,气泡形状分别为圆形和椭圆形.计算表明,对于球形气泡,当气泡个数增至12时,气泡平均上升速度差别不大,基本相同.椭圆体气泡的脉动速度要比球形气泡大得多,主要原因是后一种情况中有更多的漩涡产生以及气泡间的相互作用增强了.对随机放置的气泡经过一段时间后,其分布趋于均匀.而在势流方法中,由于无法考虑在气泡表面由黏性引起的涡量扩散,因此得到的结果不同(水方向分层聚集)。

锋面跟踪法在模拟界面时为了保证界面的精度需适当增加标志点的数目,这必然导致计算量的增加.另外,随着气泡的变形、破裂和融合,锋面(界面)上标志点分布变得不均匀,因此必须增加或合并一些标志点,其后果是极易产生新的数值不稳定。

3 VOF 方法

VOF 法(Volume of Fluid Method)是 20 世纪 70 年代末出现的一种模拟界面的方法 ,最早由 Hirt 等^[11]提出.这种方法的中心思想是在整个流场中定义一个函数 C ,在每个网格中 ,该函数为一种流体体积与网格体积的比值 ,它满足如下方程

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (\boldsymbol{u} C) = 0 \tag{4}$$

式中 C 为体积函数.

$C = 1$ 表示网格中充满某种流体 ; $C = 0$ 表示空网格 ; $0 < C < 1$ 则表示含有流体界面的网格.由于体积函数是有物理意义的 ,它是网格中一种流体所占整个网格体积的比值 ,因此 ,在求解过程中体积函数的输运过程必须满足 3 方面的要求 :必须输运真实运动界面 ,避免负扩散引起的截断误差 ,通过网格界面输运的流体体积或空隙的体积不能大于该网格所拥有的体积.为满足上述要求 ,可采用施主-受主网格方法计算.由于每个网格只保存一个 C 值 ,使得计算量大大减少 ,求出每个网格中的 C 值后 ,再根据其值构造出运动界面的形状 ,然后由流体的输运特性构造下一时刻的体积函数.

Lörstad 等^[12-13]提出了二阶精度模型 ,计算了大密度比和黏度比下气泡的运动 ,气泡直径在 1.82 ~ 6 mm 之间. Li 等^[14]采用 VOF 方法考察了黏性、表面张力对上升气泡的影响. Sussman 等^[15]将 Level-set 与 VOF 方法结合起来 ,集中两种方法的长处发展了 CLSVOF 法(Coupled Level-set and Volume-of-Fluid) ,模拟了无黏气泡的上升和球形气泡在近壁处的破裂.

与格子类方法相比 ,VOF 方法中因每个网格只需保存一个流体体积函数值 ,从而使得计算量大大减少.但目前对多个气泡模拟尚不多见.

4 水平集方法

Osher 等^[16]提出了一种模拟物质界面的 Level-set 方法.该方法通过引入等值面函数 $\varphi(\boldsymbol{x} , t)$,使得在任意时刻界面 $\Gamma(t)$ 是 $\varphi(\boldsymbol{x} , t)$ 的零等值面 ,即

$$\Gamma(t) = \{ \boldsymbol{x} \in \Omega : \varphi(\boldsymbol{x} , t) = 0 \} \tag{5}$$

其中等值面函数满足

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \nabla \cdot (\boldsymbol{u} \varphi) = 0 \tag{6}$$

水平集方法的思想就是把界面看成等值面函数为零的点集合 ,在每一时刻 ,只要求出 $\varphi(\boldsymbol{x} , t)$ 值 ,即可自动捕捉界面的拓扑变化.

Sussman 等^[17-18]等结合投影法计算了密度比和黏度比很大情况下不可压两相流运动 ,模拟了二维轴对称的气泡和下落液滴在水中的运动. Oka 等^[19]模拟了二维液滴的运动并在文献 [17, 18] 的基础上将二维推广到三维. Tornberg^[20]将有限元和水平集方法结合 ,模拟了 2 个气泡在黏性液体中的黏合等过程 ,然而计算局限于小雷诺数流动.

