

一种岩石非线性流变模型

杨圣奇¹, 倪红梅², 于世海³

(1. 河海大学岩土工程研究所, 江苏 南京 210098 ; 2. 平顶山工学院土木工程系, 河南 平顶山 467000 ;
3. 解放军理工大学理学院, 江苏 南京 211101)

摘要 岩石是一种复杂的工程介质, 具有明显的非均质性、不连续性及各向异性等特点, 其宏观流变表现为非线性流变变形。通过岩石非线性流变变形是时间的 Weibull 分布函数的假定, 提出了一个新的非线性流变元件(NRC 模型)。通过 NRC 模型与西原模型的串联, 建立了能够描述加速流变特性的岩石非线性流变模型(NRM)。利用盐岩单轴压缩流变试验曲线对建立的岩石非线性流变模型进行辨识, 获得了岩石非线性流变参数。岩石非线性流变模型与试验结果的比较, 显示了所建非线性流变模型的正确性与合理性。

关键词 岩石力学; 非线性流变元件(NRC 模型); 非线性流变模型(NRM)

中图分类号 : TU485 **文献标识码** : A **文章编号** : 1000-198X(2007)04-0388-05

岩石在不同应力状态下的流变试验曲线可以分为图 1 所示的 3 种类型^[1-6] (图中 : σ_0 为应力水平 ; σ_s 为长期长度 ; t_1 为从初期流变向稳态流变过渡的起始时刻 ; t_2 为从稳态流变向加速流变过渡的起始时刻 ; t_c 为流变破坏时间)。由图 1 可见, 曲线 1 与曲线 2 均只具有初期流变与稳态流变 2 个阶段, 仅反映岩石的黏弹性特征, 不同的是曲线 2 具有大于零的稳态流变速率, 而曲线 1 稳态流变速率近乎为零。曲线 3 为岩石流变全程曲线, 即具有初期流变($O'A$ 段)、稳态流变(AB 段) 与加速流变(BC 段) 3 个阶段, 反映岩石的黏弹塑性特征。由于采用以往的线性黏弹塑性流变模型(如西原模型等) 无法描述曲线 3 出现加速流变阶段的黏弹塑性特征, 需采用非线性流变模型。

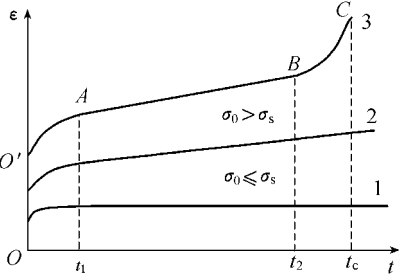


图 1 岩石 3 种典型的流变试验曲线
Fig. 1 Three kinds of typical rheological curves of rocks

通常, 建立岩石非线性流变模型的方法有如下 2 种^[7-13] : (a) 用非线性流变元件代替常规的线性流变元件(如弹性体、塑性体和黏性体等) 来建立岩石流变模型 ; (b) 采用新的理论(如内时理论、断裂及损伤力学理论等) 来建立岩石流变模型。这 2 种方法建立的流变模型均能较好地描述岩石的加速流变变形。本文采用第 1 种方法, 通过岩石非线性流变变形是时间的 Weibull 分布函数的假定来建立新的非线性流变模型, 以促进岩石非线性流变模型在工程实践中的应用。

1 非线性流变元件

岩石产生非线性流变的主要原因是存在于岩石材料中的各种初始损伤(如裂隙、孔洞及位错等) 在恒定应力水平作用下, 将经历一种演化扩展的过程, 同时岩石内部矿物颗粒介质本身也将发生晶粒滑移等, 这样岩石材料内部损伤的几何组构特征也将随之发生变化, 从而使岩石变形呈非线性规律变化。所以, 可以认为岩石非线性流变变形是时间的函数。这里通过岩石非线性流变变形是时间的 Weibull 分布函数的假定, 提出了一个新的非线性流变元件(nonlinear rheological component), 简称为 NRC 模型(图 2)。该模型可以充分反映岩石加速流变变形。NRC 模型在恒定

