

拱形桁架最小重量设计中遗传算法的应用

陈 芸

(南京工业大学建筑与城市规划学院 江苏 南京 210009)

摘要 对实际工程中常见的拱形桁架 取其整体重量为目标函数 ,以桁架的拱高、厚度和各杆件的截面特征为设计变量 ,以杆件应力、稳定性和节点位移为约束条件 ,依据遗传算法的基本理论进行优化计算 ,并对计算过程和结果进行了分析 .结果表明 ,利用遗传算法进行拱形桁架的最小重量设计是可行和有效的 .

关键词 拱形桁架 ;最小重量 ;遗传算法 ;优化设计

中图分类号 :TU311 文献标识码 :A 文章编号 :1000-198X(2007)02-0205-04

在实际工程结构设计中 ,经常遇到某些或全部设计变量只能取限定离散值的情况 ,例如型钢的规格、混凝土构件的尺寸等 .采用一般的优化方法 ,其结果必须经过数据处理 ,才能符合设计规范和各项技术指标的要求 ,这种经过调整后得到的结果 ,也有可能不是全局最优解 .因此 ,寻求一种能克服传统优化方法局限性的全局寻优方法是有必要的 .

遗传算法(GA)是一种非确定性优化算法^[1] .与传统优化计算不同的是 ,这种算法模拟生物进化过程中适者生存、劣者淘汰的模式 ,具有较好的全局搜索性能 ,因此在处理多目标、多约束、多变量的结构优化问题中得到广泛应用^[2-7] .桁架是建筑工程中常见的一种结构 ,优化设计可以减轻结构自重、节约用钢量和降低建筑造价 .本文以支承大跨度屋顶的拱型桁架为例 ,分析和研究遗传算法在其优化设计中的应用 .

1 设计模型的建立

桁架的优化问题通常是结构重量的最小化问题^[2] .对于具有一定的横向跨度 S_X 的圆弧形屋顶来说 ,支承桁架的拱高、厚度、杆件的截面积及杆件组合方式决定了桁架的整体重量 .本文取刚度和自由度均有差异的 2 种圆弧形桁架为分析模型(图 1) ,以桁架的拱高 R 、厚度 t 及各杆件截面积 A_i 为设计变量进行求解 ,使桁架的整体重量 $W(x)$ 为目标函数趋于最小 .

1.1 设计荷载

按建筑结构设计规范 ,长期荷载取屋顶恒荷载和桁架自重(G) ,短期荷载为长期荷载分别与风荷载(F)、雪荷载(S)的组合 .

$$G = 800 \text{ Pa} \quad S = 600 \text{ Pa} \quad F = cq \quad q = 60\sqrt{h}$$

1.2 设计变量

对于设计模型(图 1) ,桁架的形状参数和各杆件的断面特性决定了其整体重量 ,因此本文取设计变量 X 为

$$X = \{A_i, R, t\} \tag{1}$$

1.3 约束条件

根据日本建筑学会的“结构设计规范” ,约束条件 $G_i \leq 0$,包括对压杆的允许细长比($\lambda_{\max} = 250$)、各杆件的允许应力(可由规范公式计算)、节点最大位移的约束 .

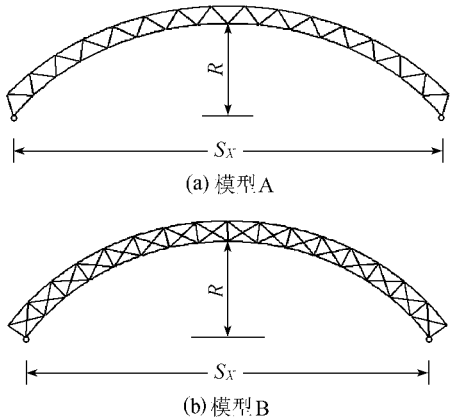


图 1 拱形桁架设计模型
Fig.1 Design models of arch truss

a. 压杆的细长比

$$\lambda_i - \lambda_{\max} \leqslant 0 \tag{2}$$

其中
$$\lambda_i = \frac{l_k}{i} \tag{3}$$

式中： l_k ——压杆的长度； i ——压杆截面回转半径。

b. 各杆件的应力

$$\sigma_i^t - \sigma^t \leqslant 0 \quad \sigma_i^c - \sigma^c \leqslant 0 \tag{4}$$

