

压电陶瓷用于柔性悬臂梁振动控制的试验研究

于国军 杜成斌 艾亿谋

(河海大学土木工程学院 , 江苏 南京 210098)

摘要 :依据压电陶瓷驱动器的振动控制原理和梁表面的应变方程确定压电陶瓷片在悬臂梁上的粘贴位置 ,采用独立模态控制方法对柔性悬臂梁进行振动主动控制试验研究 .为提高信噪比并保证后继控制的可靠性和有效性 ,对传感信号进行了滤波处理 .试验结果表明 ,将压电陶瓷片布置在悬臂梁的合理位置上并采用主动控制方法 ,可以有效地抑制悬臂梁的振动 ,使悬臂梁前 3 阶模态的加速度及响应谱峰值均减小 40% 左右 .

关键词 压电陶瓷 ;柔性悬臂梁 ;压电驱动器 ;振动控制

中图分类号 :O328 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-198X(2007)01-0055-04

近年来 ,利用电/磁流变液体、压电材料、电/磁致伸缩材料和形状记忆材料等制成的智能传感器和驱动器来实现对结构振动进行控制的研究已取得不少成果^[1-4] ,其中多数属于理论公式推导和数值模拟计算方面的成果 ,而在实际柔性结构上成功地实现振动主动控制的研究成果还不多见 .为此 ,笔者首先依据悬臂梁的振动控制方程确定了压电陶瓷片的粘贴位置 ,然后采用独立模态控制方法对柔性悬臂梁进行了简谐激励下的前 3 阶振动控制试验研究 .

1 悬臂梁的压电驱动方程及运动微分方程

设在梁 (x_1, x_2) 跨度范围内 ,梁表面粘贴有一压电片 ,并且对压电片以正负控制电压 $U(t)$ 进行激励 ,压电片内的应力-应变沿 y 方向的变化可忽略不计 ,如图 1 所示 .

对梁来说 ,若主要考虑 x 方向的应力 ,则简化后的逆压电方程为^[6]

$$\sigma_{pe} = E_{pe} d_{31} U(t) / \delta_{pe} \quad (1)$$

式中 : σ_{pe} ——压电片沿梁 x 方向的应力 ; E_{pe} 、 δ_{pe} 、 d_{31} ——压电片的弹性模数、厚度和压电常数 .假设压电片在梁上的粘贴程度是“理想的” ,压电片的应变与粘贴处梁的应变相等 ,则在输入电压的作用下 ,压电驱动器对悬臂梁在截面上产生的弯矩为

$$M(x, t) = KU(t) [H(x - x_1) - H(x - x_2)] \quad (2)$$

$$K = \frac{(1 + T)(E_{pe} I_{pe} + EI) d_{31}}{\delta_{pe} h \left(4 + \frac{Eh}{E_{pe} \delta_{pe}} + 6T + 4T^2 + \frac{T^2}{8} \right)} \quad (3)$$

$$T = \delta_{pe} / h \quad I_{pe} = 1/12 b \delta_{pe}^3 \quad I = 1/12 bh^3$$

式中 : $H[x]$ ——Heaviside 阶跃函数 ; I ——压电片与悬臂梁横截面对中性轴的惯性矩 ; x_1, x_2 ——驱动片两端的横坐标 ; b_{pe} ——压电片宽度 ; E, h, b ——梁的弹性模量、厚度和宽度 .