Smolianski 等^[21]在此基础上对单个三维的气泡在浮力作用下的上升运动作了详细的考察 ,包括气泡上升速度、上升位置随时间变化及变形等.模拟发现 ,在上升过程中气泡内部会形成涡对 ,随着 Mo 数的减小和 Re 数的增大 ,气泡尾部也会出现尾迹.当 Mo 数很大时 ,气泡周围流场可近似为势流 ,气泡尾部的尾迹很弱.当气泡变形幅度较大时 ,内部会出现第 2 个涡对 ,但强度较第 1 个涡对及尾迹都弱.2 个气泡上升的动力学特性很大程度上取决于气泡之间的距离及表面张力 ,若表面张力很大 ,则不会发生黏合现象 ,气泡最终变成椭圆形且互不干扰 ,各自上升 ;当表面张力较小时 ,上部气泡在尾部产生 2 个方向相反的涡 ,这使其下方压力降低 ,涡的强度影响 2 个气泡的黏合过程.当上部尾迹很强即很长时 ,下方气泡与其相接触时上升速度明显加快且顶部变的较窄 ,有与上方气泡融合的趋势 ,且伸向上方气泡下表面中心 ,2 个气泡间的液体很快被挤出 ,形成一个新的气泡.

在采用水平集方法计算界面的过程中 ,保持符号距离是非常重要的 ,但在实际计算中 ,进行几个时间步求解后 ,零等值面函数常发生严重的扭曲和伸展 ,进而影响下一时刻零等值面函数的计算 ,因此必须重新初

始化,使其重新成为点 x 到初始界面 $\Gamma(0)$ 的符号距离.此外,质量不守恒和不易处理 3 种或 3 种以上多流体界面流的问题亦有待于改进.

需要说明的是,虽然等值面函数和体积函数满足的方程一样,但水平集方法不同于 VOF 方法 (a) 函数描述的意义不一样 (b) 方程的解法亦有差别,由于体积函数是 Heavside 函数值的离散,一般采用几何和代数的手段,而等值面函数 $\varphi(x, t)$ 的初值是光滑的符号距离函数,需采用高精度、高分辨格式求解.

除了以上介绍的几种主要方法外,其他数值模拟手段如格子-波尔兹曼(Lattice-Boltzmann methods)、幻影流体(Ghost Fluid methods)等方法在气泡动力特性这一领域亦取得了一定的进展^[22-23].

5 结 语

随着数值模拟技术的发展,各种各样的界面模拟方法在气泡运动领域得到了充分发展并取得了显著成果,但每种方法都有自己的优势与不足,在模拟过程中应针对不同的物理问题选择适宜的数值方法并将该方法进一步完善,使其具有更加广泛的应用价值.

参考文献:

- [1] BAKER G R, MOORE D W. The rise and distortion of a two dimensional gas bubble in an inviscid liquid[J]. Phys Fluid A, 1989, 1(9): 1451-1459.
- [2] 张慧生. 气泡和液滴在上升或下降时大变形的数值模拟[J]. 空气动力学报, 1994, 12(1): 51-59.
- [3] WALTERS J K, DAVIDSON J F. The initial motion of a gas bubble formed in an inviscid liquid. Part 1: The two dimensional bubble[J]. J Fluid Mech, 1962, 12: 408-416.
- [4] CANOT E, ACHARD J L. An overview of boundary integral formulations for potential flows in fluid-fluid systems[J]. Arch Mech, 1991, 43: 453-498.
- [5] LUNDGREN T S, MANSOUR N N. Oscillations of drops in zero gravity with weak viscous effects[J]. J Fluid Mech, 1988, 194: 479-510.
- [6] ROBINSON P B, BOULTON-STONE J M, Blake J R. Application of boundary integral method to the interaction of rising two-dimensional deformable gas bubbles[J]. J Eng Math, 1995, 29: 393-412.
- [7] UNVERDI S O, TRYGGVASON G A. Front tracking method for the viscous incompressible multi-fluid flows[J]. J Comput Phys, 1992, 100(1): 25-37.
- [8] ESMAEILI A, TRYGGVASON G. Direct numerical simulations of bubbly flows. Part 2: Moderate Reynolds number arrays[J]. J Fluid Mech, 1999, 385: 325-358.
- [9] ESMAEILI A, TRYGGVASON G. An inverse energy cascade in two-dimensional, low Reynolds number bubbly flows[J]. J Fluid Mech, 1996, 314: 315-330.
- [10] BUNNER B, TRYGGVASON G. Direct numerical simulations of three-dimensional bubbly flow[J]. Phys Fluid, 1999, 11(8): 1967-1969.
- [11] HIRT C W, NICHOLS B D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries[J]. J Comput Phys, 1981, 39: 201-225.
- [12] LÖRSTAD D, FUCHS L. High-order surface tension VOF-model for 3D bubble flows with high density ratio[J]. J Comput Phys, 2004, 200: 153-176.
- [13] PUCKITT E G, ALMGREN A S, BELL J B, et al. A high-order projection method for tracking fluid interface in variable density incompressible flows[J]. J Comput Phys, 1997, 130: 269-282.
- [14] LI CHEN, GARIMELLA S V, REIZES J A, et al. The development of a bubble rising in a viscous liquid[J]. J Fluid Mech, 1999, 387: 61-96.
- [15] SUSSMAN M. A second order coupled level set and volume-of fluid method for computing growth and collapse of vapor bubbles[J]. J Comput Phys, 2003, 187: 110-136.
- [16] JOSH S, SETHIAN J A. Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on hamilton-Jacobi formulations[J]. J Comput Phys, 1988, 79: 12-49.
- [17] SUSSMAN M, SMERKA P. Axisymmetric free boundary problems[J]. J Fluid Mech, 1997, 341: 269-294.
- [18] SUSSMAN M, ALMGREN A, BELL J, et al. An adaptive level set approach for incompressible two-phase flows[J]. J Comput Phys, 1999, 148: 1165-1191.
- [19] OKA H, ISHII K. Numerical analysis on the motion of gas bubble using Level-set method[J]. J Phys Soc Japan, 1999, 68: 823-832.
- [20] TORNBERG A K. Interface tracking methods with application to multiphase flows[D]. Stockholm: Royal Institute of Technology, 2000.