式中： σ_i^t, σ_i^c ——长期荷载作用下各拉、压杆应力； σ^t, σ^c ——容许拉、压应力。

c. 节点最大位移

$$d_{\max} - d \leqslant 0$$

式中： $d_{\max}$ ——荷载作用下节点最大竖向位移； d ——容许挠度值，本文取 $d = S_X/300$ 。

1.4 目标函数

分别以图 1 所示的 2 个桁架模型的整体重量 $W(X)$ 为目标函数，确保结构在给定的荷载作用下满足各约束条件 G_i ，求出设计变量 X 。

$$W(X) = \rho \sum_{i=1}^n l_i A_i$$

式中： ρ ——钢材密度； l_i ——杆件长度，由含有变量参数 R, t 的桁架节点坐标 x_i, y_i 算出。

2 遗传算法的应用

一般来说，一个能在求解实际问题时得到良好结果的简单遗传算法包括编码（初始集团的产生）、适应度评价、选择、交叉和变异等步骤，这样的操作循环往复，直至搜寻到最优或次优的解。遗传算法的操作流程如图 2 表示。

2.1 编码方法

在遗传算法中把一个问题的可行解从其解空间转换到遗传算法所能处理的搜索空间的转换方法称为编码^[8]。在优化设计中，通常可用比较简单的二进制编码即 [0, 1] 字符串来表示设计变量。表示变量的编码符号集被称作染色体，其中的符号被称为基因。一般情况下，一个优化问题包含若干个变量，也就是由若干个染色体组成遗传过程中的一个个体。

在对图 1 中拱形桁架模型进行编码时，考虑到杆件数量多，计算繁琐，根据应力分布规律和结构物的对称性，把上弦杆、下弦杆、斜杆及竖杆（仅模型 B 有）分别在半跨范围内分为 4 组，表示杆件截面积的变量共有 12（模型 A）和 16（模型 B）个。表 1 为各变量的取值范围（杆件截面积根据钢管型号表查出）。在进行遗传算法操作时，把二进制制编码向十进制制转换，该十进制数值即为相应变量在其取值范围中的某个序号，与该序号相对应的值就是该变量的取值。

表 1 变量参数取值范围
Table 1 Design variables

序号	杆件的截面积/cm ²	桁架厚度/cm	序号	杆件的截面积/cm ²	桁架厚度/cm
1	1.58	100	9	34.82	300
2	2.30	125	10	40.40	325
3	5.76	150	11	46.03	350
4	9.09	175	12	57.27	375
5	15.17	200	13	65.19	400
6	19.13	225	14	78.04	425
7	25.16	250	15	87.36	450
8	30.01	275	16	98.00	500

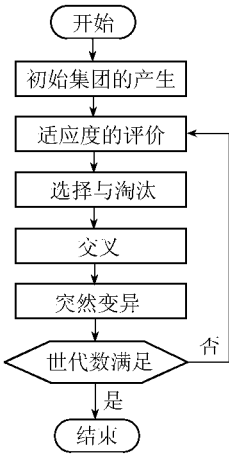


图 2 遗传算法操作流程
Fig.2 Flow chart of genetic algorithms

2.2 个体适应度的评价

在研究自然界生物的遗传和进化现象时，生物学家常使用适应度这个术语来度量某个物种对于其生存环境的适应程度。与此类似，遗传算法也可用适应度来衡量各个个体在优化过程中的生存机会。个体的适应度常用一个函数来衡量和评价，这个函数用所求解问题的目标函数值表示，也可称为评价函数。

本文的目标函数为桁架的整体重量，按适应度高的个体其评价函数值也高的原则，则评价函数 $f(X)$ 可取为桁架整体重量的倒数。一般遗传算法只适用于无约束优化问题，而桁架的优化设计是有约束条件的。为了将约束优化问题转化为无约束优化问题，最常用

的方法是惩罚函数法.以完全满足约束条件下桁架整体重量的倒数为评价函数 $f(X)$ 的基本值,不满足约束条件的个体给予一个惩罚函数 P 参加个体的评价.然后根据评价结果,按照适应度的高低,进行遗传操作中的选择和淘汰.

$$f(X) = \frac{1}{W(X)P} \quad P = 1 + C_p \sum_{i=1}^n \max(0, G_i)$$

式中: $W(X)$ ——桁架整体重量; G_i ——约束条件; C_p ——罚函数定数(调节罚函数的大小,使优化解能完全满足约束条件),本文取 $C_p = 1.0$.

