

三点弯曲试件混凝土 K_{IC} 尺寸效应公式的修正

曹 亮^{1 2}, 王向东¹

(1. 河海大学土木工程学院, 江苏 南京 210098 2. 南通市建筑设计研究院, 江苏 南通 226006)

摘要 混凝土裂缝前缘存在断裂过程区, 以往研究混凝土断裂韧度 K_{IC} 尺寸效应时未考虑断裂过程区的影响. 为此, 基于 Weibull 脆性破坏统计理论, 在考虑混凝土裂缝亚临界扩展条件的基础上对三点弯曲试件混凝土 K_{IC} 尺寸效应换算公式进行了修正, 并通过一组试验数据得到了便于工程应用的 K_{IC} 尺寸效应换算公式的近似表达式.

关键词 混凝土; 三点弯曲试件; 断裂韧度; 尺寸效应; 断裂过程区

中图分类号 :TV624.4 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-198X(2007)01-0063-04

混凝土材料性能参数, 如强度、弹性模量、断裂韧度、断裂能等具有尺寸效应^[1-4]. 有关研究^[5]表明, 混凝土材料的断裂特性与金属材料的弹塑性断裂特性不同, 其微裂隙的扩展在混凝土材料宏观裂缝前缘存在一定范围的微裂纹区(也称断裂过程区). 而在以往混凝土断裂韧度的研究中, 荷载采用了最大荷载, 缝长采用了初始缝长 a_0 , 没有考虑断裂过程区的影响. 如果考虑到断裂过程区的影响, 则裂缝失稳扩展时的临界缝长就不是 a_0 , 而应是最大荷载对应的等效临界缝长 a_c . 因此, 本文基于 Weibull 脆性破坏统计理论^[6], 在考虑裂缝亚临界扩展条件基础上对测试混凝土断裂韧度时常用的三点弯曲试件的尺寸效应换算公式进行了修正.

1 断裂韧度尺寸效应换算公式

对脆性材料而言, 物体内部存在一系列不同尺度和随机分布的微缺陷. Weibull 链条模型认为物体由互不相关的基本单元构成, 物体内部的缺陷是随机分布的, 物体的强度与最薄弱单元强度有关.

Weibull 链条模型, 对均匀应力场来说, 具有相当高的精度, 但没有考虑各个基本单元间的相互影响. 相邻相关链条破坏模型^[7], 对非均匀应力场来说, 也具有相当的精度. 该模型认为, 服从 Weibull 分布的试件强度的数学期望值 $E(R)$ 与试件体积的关系式为

$$\frac{E(R_i)}{E(R_j)} = \left(\frac{V_{*i}}{V_{*j}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \tag{1}$$

式中: R_i, R_j ——大小试件平均应力; V_{*i}, V_{*j} ——大小试件的转换体积, 在非均匀应力场情况下,

$$V_* = \int_v [f(x, y, z)]^{\alpha} dV \tag{2}$$

式中: $f(x, y, z)$ ——各点量纲 1 的位置函数; V ——试件体积;
 α ——常数, 即 Weibull 系数, 它与变异系数 C_v 有关.

对于三点弯曲试件(图 1), 由材料力学公式知, 裂缝尖端处的名义应力为

$$\sigma_n = 1.5 \frac{P_{\max} S}{th^2 \left(1 - \frac{a}{h} \right)^2} \tag{3}$$

式中: σ_n ——名义应力; a ——裂缝长度; t ——试件厚度; h ——试件高度; S ——试件跨度; $P_{\max}$ ——最大荷载.

