

混凝土应力计算的变形法误差分析及方法改进

冯 波¹ 张志诚¹ 董 霞²

(1. 河海大学水利水电工程学院, 江苏 南京 210098; 2. 河海大学海洋学院, 江苏 南京 210098)

摘要 采用变形法计算混凝土应力时,假设应力在各个时段内以突变形式增加,并对这种假设带来的误差进行了分析.为提高精度,在渐变应力比突变应力更符合实际的基础上提出应力在各时段内线性变化的假定,在此假定下推导了应力计算的一般公式,用于实测应变资料的分析计算.与原方法比较,改进后的方法能更好地保证计算后第一应力不变量为常数.

关键词 混凝土应力;变形法;误差
中图分类号 :TV431 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-198X(2007)02-0217-03

在进行混凝土应力应变的专门监测中,仪器测得的是混凝土的综合应变值而非应力值,要通过计算将其转换为直接反映混凝土受荷的实际应力值.计算过程中要考虑到自身体积变形、徐变等.计算转换可采用的方法有变形法和松弛系数法,其中以变形法最为常用^[1-2].计算过程中减小误差,提高精度尤其重要.

1 变形法的计算原理及误差

1.1 计算原理

直接利用徐变试验资料及弹性模量试验资料由混凝土实测应变来计算混凝土应力的方法称为变形法.其中应变应减去同时刻无应力计测值(扣除自身体积变形等),其过程如下:

图 1 所示是扣除自身体积变形的应变过程线,则任意时段末 τ_n 的应变可表示为

$$\epsilon(\tau_n) = \epsilon_a + \epsilon_n^e + \epsilon_n^c \quad (n > 1) \tag{1}$$

式中: ϵ_a ——承前应变,即 $\tau_0 \sim \tau_{n-1}$ 时间段内应力变化对 τ_n 时应变的总影响; ϵ_n^e ——第 n 段时间内应力变化引起的弹性应变; ϵ_n^c ——第 n 段时间内应力变化引起的徐变变形.

若假设第 n 时段内应力增量为 $\Delta\sigma_n$,龄期 τ 时的弹性模量为 $E(\tau)$,龄期 τ_i 时加载单位应力到龄期 τ_n 时的徐弯为 $\alpha(\tau_i, \tau_n)$,式(1)中 ϵ_a 可以表示为^[3]

$$\epsilon_a = \int_{\tau_0}^{\tau_{n-1}} \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \left(\frac{1}{E(\tau)} + \alpha(\tau, \tau_n) \right) d\tau \tag{2}$$

$$\epsilon_a = \sum_{i=1}^{n-1} \sigma_i \left(\frac{1}{E(\tau_i)} + \alpha(\tau_i, \tau_n) \right) \tag{3}$$

式(3)为离散后得到的 ϵ_a 近似表达式,此时把 $\Delta\sigma_i$ 处理成在第 i 时段末尾发生,而实际计算过程中多将其处理成在该时段中间发生. ϵ_n^e 则可以表示为^[4]

$$\epsilon_n^e = \Delta\sigma_n / E(\tau) \quad (\tau_{n-1} \leq \tau \leq \tau_n) \tag{4}$$

$$\epsilon_n^c = \Delta\sigma_n \alpha(\tau, \tau_n) \quad (\tau_{n-1} \leq \tau \leq \tau_n) \tag{5}$$

将式(3)~(5)代入式(1)整理得到 $\Delta\sigma_n$ 的计算公式为

$$\Delta\sigma_n = \left\{ \epsilon(\tau_n) - \sum_{i=1}^{n-1} \Delta\sigma_i \left[\frac{1}{E(\tau_i)} + \alpha(\tau_i, \tau_n) \right] \right\} / \left[\frac{1}{E(\tau)} + \alpha(\tau, \tau_n) \right] \tag{6}$$

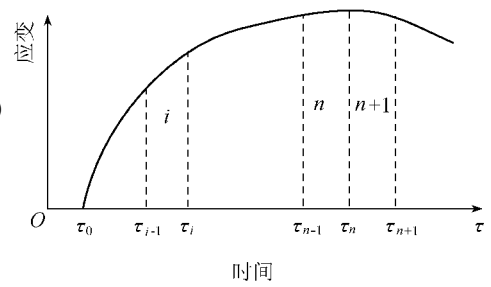


图 1 混凝土应变过程线
Fig.1 Strain curve of concrete

对 $\Delta\sigma_n$ 也可以用下面的公式计算^[3]

$$\Delta\sigma_n = E_s(\tau_{n-1}, \tau_n) \left\{ \epsilon(\tau_n) - \sum_{i=1}^{n-1} \sigma_i \left[\frac{1}{E(\tau_i)} + \alpha(\tau_i, \tau_n) \right] \right\} \quad (7)$$

式中 $E_s(\tau_{n-1}, \tau_n)$ 即为持续弹模, 其意义为在龄期 τ_{n-1} 时作用的单位应力, 到龄期 τ_n 时产生的应变的倒数. 对于第一时段内应力的计算, 则不考虑承前应变, 公式可相应推得. 式(3)(6)~(7)因处理方式不同可能略有差异^[5-6].