[21] SMOLIANSKI A ,HAARIO H ,LUUKKA P. Vortex shedding behind a rising bubble and two-bubble coalescence :A numerical approach [J]. Appl Math Modelling ,2005 ,29 :615-632.

[22] DANDY D S ,LEAL L G. Buoyancy-driven motion of a deformational drop through a quiescent liquid at intermediate Reynolds numbers [J]. J Fluid Mech ,1989 ,208 :161-192.

[23] KRISHNAN SANKARANARAYANAN. Lattice Boltzmann simulation of gas-liquid bubbly flows[D]. Princeton :Princeton University ,2002.

Application of interface simulation method to bubble motion

ZHANG Shu-jun¹ , WU Chui-jie² , WANG Hui-min¹

(1. College of Environmental Science and Engineering , Hohai University , Nanjing 210098 , China ;
2. Science School , PLA University of Science and Technology , Nanjing 211101 , China)

Abstract :An introduction was given to the basic principles of several interface simulation methods , including the boundary integral method , the front tracking method , VOF method , and Level-set method , and their achievements in simulation of bubble motion were summarized. The limitation of the boundary integral method in 3-D simulation of flow was analyzed. It is pointed out that the front tracking method is of certain potentials in simulation of dynamic characteristics of large amounts of bubbles ; however , it does not take bubble breaking and merging into account during their rising process.

Key words bubble ; numerical simulation ; VOF method ; Level-set method

《河海大学学报(自然科学版)》征订启事

《河海大学学报(自然科学版)》是以水资源开发、利用与保护为重点的综合性学术期刊 ,主要刊登本校在水资源、水文、地质、测量、水利工程、水电工程、水运工程、海洋及海岸工程、水工结构、工程力学、水力学及河流动力学、岩土工程、计算机科学、电力工程、电子技术及自动化工程、工业与民用建筑、管理工程、水利经济、环境工程、机械工程等学科方面的科研成果、学术论文、学术讨论、研究动态等学术性文章 ,可供上述有关专业的科技工作者及大专院校师生阅读和参考.

本刊创办于 1957 年 ,是我国中文核心期刊 ,在国内工程技术界和学术界有较大影响.刊载的文章中 ,有不少国家科技攻关(重点)项目和各种科学基金资助项目的研究成果 ,部分达到了国内领先和国际先进水平 ,为我国水利、水电、水运工程及其他有关工程建设的规划、设计、施工和管理提供了科学理论、方法和具体建议 ,发挥了较大的社会效益和经济效益 ,深受工程界和科技界赞许 ,并获得全国高校科技期刊优秀编辑出版质量奖以及中国期刊方阵“ 双效期刊 ”、江苏省优秀期刊、全国水利系统优秀期刊称号.

本刊每逢单月出版 ,国内外公开发行.邮发代号 :28-63 ,每期定价 12.00 元 ,全年 6 期共 72 元.欢迎广大读者在全国各地邮局订阅或直接与编辑部联系.联系地址 :南京市西康路 1 号《河海大学学报(自然科学版)》编辑部 ,邮政编码 210098.联系电话 :025-83786343.