美国材料试验协会(ASTM)给出的 K_{IC} 计算公式为

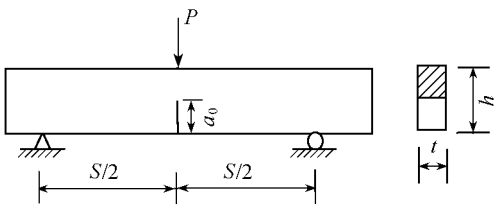


图 1 三点弯曲试件

Fig.1 Sketch of three-point bending specimen

$$K_{IC} = \frac{P_{\max} S}{4th^{3/2}} f(a/h) \quad (4)$$

式中 $f(a/h)$ 为几何形状因子^[8],

$$f(a/h) = 2.9(a/h)^{1/2} - 4.6(a/h)^{3/2} + 21.8(a/h)^{5/2} - 37.6(a/h)^{7/2} + 38.7(a/h)^{9/2} \quad (5)$$

将式(3)代入式(4)得

$$K_{IC} = \frac{\sigma_n(1-r)^2\sqrt{h}}{6} f(r) \quad (r = a/h) \quad (6)$$

这就是三点弯曲试件断裂韧度的一般表达式,大小试件的断裂韧度之比为

$$\frac{K_{ICi}}{K_{ICj}} = \frac{\sigma_{ni}}{\sigma_{nj}} \sqrt{\frac{h_i}{h_j} \frac{(1-r_i)^2 f(r_i)}{(1-r_j)^2 f(r_j)}} \quad (7)$$

式中 r_i, r_j 为大小试件缝高比.

由于混凝土为非均质材料,三点弯曲试件为非均匀应力场,所以大小试件的最大名义应力与转换体积间的关系为^[6]

$$\frac{\sigma_{ni}}{\sigma_{nj}} = \left(\frac{V_{*j}}{V_{*i}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} = \frac{(1-r_j)^2}{(1-r_i)^2} \left(\frac{V_j}{V_i} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (8)$$

式中 V_i, V_j 为大小试件跨内真实体积.

将式(8)代入式(7)得

$$\frac{K_{ICi}}{K_{ICj}} = \sqrt{\frac{h_i}{h_j} \left(\frac{V_j}{V_i} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \frac{f(r_i)}{f(r_j)}} \quad (9)$$

当不同尺寸试件的缝高比几何全相似时 $\frac{f(r_i)}{f(r_j)} = 1$, 则式(9)简化为

$$\frac{K_{ICi}}{K_{ICj}} = \sqrt{\frac{h_i}{h_j} \left(\frac{V_j}{V_i} \right)^{\frac{1}{\alpha}}} \quad (10)$$

式(10)是按 Weibull 脆性破坏统计理论^[6]导出的 K_{IC} 尺寸效应换算公式,它没有考虑断裂过程区的影响.但裂缝失稳扩展时,缝高比应为 a_c/h .对大小试件来说, a_c/h 一般不可能相似,在 a_c/h 相差不大的情况下,用式(10)近似换算 K_{IC} 是可以的,但存在一定误差.

2 断裂韧度尺寸效应公式的修正

裂缝失稳扩展时,缝长为 a_c ,缝高比 $r_c = a_c/h$ 且 $\frac{f(r_{ci})}{f(r_{cj})} \neq 1$,故大小试件断裂韧度之比为

$$\frac{K_{ICi}}{K_{ICj}} = \sqrt{\frac{h_i}{h_j} \left(\frac{V_j}{V_i} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \frac{f(r_{ci})}{f(r_{cj})}} \quad (11)$$

由文献[5]可知,当 $r = r_c$ 时,几何形状因子为

$$f(r_c) = 2.9(r_c)^{1/2} - 4.6(r_c)^{3/2} + 21.8(r_c)^{5/2} - 37.6(r_c)^{7/2} + 38.7(r_c)^{9/2} \quad (12)$$

式(11)为考虑断裂过程区影响的裂缝失稳扩展时的三点弯曲试件的断裂韧度尺寸效应换算式,与式(10)相比,其修正系数为 $\frac{f(r_{ci})}{f(r_{cj})}$.

由于这一修正系数表达式比较复杂且 a_c 不可能通过试验直接得到,如果能建立 a_c/h 与 h 的函数关系,即找出 r_c 与 h 的函数关系,将修正系数表示成 h 的函数,会给工程应用带来很大方便.为此,本文根据文献[9]的试验数据,分析了19个试件不同尺寸下 a_c 的变化规律.由于试件的初始缝高比不统一,本文利用线性比例关系,将 a_c 统一折算成 $r_0 = 0.4$ 情况下的 a'_c ,并对 $r'_c = \frac{a'_c}{h}$ 进行了计算,结果见表1.由高度为200 mm试件的变异系数 C_v 求得的 Weibull 系数 $\alpha = 7.85$.显然,新的几何形状因子的表达式,其形式与式(12)一样,只需将右边各项中的 r_c 改为 r'_c ,相应的修正系数也改为 $\frac{f(r'_{ci})}{f(r'_{cj})}$.