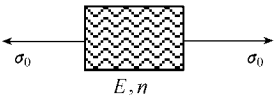
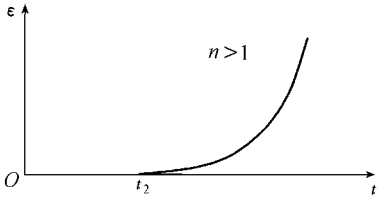


图 2 非线性流变元件
Fig. 2 Nonlinear rheological component (NRC)

应力 σ_0 作用下的应变与时间的关系如图 3 所示 相应的蠕变方程为



$$\epsilon = \frac{\sigma_0}{E} \left\{ 1 - e^{-\left[\frac{H(t-t_2)}{t_c-t_2} \right]^n} \right\} \quad (1)$$

式中 : E , n ——流变参数 ; t ——经过的时间 ; H ——正值函数 ,

$$H(t-t_2) = \begin{cases} 0 & (t \leq t_2) \\ t-t_2 & (t > t_2) \end{cases} \quad (2)$$

图 3 NRC 模型的蠕变曲线

Fig.3 Creep curve of NRC model

由式(1)与图 3 不难看出 ,当 $t > t_2$ 时 ,随着时间的增长 ,岩石应变与应变速率均呈非线性增加 ,因而 NRC 模型能充分反映岩石加速流变特性 ,可以用于描述岩石的非线性加速流变变形 .

2 非线性流变模型

岩石流变过程往往是弹性、黏性、塑性、黏弹性和黏塑性等多种变形共存的一个复杂过程 ,因而需通过多种元件(线性和非线性元件)的复合来对其进行模拟 .对于图 1 中的曲线 1 与曲线 2 ,可以利用西原模型来模拟 ;而对于图 1 中的曲线 3 ,可以利用一种新的岩石非线性黏弹塑性流变模型(图 4)来模拟 .该非线性流变模型是通过非线性流变元件(NRC 模型)与西原模型的串联建立起来的 ,其蠕变方程有 2 种 :

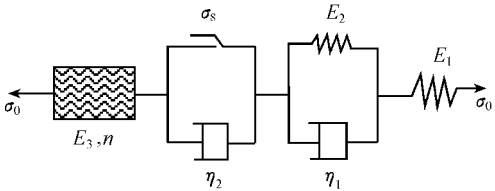


图 4 岩石非线性流变模型

Fig.4 Nonlinear rheological model (NRM) of rocks

$$\epsilon = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_2} \left(1 - e^{-\frac{E_2}{\eta_1} t} \right) \quad (\sigma_0 \leq \sigma_s) \quad (3)$$

$$\epsilon = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_2} \left(1 - e^{-\frac{E_2}{\eta_1} t} \right) + \frac{\sigma_0 - \sigma_s}{\eta_2} t + \frac{\sigma_0}{E_3} \left\{ 1 - e^{-\left[\frac{H(t-t_2)}{t_c-t_2} \right]^n} \right\} \quad (\sigma_0 > \sigma_s) \quad (4)$$

式中 : ϵ ——岩石总的应变 ; E_1 ——瞬时弹性模量 ; E_2 ——黏弹性模量 ; E_3 , n ——NRC 模型中的流变参数 ; η_1 , η_2 ——黏滞系数 ,表示流变阶段趋向稳定的快慢程度 ,数值越小 ,则趋向稳定的时间就越短 ; σ_s ——屈服应力或长期强度 .