因此 ,若有 k 个压电驱动片作用于梁 ,则压电驱动器对悬臂梁产生的驱动作用可表示为^[7]

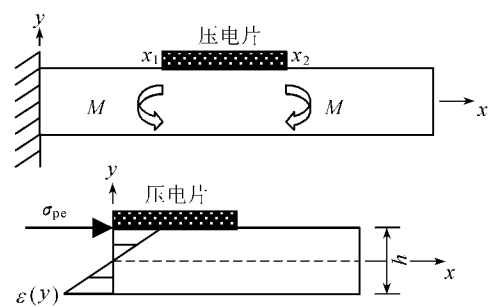


图 1 压电驱动器与悬臂梁的驱动模型^[5]
Fig.1 Driving model of piezoelectric actuator on a flexible cantilever beam^[5]

$$\rho A \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + C \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] = \sum_{n=1}^k \frac{\partial^2 M_k(x,t)}{\partial x^2} \tag{4}$$

将式(2)代入式(4)得

$$\rho A \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + C \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] = \sum_{n=1}^k \frac{\partial^2}{\partial x^2} K_k U_k(t) [H(x-x_{1k}) - H(x-x_{2k})] \tag{5}$$

式中： ρA 、 C 、 EI 、 $y(x,t)$ ——悬臂梁的线密度、自然阻尼系数、抗弯刚度和挠度； $M_k(x,t)$ ——第 k 个压电驱动片作用于梁上的弯矩； x_{1k} 、 x_{2k} ——第 k 个压电驱动片两端的横坐标； $U_k(t)$ ——第 k 个压电驱动片上所加电压。悬臂梁运动微分方程(5)表明了压电驱动片上所加电压与悬臂梁振动之间的关系。

2 驱动器的布置

当柔性梁横向自由振动时，只考虑弯曲引起的变形，而不计剪切引起的变形和转动惯量的影响，按 Euler-Bernoulli beam 理论建模^[8]，可得

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = - \frac{\rho A \partial^2 y}{EI \partial t^2} \tag{6}$$

求解式(6)可得梁的横向自由振动的解

$$y(x,t) = (A \sin \lambda x + B \cos \lambda x + C \sinh \lambda x + D \cosh \lambda x) (A_1 \cos \omega_n t + B_1 \sin \omega_n t)$$

代入柔性悬臂梁的边界条件，即固定端的位移和转角为 0，自由端的弯矩和剪力为 0，可得横向振动的固有频率

$$\omega_{ni} = \left(\frac{2i-1}{2l} \pi \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \tag{7}$$

悬臂梁的振型函数表达式

$$Y(x) = K \left[\cosh \lambda x - \cos \lambda x - \frac{\sinh \lambda l - \sin \lambda l}{\cosh \lambda l + \cos \lambda l} (\sinh \lambda x - \sin \lambda x) \right] \tag{8}$$

梁表面的应变方程

$$\varepsilon(x) = \frac{d^2 Y(x)}{dx^2} \frac{h}{2} \left[1 + \left(\frac{d^2 Y(x)}{dx^2} \right)^2 \right]^{-3/2} \tag{9}$$

式中： l ——梁的长度； A ——梁的横截面积； ρ ——梁的单位体积质量； K ——与振动模态有关的常数； λ ——与模态相关的系数。一般情况下，柔性梁的振动能量集中在低阶模态上，而高阶模态的振动能量则很小，即使发生高阶振动，在自由状态下，高阶振动很快就衰减了。根据上述分析，可得柔性悬臂梁振动的前 3 阶模态的振型、应变曲线，如图 2 所示。

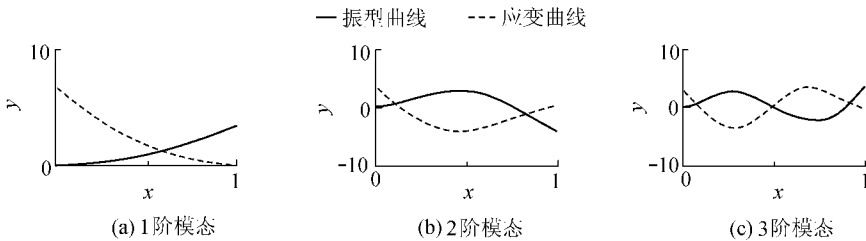


图 2 悬臂梁前 3 阶振动模态的振型、应变曲线

Fig.2 First three-order vibration modes and strain curve of a cantilever beam

从图 2 可以看出悬臂梁前 3 阶模态的应变特性，各低阶模态在梁的根部变形均较大。1 阶振动时，压电片的最优位置处于梁根部的最大应变处，由于整个梁的应变方向一致，在梁的长度范围内，压电片越长，控制效果越好。2 阶振动时，梁的根部和中部的应变都很大。3 阶振动时，中部有两处应变很大。用于 2 阶和 3 阶振动控制的压电片的长度应控制在梁上相邻两应变为 0 的点之间。