1.2 误差来源

从上述一般计算过程可以看出, 传统的变形法在以下两方面存在误差:

a. 将第 i 个时段 ($\tau_{i-1} \sim \tau_i$) 内的应力增量 $\Delta\sigma_i$ 作为一个瞬时增量处理, 应力是台阶式跳跃增长的, 这与实际情况有较大的差别. 在计算它对后面任意时刻 τ_n ($n > i$) 时的影响时, 只能在第 i 段时间内人为选一个应力增量 $\Delta\sigma_i$ 发生作用的瞬时点来确定其持续时间, 这对 $\Delta\sigma_n$ 的计算会产生影响, 特别是当第 i 段时间间隔较长时, 影响更大. 在实测资料中, 这种间隔通常达到 10 d 以上.

b. 在计算第 n 段时间内的应力增量 $\Delta\sigma_n$ 时, 也将其作为瞬时增量, 但将其作用到该时段内何时, 选择何时的弹性模量, 则没有标准. 当该时段的时间跨度较大时, $\Delta\sigma_n$ 的计算结果不够准确, 各时段应力增量累加计算应力时, 误差会更大.

2 计算方法的改进

2.1 基本假设

上述误差产生的根本原因是假设了各时段内应力是瞬时突变增加的, 然而客观上渐变应更符合实际, 因此假设在任意时段内应力是线性变化的. 如以第 n 段时间为例 ($\tau_{n-1} \sim \tau_n$ 之间的时间), $\alpha(\tau)$ 可以表示为

$$\alpha(\tau) = \alpha(\tau_{n-1}) + k(\tau - \tau_{n-1}) \quad (\tau_{n-1} \leq \tau \leq \tau_n) \quad (8)$$

k 为应力的变化速率, 在该时段内任意时刻相对 τ_{n-1} 时的应力增量都可以表示为

$$\Delta\alpha(\tau) = k(\tau - \tau_{n-1}) \quad (\tau_{n-1} \leq \tau \leq \tau_n) \quad (9)$$

2.2 公式推导

由基本假定, 在第 n 段时间内应力增量 $\Delta\sigma_n$ 是以速率 k 线性增加的, 其自身时段内 ($\tau_{n-1} \sim \tau_n$) 产生的应变便可以比较精确地求得. 为便于描述, 将 $\Delta\sigma_n$ 记为 $\Delta\sigma$, 为发生在时段 $t_0 \sim t_1$ 的应力增量, 则该时段内由于应力变化 (应力增量的产生) 引起的应变增量 $\Delta\epsilon(\Delta\sigma)$ 结合式(2)可以表示为

$$\Delta\epsilon(\Delta\sigma) = k \int_{t_0}^{t_1} \left[\frac{1}{E(\tau)} + \alpha(\tau, t_1) \right] d\tau \quad (10)$$

式中 $E(\tau)$ 和 $\alpha(\tau, t_1)$ 都是显式, 因此右边积分是可求的. 如果 $\Delta\epsilon(\Delta\sigma)$ 为已知, 则可以算得 k , 从而可以求得该时段内的应力增量 $\Delta\sigma$. 此时要计算 $\Delta\sigma$ 到后面任意时刻 t_2 ($t_2 > t_1$) 时产生的应变是方便的, 只要将式(10)中 $\alpha(\tau, t_1)$ 改为 $\alpha(\tau, t_2)$, 而积分限不变.

求 $\Delta\epsilon(\Delta\sigma)$: 设在应变计的实测资料中, τ_n 和 τ_{n-1} 时刻测值之差记为 $\Delta\epsilon$. $\Delta\epsilon$ 由两部分组成, 第一部分为在 $\tau_{n-1} \sim \tau_n$ 之间应力变化引起的应变, 即要求的 $\Delta\epsilon(\Delta\sigma)$, 第二部分为该时段之前所有时段内的应力变化在 $\tau_{n-1} \sim \tau_n$ 时段内产生的徐变, 不包括弹性应变, 记作 $\Delta\epsilon_a$, 则

$$\Delta\epsilon_a = \sum_{i=1}^{n-1} \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} k_i [\alpha(\tau, \tau_n) - \alpha(\tau, \tau_{n-1})] d\tau \quad (11)$$

式中 k_i 为第 i 时段内的应力变化率, 因此 $\epsilon(\sigma)$ 可以表示为

$$\Delta\epsilon(\Delta\sigma) = \epsilon(\tau_n) - \epsilon(\tau_{n-1}) - \sum_{i=1}^{n-1} k_i \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} [\alpha(\tau, \tau_n) - \alpha(\tau, \tau_{n-1})] d\tau \quad (12)$$

$\Delta\epsilon(\Delta\sigma)$ 也可以表示为

$$\Delta\epsilon(\Delta\sigma) = \epsilon(\tau_n) - \sum_{i=1}^{n-1} k_i \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} \left[\frac{1}{E(\tau)} + \alpha(\tau, \tau_n) \right] d\tau \quad (13)$$

式(12)(13)的本质是一样的. 当 $i=1$ 时, $\Delta\epsilon(\Delta\sigma)$ 即为 $\epsilon(\tau_1)$. 按上述计算式可以逐步算出 k_i , 代入式(9)可得该时段内应力增量, 从而逐步算出各时段的应力.