2.3 染色体的交叉方法与基因的变异概率

交叉是两母体的染色体基因交换而产生下一代的过程,也就是母体的基因遗传给子体的方式.本文采用“单点交叉(One-point crossover)”与“均匀交叉(uniform crossover)”2种方法^[8],并以模型 A 为算例,用遗传操作运算了 5 次,对 2 种方法的应用结果进行了对比.结果表明,使用均匀交叉的方法能使桁架整体重量更早地收敛于最小值.

突然变异是母体的基因遗传给子体时,按一定的概率发生的变化.变异概率取值的大小对优化结果有一定的影响,变异概率越小,搜索范围越窄,最后只能得到部分解.当变异概率太大时,由于基因变化太频繁,又可能会在遗传时失去一些形成良好染色体的机会.所以,设定一个适当的变异概率值对于优化设计是必需的.图 3 显示了使用上述 2 种交叉方法,在遗传操作经过了一定的世代数时,不同变异概率下桁架整体最小重量的变化情况.

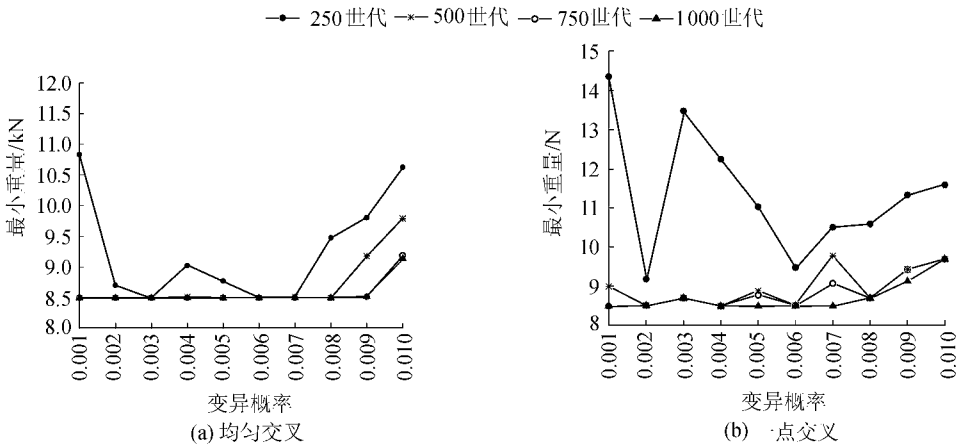


图 3 变异概率的影响

Fig.3 Two methods of crossover

从图 3 可看出,使用均匀交叉的方法能使桁架的整体重量更早地收敛于最小值,所以本文计算采用了均匀交叉的方法.

2.4 解析结果及其研究探讨

根据上述方法对设计模型 A、B,在给定了不同的跨度 S_X 、桁架间距 S_Z (可代表不同的屋面荷载)及节间数 N_X 等条件下,分别进行了最小重量设计,计算结果见图 4~6.

图 4~5 表明,在不同设计条件(跨度、荷载等)下,拱形桁架的整体重量通过计算后均可收敛于最小值,从

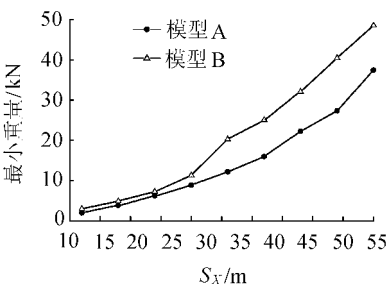


图 4 不同跨度 S_X 时的最小重量
Fig.4 Variation of minimum weight with span S_X

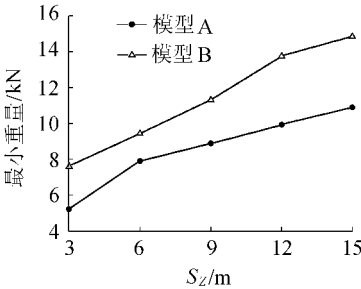


图 5 不同桁架间距 S_Z 时的最小重量
Fig.5 Variation of minimum weight with bay length S_Z

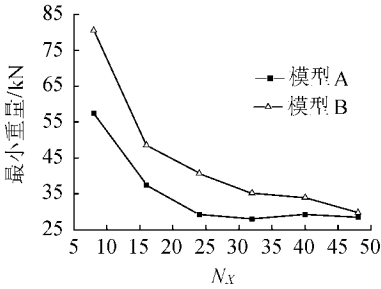


图 6 不同节间数 N_X 时的最小重量
Fig.6 Variation of minimum weight with number of nodes N_X

而验证了遗传算法在桁架整体最小重量设计中应用的可行性. 从图4还可看出, 桁架跨度较小时杆件的组合方式对最小重量的影响不明显.