很显然 ,式(3)可以描述图 1 中的曲线 1 ,而式(4)可以分别描述图 1 中的曲线 2 (当 $t \leq t_2$ 时)和曲线 3 (当 $t > t_2$ 时) .将式(3)与式(4)合并成

$$\epsilon = \frac{\sigma_0}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_2} \left(1 - e^{-\frac{E_2}{\eta_1} t} \right) + \frac{H(\sigma_0 - \sigma_s)}{\eta_2} t + \frac{\sigma_0}{E_3} \left\{ 1 - e^{-\left[\frac{H(t-t_2)}{t_c-t_2} \right]^n} \right\} \quad (5)$$

式(5)即为岩石在单轴应力状态下的蠕变方程 ,不仅可以描述岩石的黏弹塑性特征 ,而且可以很好地反映岩石的非线性加速流变变形 .其中 $H(\sigma_0 - \sigma_s)$ 为正值函数 .

3 三维非线性蠕变方程

式(5)所示的蠕变方程是在单轴应力状态下建立起来的 ,实质上只有一维流变微分模型才能用具体的物理元件来组合 .复杂的三轴应力状态(三维流变微分模型)很难用具体的元件来描述 ,目前常用的方法是通过类比将一维流变分析直接推广至三维 .通常 ,岩石在三维应力状态下 ,其内部的应力张量可分解为球应力张量 σ_m 和偏应力张量 S_{ij} ,其表达式为

$$\begin{cases} \sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3} \sigma_{kk} \\ S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_m = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \end{cases} \quad (6)$$

因而有

$$\sigma_{ij} = S_{ij} + \delta_{ij} \sigma_m \quad (7)$$

一般而言 ,球应力张量 σ_m 只能改变物体体积 ,而不能改变其形状 ;而偏应力张量 S_{ij} 只能引起形状变化

而不引起体积的变化.因此,同样可以将应变张量分解成球应变张量 $\boldsymbol{\varepsilon}_m$ 和偏应变张量 $\boldsymbol{e}_{ij}$.

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_m = \frac{1}{3}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) = \frac{1}{3}\boldsymbol{\varepsilon}_{kk} \\ \boldsymbol{e}_{ij} = \boldsymbol{\varepsilon}_{ij} - \delta_{ij}\boldsymbol{\varepsilon}_m = \boldsymbol{\varepsilon}_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\boldsymbol{\varepsilon}_{kk} \end{cases} \quad (8)$$

因而有

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} = \boldsymbol{e}_{ij} + \delta_{ij}\boldsymbol{\varepsilon}_m \quad (9)$$

设岩石剪切模量为 G , 体积模量为 K ,

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (10)$$

$$K = \frac{E}{3(1-2\mu)} \quad (11)$$

式中的 E 和 μ 分别为岩石弹性模量和泊松比.

对于三维应力状态下的虎克体,有

$$\boldsymbol{\sigma}_m = 3K\boldsymbol{\varepsilon}_m \quad (12)$$

$$\boldsymbol{S}_{ij} = 2G\boldsymbol{e}_{ij} \quad (13)$$

这样,对于三维应力状态下的黏弹性体,其蠕变方程可比照单轴应力状态下的蠕变方程,只要将 σ_0 换成岩石试验时的恒定偏应力 $(\boldsymbol{S}_{ij})_0$,即

$$\boldsymbol{e}_{ij} = \frac{(\boldsymbol{S}_{ij})_0}{2G_2} \left(1 - e^{-\frac{G_2}{\eta_1}t}\right) + \frac{H[(\boldsymbol{S}_{ij})_0 - \sigma_s]}{2\eta_2} t \quad (14)$$

而 NRC 模型的蠕变方程为

$$\boldsymbol{e}_{ij} = \frac{(\boldsymbol{S}_{ij})_0}{2G_3} \left\{1 - e^{-\left[\frac{H(t-t_2)}{t_c-t_2}\right]^n}\right\} \quad (15)$$

结合前面各式,便可以得到三维应力状态下岩石的蠕变方程,即

$$\begin{cases} \boldsymbol{e}_{ij} = \frac{(\boldsymbol{S}_{ij})_0}{2G_2} \left(1 - e^{-\frac{E_2}{\eta_1}t}\right) & ((\boldsymbol{S}_{ij})_0 \leq \sigma_s) \\ \boldsymbol{e}_{ij} = \frac{(\boldsymbol{S}_{ij})_0}{2G_2} \left(1 - e^{-\frac{G_2}{\eta_1}t}\right) + \frac{(\boldsymbol{S}_{ij})_0 - \sigma_s}{2\eta_3} t + \frac{(\boldsymbol{S}_{ij})_0}{2G_3} \left\{1 - e^{-\left[\frac{H(t-t_2)}{t_c-t_2}\right]^n}\right\} & ((\boldsymbol{S}_{ij})_0 > \sigma_s) \end{cases} \quad (16)$$