表 1 不同尺寸三点弯曲试件的 a'_c 和 r'_c

Table 1 a'_c and r'_c for three-point bending specimens of different sizes

S/mm	h/mm	t/mm	r_0	a_c/mm	a'_c/mm	r_c	r'_c
600	150	200	0.496 6	97.60	78.62	0.650 7	0.524 1
600	147	200	0.527 0	89.49	67.93	0.608 8	0.462 1
600	149	200	0.514 7	96.45	74.96	0.647 3	0.503 1
600	148	200	0.473 0	92.89	78.56	0.627 6	0.530 8
800	200	200	0.465 3	124.14	106.72	0.620 7	0.533 6
800	200	201	0.480 0	115.17	95.98	0.575 9	0.479 9
800	199	202	0.460 0	118.07	102.66	0.593 3	0.515 9
1 200	298	200	0.468 4	190.73	162.89	0.640 0	0.546 6
1 200	297	200	0.468 2	169.60	144.91	0.571 0	0.487 9
1 200	298	200	0.460 0	173.89	151.21	0.583 5	0.507 4
1 200	298	200	0.475 0	178.52	150.34	0.599 1	0.504 5
1 200	298	200	0.488 3	181.57	148.73	0.609 3	0.499 1
1 600	401	200	0.463 0	231.25	199.78	0.576 7	0.498 2
1 600	400	200	0.462 7	228.59	197.60	0.571 5	0.494 0
1 600	396	200	0.467 3	242.54	207.62	0.612 5	0.524 3
1 600	396	200	0.467 3	247.13	211.54	0.624 1	0.534 2
2 000	499	200	0.527 9	322.98	244.71	0.647 3	0.490 4
2 000	500	200	0.464 1	308.45	265.85	0.616 9	0.531 7
2 000	500	200	0.554 9	314.50	226.70	0.629 0	0.453 4

首先拟合 a'_c/h 与 h 的关系,得到如图 2 所示的拟合曲线,其方程为

$$r'_c = -0.02h^{0.3} + 0.615 \tag{13}$$

由图 2 可知, r'_c 随着 h 的增大而减小,其原因是 a_c 的增大速率小于 h 的增大速率。

再拟合几何形状因子 $f(r'_c)$ 与 h 的关系,得到如图 3 所示的拟合曲线,其方程为

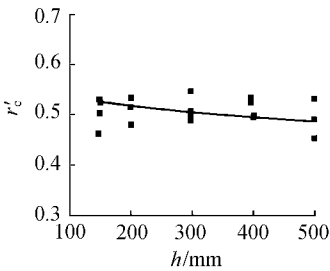
$$\varphi(h) = f(r'_c) = -0.78h^{0.155} + 4.595 \tag{14}$$


图 2 r'_c 与 h 的关系

Fig.2 Relationship between r'_c and h

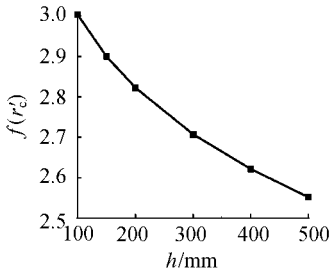


图 3 $f(r'_c)$ 与 h 的关系

Fig.3 Relationship between $f(r'_c)$ and h

则修正系数为 $\frac{-0.78h_i^{0.155} + 4.595}{-0.78h_j^{0.155} + 4.595}$, K_{IC} 的尺寸效应换算式变为

$$\frac{K_{ICi}}{K_{ICj}} = \sqrt{\frac{h_i}{h_j} \left(\frac{V_j}{V_i} \right)^{\frac{1}{a}}} \frac{0.78h_i^{0.155} - 4.595}{0.78h_j^{0.155} - 4.595} \tag{15}$$