图6取 $S_X = 60\text{ m}$ 进行了计算. 结果显示, 随着节间数的增大(节点间距减小), 最小重量有下降趋势. 当节点间距缩小到一定的程度(接近于 1 m) 时, 节间数的变化以及桁架杆件的组合方式对最小重量的影响越来越小.

图7是当跨度为 30 m 时, 在本文所述设计荷载下, 经过一定的世代运行后得到的最小重量解. 结果证明, 桁架模型A、B在给定条件下可收敛于相同的拱高 R 和厚度 t , 杆件截面积的变化(图中线条的粗细形象地表示杆件截面积的变化)也符合应力的分布规律.

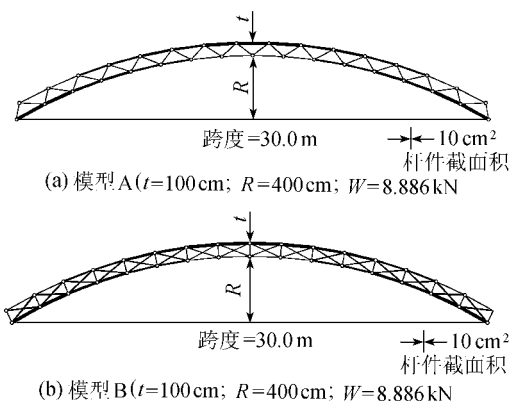


图7 拱桁架模型的优化结果

Fig.7 Diagrams of the optimal truss arch

3 结 论

a. 遗传算法应用于工程结构的优化设计, 解决了传统方法难以处理的离散变量全局寻优问题. 通过对2种不同组合形式的拱形桁架模型的解析, 得到了符合实际受力特点的各杆件截面特性参数值和合理的拱高及厚度, 验证了在拱形桁架整体最小重量设计中遗传算法的应用是可行而有效的.

b. 遗传过程中, 操作方法的选择对更好地发挥遗传算法的效能具有重要意义. 选用均匀交叉的方法作为染色体的交叉方法, 可以搜索到更精确的优化解, 并能提高收敛速度.

c. 把拱形桁架模型作为 z 轴固定的空间桁架进行了解析, 即所开发的计算机程序只需把平面外的变形与屈曲因素考虑进去, 也适用于空间桁架(如各类网架等)的优化设计.

d. 对杆件数量较少的桁架, 遗传操作方法能使多个变量同时最优化. 但随桁架规模的加大、杆件数量的增多, 要得到较为理想的结果, 必须增加运行次数和反复循环的世代数等.

参考文献:

- [1] HOLLAND J H. Adaptation in natural and artificial systems[M]. Michigan: University of Michigan Press, 1975.
- [2] MINAKAWA Y. Minimum weight optimization of multi-span gable frame structures and the cubic folded plate effects[J]. J Struct Eng AIJ, 1997, 501: 77-84.
- [3] HIROSHI O, NOBUAKI K. Form creation of truss structures by genetic algorithm[J]. J Struct Eng AIJ, 1999, 520: 85-92.
- [4] KAZUO M, NOBUYOSHI T. An application of genetic algorithms to form finding analysis of spatial structures[J]. J Struct Eng AIJ, 1996, 484: 75-83.
- [5] JENKINS W M. On the application of natural algorithms to structural design optimization[J]. Engineering Structures, 1997, 19: 302-308.
- [6] 孙仁范, 牟在根, 颜谋, 等. 遗传算法在桁架结构优化设计中的应用[J]. 建筑结构学报, 2004, 25(3): 75-79.
- [7] 贺拥军, 齐冬莲, 董石麟. 遗传算法在双层圆柱面网壳结构优化中的应用[J]. 建筑结构, 2002, 32(3): 60-61, 34.
- [8] 周明, 孙树栋. 遗传算法原理及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.

Application of genetic algorithms to minimum weight design of arch truss

CHEN Yun

(College of Architecture and Urban Planning, Nanjing University of Technology, Nanjing 210009, China)

Abstract The optimization of the engineering structure generally means the minimization of the weight of the structure. For the arch truss commonly adopted in practical projects, with the total weight of the structure taken as the objective function, the arch rise, the arch thickness, and the sectional characteristics taken as design variables, and the rod stress, stability and nodal displacement taken as the constraints, the genetic algorithms were employed for its optimal design. The analysis of the calculated result shows that the genetic algorithm is feasible and effective for minimization of the weight of arch trusses.

Key words arch truss; minimum weight; genetic algorithm; optimal design