3 试验研究

3.1 控制系统试验模型及参数

图 3 为试验模型装置。激振系统由数字式振动控制仪 COMET、功率放大器 FG-2、计算机和振动台组成。控制系统由传感器、信号放大器、实时控制系统 WINCON、模/数转换器(A/D)、数/模转换器(D/A)、电源驱动器等部分组成。

研究对象为表面上粘有 2 片同种压电陶瓷材料做成的驱动器的悬臂梁. 基梁为合金钢材料,其参数为 $l = 306.0\text{ mm}$, $b = 26.9\text{ mm}$, $h = 0.9\text{ mm}$, $E = 190\text{ GPa}$, $\mu = 0.3$, $\rho = 7.85\text{ g/cm}^3$. 压电材料采用 PZT-51 型压电陶瓷. 4 片压电驱动器的参数为 $l_{pe1} = 84.6\text{ mm}$, $l_{pe2} = 50.8\text{ mm}$, $l_{pe3} = 66.4\text{ mm}$, $l_{pe4} = 50.8\text{ mm}$, $\delta_{pe} = 0.7\text{ mm}$, $E_{pe} = 63\text{ GPa}$, $d_{31} = 190 \times 10^{-12}\text{ m/V}$. 黏结剂采用 502 瞬间强力黏合剂.

为了获得比较好的控制效果和测量结果,将压电驱动器布置在模态振型的曲率最大处,加速度传感器布置在各压电片中点处. 由解析结果可知,1 阶振型的最大表面应变极值点位于梁坐标的原点,2 阶振型的最大表面应变极值点位于 $x = 145\text{ mm}$ 处,3 阶振型的最大表面应变极值点分别位于 $x = 90\text{ mm}$ 和 212 mm 处. 压电陶瓷片分别贴在各阶振型的最大表面应变处,用于控制 1 阶模态的为 1 号压电片,用于控制 2 阶模态的为 3 号压电片(因与 1 阶模态下压电片位置重叠,所以试验时未在根部位置粘贴压电片),用于控制 3 阶模态的为 2 号和 4 号压电片. 悬臂梁的 1 阶、2 阶和 3 阶模态响应分别由 3 个压电式加速度传感器 A、C、B 进行测量.

3.2 简谐激励下的独立模态控制

无限自由度系统在时域内的振动可近似地用其低阶自由度系统在模态空间内的振动来描述,其振动控制也可以转化为模态空间内少量几个模态的振动控制,即独立模态控制^[9]. 因此,首先通过激振系统对悬臂梁进行 5 ~ 120 Hz 的正弦扫频激振试验并由此获得悬臂梁前 3 阶固有频率,然后再分别对这 3 阶模态下的悬臂梁进行振动控制试验. 试验时由安装在悬臂梁上的传感器采集振动信号,信号先经模/数转换后送入计算机,再经数字滤波器滤波和相移处理后通过计算机、数/模转换器和电源驱动器输出. 本试验施加在压电驱动器上的电压幅值为 150 V.

3.3 振动控制试验结果与分析

试验过程中发现 50 Hz 工作频率干扰很严重,在 A/D 转换记录的数据中 50 Hz 的分量较明显. 为了去掉工频干扰而获得较好的模态信号,采取滤波方法,根据所需控制的模态频率设置滤波器参数. 经过滤波处理后,振动分量的频谱基本上未发生变化,而干扰受到了一定的抑制. 为了观察柔性悬臂梁前 3 阶的振动情况,利用五点三次平滑法对采集数据进行平滑处理,并得到了图 4 所示的试验结果. 图 4(a)(b)(c)实施控制的时刻分别为 1.90 s、0.63 s、1.87 s.