将试验得到的 K_{IC} 按尺寸分组取平均值,并与按式(10)和式(15)计算得到 K_{IC} 进行比较,为了便于比较,以试验得到的 $h = 200\text{ mm}$ 试件的 K_{IC} 作为标准值,将其他高度试件的 K_{IC} 与之进行比较,结果如图 4 所示。

从图 4 可以看出, K_{IC} 随着试件尺寸的增大而增大,说明 K_{IC} 具有尺寸效应,考虑临界缝长的 K_{IC} 尺寸效应换算式(15)算得的 K_{IC} 比未修正的换算式(10)算得的 K_{IC} 更接近试验值。

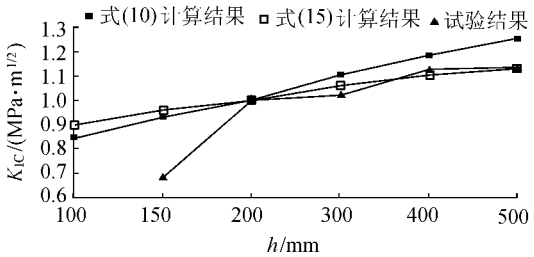


图 4 K_{IC} 的比较

Fig.4 Compare of K_{IC}

3 结 论

由于裂缝前缘存在断裂过程区,失稳扩展时裂缝长度不再是初始缝长 a_0 ,而是临界缝长 a_c 。考虑断裂过程区影响时,应将式(10)乘以一修正系数 $\frac{f(r_{ci})}{f(r_{cj})}$,或采用简化后的式(15)。试验数据验证结果表明,有修正系数的尺寸效应换算式更接近试验结果。由于试验数据有限,关于断裂韧性换算式对更大尺寸试件的应用效果如何,有待进一步验证。

参考文献:

- [1] HU X Z. An asymptotic approach to size effect on fracture toughness and fracture energy of composites[J]. Engineering Fracture Mechanics 2002, 69(5): 555-564.
- [2] 周苏波,王向东,徐道远. 混凝土断裂韧性尺寸效应极限值的讨论[J]. 大连理工大学学报, 1997, 37(增刊): 49-52.
- [3] DUAN K, HU X Z, WITTMANN F H. Size effect on fracture resistance and fracture energy of concrete[J]. Materials and Structures 2003, 36: 74-80.
- [4] 张小刚,宋玉普,吴智敏. 碾压混凝土穿透型诱导缝等效强度和断裂试验研究[J]. 水利学报, 2004(3): 98-102.
- [5] 吴智敏,徐世烺,刘佳毅. 光弹贴片法研究混凝土裂缝扩展过程及双 K 断裂参数的尺寸效应[J]. 水利学报, 2001, 34(4): 34-39.
- [6] 王德峻,徐道远. 脆性破坏统计理论和混凝土断裂韧性的尺寸效应[J]. 华东水利学院学报, 1984, 14(2): 12-20.
- [7] 邬瑞锋,裘春航. 脆性破坏统计理论[J]. 大连工学院学报, 1979, 12(3): 49-60.
- [8] ANDREEV G. Brittle failure of rock materials test results and constitutive model[M]. Rotterdam/Brookfield Balkema A A, 1995: 1-5.
- [9] 吴智敏,徐世烺,丁一宁,等. 混凝土非标准三点弯曲梁试件双 K 断裂参数[J]. 中国工程科学, 2001, 3(4): 76-81.

Modification of size effect formula of fracture toughness of concrete for three-point bending specimens

CAO Liang^{1,2}, WANG Xiang-dong¹

(1. College of Civil Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Nantong Architecture Design Institute, Nantong 226006, China)

Abstract: In the previous study on the size effect of fracture toughness of concrete, the influences of fracture process zones, which occur at the front edge of concrete cracks, are not taken into account. In consideration of the above fact, the size effect formula for fracture toughness K_{IC} of three-point bending concrete specimens was modified based on the Weibull statistical theory with sub-critical expansion of concrete cracks taken into account. Moreover, an approximate expression for the formula of fracture toughness convenient for engineering application was deduced based on a set of experimental data.

Key words: concrete; three-point bending specimen; fracture toughness; size effect; fracture process zone