4 非线性流变模型参数的确定

基于图 1 所示的岩石流变试验曲线给出式(5)在不同应力状态下岩石流变模型参数的确定方法.

a. 对于当 $\sigma_0 \leq \sigma_s$ 时的三元件广义 Kelvin 流变模型,需要确定 E_1, E_2 与 η_1 3 个参数.(a)首先确定瞬时弹性模量 E_1 .由式(3)可知,当 $t=0$ 时, $\varepsilon_e = \sigma_0/E_1$,而 ε_e 可以直接由岩石流变试验曲线得到,这样可以求得参数 $E_1 = \sigma_0/\varepsilon_e$.(b)其次确定黏弹性模量 E_2 与黏滞系数 η_1 .由式(3)可知

$$\varepsilon - \frac{\sigma_0}{E_1} = \frac{\sigma_0}{E_2} \left(1 - e^{-\frac{E_2}{\eta_1}t}\right) \quad (17)$$

基于岩石流变试验数据,利用最小二乘法,根据 $Y=f(1-e^{-gt})$ 进行非线性回归分析可以获得 f, g , 其中 $Y = \varepsilon - \sigma_0/E_1$, $f = \sigma_0/E_2$, $g = E_2/\eta_1$.由此可以确定 E_2 与 η_1 , 即 $E_2 = \sigma_0/f$, $\eta_1 = \sigma_0/(gf)$.

b. 对于当 $\sigma_0 > \sigma_s$ 且 $t \leq t_2$ 时的西原流变模型,需要确定 E_1, E_2, η_1 和 η_2 4 个参数.(a)首先按前述方法确定出瞬时弹性模量 E_1 .(b)其次根据岩石流变曲线上稳态流变阶段的斜率 $k = (\sigma_0 - \sigma_s)/\eta_2$, 确定出岩石黏滞系数 $\eta_2 = (\sigma_0 - \sigma_s)/k$.(c)最后确定黏弹性模量 E_2 与黏滞系数 η_1 .当 $t \leq t_2$ 时,由式(4)可知

$$\varepsilon - \frac{\sigma_0}{E_1} - \frac{\sigma_0 - \sigma_s}{\eta_2} t = \frac{\sigma_0}{E_2} \left(1 - e^{-\frac{E_2}{\eta_1}t}\right) \quad (18)$$

同理,按照求解 E_2 与 η_1 的方法,基于岩石流变试验数据,利用最小二乘法进行非线性回归分析可以确定出参数 E_2 与 η_1 , 所不同的是只是将 Y 用 $\varepsilon - \sigma_0/E_1 - (\sigma_0 - \sigma_s)t/\eta_2$ 来代替.

c. 对于当 $\sigma_0 > \sigma_s$ 且 $t > t_2$ 时的非线性流变模型,需要确定 $E_1, E_2, E_3, \eta_1, \eta_2$ 和 n 6 个参数.(a)首先利用岩石在 $(0, t_2)$ 时段内的岩石流变试验数据,按照 b 的方法确定出 E_1, E_2, η_1 和 η_2 4 个参数.(b)其次确定 NRC 模型中的流变参数 E_3 与 n .当 $t > t_2$ 时,由式(4)可知

$$\epsilon - \frac{\sigma_0}{E_1} - \frac{\sigma_0}{E_2} \left(1 - e^{-\frac{E_2}{\eta_1} t} \right) - \frac{\sigma_0 - \sigma_s}{\eta_2} t = \frac{\sigma_0}{E_3} \left\{ 1 - e^{-\left[\frac{H(t-t_2)}{t_c-t_2} \right]^n} \right\}$$