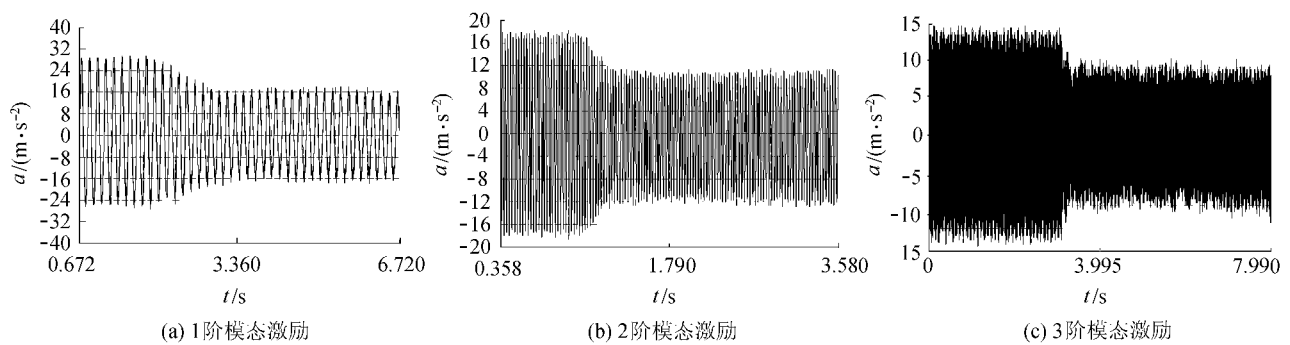


图 4 前 3 阶模态激励下的加速度时程响应曲线

Fig.4 Acceleration response of a cantilever beam to stimulation of first three order vibration modes

由图 4 可见,在现有试验设备和条件下,采用独立模态控制法可使悬臂梁 1 阶、2 阶和 3 阶模态的加速度幅值分别减小 47%、37% 和 41%. 数值计算的前 3 阶控制效果分别是 49%、43%、50%. 可见,理论公式计算结果与试验结果相符(因为计算中未考虑粘贴压电片后悬臂梁结构参数的变化,所以试验值比计算值小). 梁的前 3 阶模态的振动加速度幅值都受到了明显的抑制.

前 3 阶模态无压电控制的响应谱如图 5(a)所示,施加主动控制后的响应谱如图 5(b)所示. 由图 5 可知,利用压电驱动器对悬臂梁进行主动控制后,悬臂梁的前 3 阶功率谱峰值分别减小了 46.1%、32.5% 和

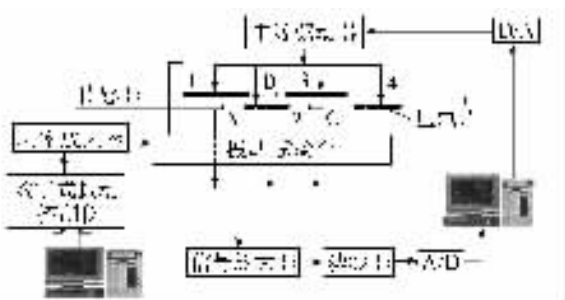


图 3 悬臂梁振动主动控制试验系统

Fig.3 Experimental set-up of active vibration control of a cantilever beam

36.5% ,柔性悬臂梁的振动受到抑制 ,控制效果非常明显 .