3 计算实例

本文采用某工程左岸厂房蜗壳外包混凝土里所埋应变计组的实测资料作为计算资料,在计算之前已经扣除了该部位无应力计的测值.埋设仪器按文献 7 选取基准值.计算时段为 2002 年 2 月 22 日~2003 年 12 月 31 日.为便于计算,编制了通用的计算机程序.对积分采用 5 点高斯积分计算^[8].用混凝土弹性模量和徐变度的实测资料,则:

$$E(\tau)=28.00(1-e^{-0.30\tau^{0.45}})$$
$$\alpha(\tau,t)=10.0(0.088+14.867\tau^{-0.476})\times$$
$$(1-e^{-(0.106+0.645\tau^{-0.368})(t-\tau)^{0.395}})$$

以传统的计算方法和改进后方法分别进行计算,将传统方法各时段内的应力增量处理为在各时段的中点龄期发生.某应变计的计算结果如图 2 所示.

由图 2 可知,改进后的方法与原方法计算出来的应力变化规律一致,但数值稍小.对于计算的仪器,其最大值(拉应力)要小 0.268 MPa.

对多组应变计组进行应变的平衡调整(即能保持第一应变不变量为一个常数)后,分别用原变形方法与改进后的方法进行计算,结果表明改进后的方法能够保证第一应力不变量也为一个常数,相差很小,而传统的变形方法差别要大些.

4 结 语

混凝土应力计算在监测资料整理分析过程中经常遇到.本文分析了常用的变形法在计算应力过程中误差产生的来源.为了减小误差,将应力在每个时段之间的变化由传统的瞬时增量改为线性增量处理,这与实际情况更接近,并推导了在这种假设下变形法求应力的一般计算公式,编制了相应的计算程序.对实测应变资料进行处理,计算结果表明,改进后计算方法提高了计算精度.

参考文献:

[1] 刘志敏,赵坚,周澄.关于应变计的应力数值转换[J].大坝与安全,2005,25(1):52-54.
[2] 魏德荣,王玉洁,傅春江.基于变形法的黏弹性体实测应力计算[J].大坝与安全,2004,19(1):52-56.
[3] 吴中如,沈长松,阮焕祥.水工建筑物安全监控理论及其应用[M].南京:河海大学出版社,1990:93-120.
[4] 郭之章,傅华.水工建筑物的温度控制[M].北京:水利电力出版社,1990:295-327.
[5] 朱伯芳.朱伯芳院士文选[M].北京:中国电力出版社,1997:254-307.
[6] 惠荣炎,黄国兴,易冰若.混凝土的徐变[M].北京:中国铁道出版社,1988:193-209.
[7] 储海宁.混凝土内部观测技术[M].北京:水利电力出版社,1987:179-180.
[8] 李庆扬,王能超,易大义.数值分析[M].北京:清华大学出版社,2001:139-147.

Error analysis of deformation method for stress calculation of concrete and its improvement

FENG Bo¹, ZHANG Zhi-cheng¹, DONG Xia²

(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;
2. College of Ocean, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract :When the deformation method was used for concrete stress calculation, it was assumed that the stress increased suddenly at each stage, and such an assumption led to certain errors. Based on an analysis of the sources of errors, a linear variation of the stress at each stage was assumed, and a general formula for stress calculation was deduced. The calculated result shows that the precision is improved under the assumption of linear variation of the stress.

Key words :concrete stress; deformation method; error

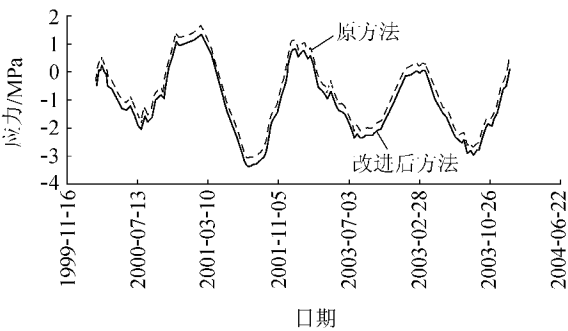


图 2 改进后方法与原方法计算结果比较
Fig.2 Comparison of the results of original method and improved method