(19)

很显然,由式(19)可知,当 $t = t_c$ 时,有

$$\epsilon_c - \frac{\sigma_0}{E_1} - \frac{\sigma_0}{E_2} \left(1 - e^{-\frac{E_2}{\eta_1} t_c} \right) - \frac{\sigma_0 - \sigma_s}{\eta_2} t_c = \frac{\sigma_0}{E_3} (1 - e^{-1})$$

(20)

式(20)中的 ϵ_c 为岩石破坏时对应的应变值,这样根据式(20)可以求得 E_3 ,即

$$E_3 = \frac{\sigma_0(1 - e^{-1})}{\epsilon_c - \frac{\sigma_0}{E_1} - \frac{\sigma_0}{E_2} \left(1 - e^{-\frac{E_2}{\eta_1} t_c} \right) - \frac{\sigma_0 - \sigma_s}{\eta_2} t_c}$$

(21)

在求得流变参数 E_3 后,再将 (t_2, t_c) 时段内的任一试验点 (t, ϵ) 代入到式(19),即可求得 NRC 模型中的流变参数 n .

5 非线性流变模型的试验验证

为了验证本文提出的岩石非线性流变模型的正确性与合理性,引用文献[14]中 2 个典型长山盐岩的单轴压缩流变试验结果,其中 C2 岩样流变全程曲线具有明显的加速流变阶段 BC.

根据盐岩单轴压缩流变试验曲线,按照前述岩石非线性流变模型参数的确定方法确定出了盐岩的非线性流变模型参数,如表 1 所示.

图 5 分别给出了 C1 与 C2 盐岩的单轴压缩流变试验结果与本文所建立的岩石非线性流变模型的对比.

由图 5 可见,本文所建立的岩石非线性流变模型与流变试验结果吻合得相当理想.这表明了本文所建岩石非线性流变模型的正确性与合理性.

表 1 辨识的岩石非线性流变模型参数

Table 1 Nonlinear rheological parameters of rocks in accordance with axial strain curve

岩样	E_1 / GPa	E_2 / GPa	E_3 / GPa	η_1 / (GPa·h)	η_2 / (GPa·h)	n
C1	1.441	1.424		45.80	85.71	
C2	0.572	1.108	0.419	35.44	337.37	2.60

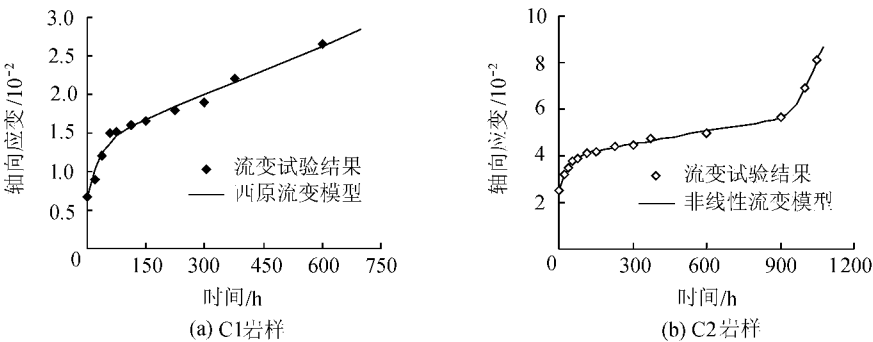


图 5 岩石非线性流变模型与试验结果的比较

Fig.5 Comparison of results of nonlinear rheological model with experimental data of rocks

6 结 论

a. 通过岩石非线性流变变形是时间的 Weibull 分布函数的假定,提出了一个新的非线性流变元件(NRC 模型),将 NRC 模型与西原模型相串联,建立了一种新的岩石非线性流变模型.

b. 本文提出的岩石非线性流变模型可以很好地描述岩石的流变全程曲线,尤其是非线性的加速蠕变变形.本文应用非线性黏弹塑性模型理论导出了岩石的三维蠕变方程.

c. 采用盐岩流变试验曲线,对建立的非线性流变模型进行了成功的辨识,获得了岩石非线性流变模型的材料参数.