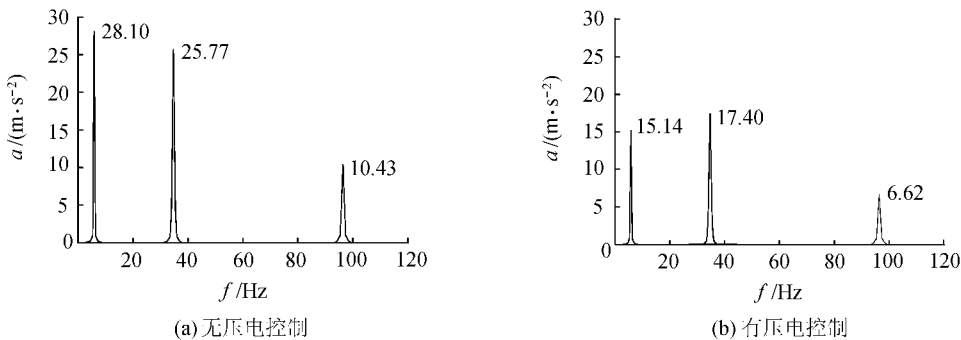


图5 前3阶模式下悬臂梁有无压电控制的响应谱

Fig.5 Response spectrum of a cantilever beam with and without installation of piezoelectric actuator under first three order vibration modes

4 结 语

笔者依据压电梁的振动控制方程布置压电陶瓷片的位置 ,并采用独立模态控制方法对柔性悬臂梁进行了振动主动控制试验研究 .为提高信噪比并保证后继控制的可靠性和有效性 ,试验时对传感信号进行了滤波处理 .试验结果表明 ,将压电陶瓷片作为驱动器合理地布置在悬臂梁上并采用主动控制方法 ,就能有效地抑制悬臂梁的振动 .

参考文献 :

[1] CRAWLEY E F , LUIS J . Use of piezoelectric actuator as elements of intelligent structures[T] . AIAA Journal , 1987 , 25(10) :1375-1385 .
[2] 李俊宝 , 张景绘 , 任勇生 , 等 . 振动工程中智能结构的研究进展 [J] . 力学进展 , 1999 , 29(2) :165-175 .
[3] CRAWLEY E F . Intelligent structures for aerospace technology overview and assessment[J] . AIAA Journal , 1994 , 32(8) :1689-1699 .
[4] 李宏男 , 李军 , 宋钢兵 . 采用压电智能材料的土木工程结构控制研究进展 [J] . 建筑结构学报 , 2005 , 26(3) :1-8 .
[5] 欧进萍 . 结构振动控制——主动、半主动和智能控制[M] . 北京 : 科学出版社 , 2003 :369 .
[6] 石荣 , 陈伟民 , 朱永 . 柔性梁振动主动控制的压电控制技术研究 [J] . 压电与声光 , 2000 , 22(2) :83-85 .
[7] 孙东昌 , 张洪华 , 吴宏鑫 , 等 . 压电智能梁振动控制中致动片优化布置与试验 [J] . 中国空间科学技术 , 1999 , 19(6) :46-51 .
[8] 贺兴书 . 机械振动学[M] . 上海 : 上海交通大学出版社 , 1989 :137-139 .
[9] MEIROVITCH L , BARUH H . Control of self-adjoint distributed-parameter system[J] . Journal of Guidance and Control , 1982 , 5(1) :60-66 .

Experimentntal research on vibration control of flexible cantilever beams by using PZT

YU Guo-jun , DU Cheng-bin , AI Yi-mou

(College of Civil Engineering , Hohai University , Nanjing 210098 , China)

Abstract : The rational position of PZT on cantilever beams was determined based on the vibration control principle of piezoelectric actuator and the strain equation for beam surface . With the independent mode control method , an experimental study was performed on the active vibration control of flexible cantilever beams . The signals from sensors were processed by a wave filter so that the signal-to-noise ratio could be improved and the reliability and effectiveness of the following control could be ensured . Test result shows that the rational arrangement of PZT on cantilever beams and the adoption of active control method can effectively suppress the vibration of flexible cantilever beams , and further decrease the acceleration of the first three-order vibration modes and the peak value of response spectrum of cantilever beams by 40% .

Key words : PZT ; flexible cantilever beam ; piezoelectric actuator ; vibration control