参考文献:

- [1] LI Yong-sheng, XIA Cai-chu. Time-dependent tests on intact rocks in uniaxial compression[J]. Int J Rock Mech Min Sci and Geomech Abstr 2000 37(3):467-475.
- [2] YANG Chun-he, DAEMEN J J K, YIN J H. Experimental investigation of creep behavior of salt rock[J]. Int J Rock Mech Min Sci, 1999, 36(3):233-242.
- [3] MARANINI E, YAMAGUCHI T. A non-associated viscoplastic model for the behaviour of granite in triaxial compression[J]. Mechanics of Materials 2001 33(5):283-293.
- [4] MARANINI E, BRIGNOLI M. Creep behaviour of a weak rock: experimental characterization[J]. Int J Rock Mech Min Sci, 1999 36(1):127-138.
- [5] SHAO Jian-fu, ZHU Qi-zhi, SU Kun. Modeling of creep in rock materials in terms of material degradation[J]. Computers and Geotechnics, 2003 30(7):549-555.
- [6] 徐卫亚, 杨圣奇, 杨松林, 等. 绿片岩三轴流变力学特性的研究(I):试验结果[J]. 岩土力学 2005 26(4):531-537.
- [7] 徐卫亚, 杨圣奇, 谢守益, 等. 绿片岩三轴流变力学特性的研究(II):模型分析[J]. 岩土力学 2005 26(5):693-698.
- [8] 陈沅江, 潘长良, 曹平, 等. 基于内时理论的软岩流变本构模型[J]. 中国有色金属学报 2003 13(3):735-742.
- [9] 金丰年, 范华林. 岩石的非线性流变损伤模型及其应用研究[J]. 解放军理工大学学报 2000 1(3):1-5.
- [10] 曹树刚, 鲜学福. 煤岩蠕变损伤特性的实验研究[J]. 岩石力学与工程学报 2001 22(6):817-821.
- [11] 巫德斌, 徐卫亚, 朱珍德, 等. 泥板岩流变试验与黏弹性本构模型研究[J]. 岩石力学与工程学报 2004 23(8):1242-1246.
- [12] 邓荣贵, 周德培, 张倬元, 等. 一种新的岩石流变模型[J]. 岩石力学与工程学报 2001 20(6):780-784.
- [13] 曹树刚, 边金, 李鹏. 岩石蠕变本构关系及改进的西原正夫模型[J]. 岩石力学与工程学报 2002 21(5):632-634.
- [14] 邱贤德, 姜永东, 阎宗岭, 等. 岩盐的蠕变损伤破坏分析[J]. 重庆大学学报 2003 26(5):106-109.

A kind of nonlinear rheological model for rocks

YANG Sheng-qi¹, NI Hong-mei², YU Shi-hai³

(1. Geotechnical Research Institute of Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Department of Civil Engineering, Pingdingshan Institute of Technology, Pingdingshan 467000, China;

3. Institute of Science, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101, China)

Abstract :Rock, as a kind of complex engineering media, is of evident characteristics of nonhomogeneity, discontinuity, and anisotropy, and its macroscopic creep shows distinct nonlinear rheological deformation. Under the assumption that the nonlinear rheological deformation of rocks is the Weibull distribution function of time, a new nonlinear rheological component(NRC model) was proposed. By series connection of NRC model with Kormanura model, a new nonlinear rheological model(NRM) for rocks was developed, which could better reflect the accelerating nonlinear rheological deformation of rocks. Then, by identification of the nonlinear rheological model with rheological experimental curves of salt rock in uniaxial compression, the nonlinear rheological parameters of rocks were obtained. The comparison of experimental data with the result of the nonlinear rheological model verifies the correctness and rationality of the model.

Key words :rock mechanics; nonlinear rheological component(NRC model); nonlinear rheological model(NRM)