

结构拓扑优化方法在拱式渡槽拱轴线设计中的应用

张忠中, 苏 超

(河海大学水利水电工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要 针对拱式渡槽拱轴线的受力特点, 建立拱轴线拓扑优化模型, 并将结构拓扑优化方法生成的拱式渡槽拱轴线与相同矢跨值的圆弧拱轴线和二次抛物线拱轴线进行了对比. 结果表明, 由结构拓扑优化方法生成的拱轴线, 自重作用下的弯矩值以及相同均布荷载作用下的应力值都比相同矢跨值的圆弧拱轴线和二次抛物线拱轴线小. 这说明连续体结构拓扑优化方法可应用于作用荷载相对均匀的拱式渡槽拱轴线设计.

关键词 连续体结构 拓扑优化方法 拱式渡槽 拱轴线

中图分类号 TV314 **文献标识码** A **文章编号** 1000-1980(2007)04-0444-04

结构优化可分为 3 个层次: 尺寸优化、形状优化和拓扑优化. 拓扑优化又称为轮廓优化或广义形状优化. 连续体结构拓扑优化就是在给定的荷载、约束条件、材料和目标函数下确定连续体内部孔的数量以及内部和外部边界的形状^[1]. 拓扑优化技术^[2]在航空航天、汽车、船舶、桥梁、机械、微电子和新型材料设计等领域得到了广泛应用^[3-7], 而在水工结构优化设计中的应用还很少^[8-9]. 本文首先针对拱式渡槽拱轴线的受力特点建立拱轴线拓扑优化模型, 然后利用连续体结构拓扑优化方法实现了渡槽拱轴线的拓扑优化设计.

1 连续体结构拓扑优化基本原理

连续体结构拓扑优化设计就是在给定的荷载和约束条件下选取设计变量, 建立目标函数并使其获得最优值. 对连续体进行拓扑优化设计时, 优化目标是结构刚度最大或柔度最小. 极小化的柔度实际就是结构的刚度最大化. 当外荷载给定时, 可以用系统结构的应变能来表示系统整体结构刚度的大小. 以密度为拓扑设计变量, 结构的拓扑优化问题就转化为材料的最优分布问题. 各个区域的刚度大小通过相应的伪密度来体现. 一些刚度小的区域被开挖, 没有材料的部分将会形成空洞, 相应刚度矩阵为零矩阵且会使总刚度矩阵奇异. 为此, 设 η_i 为单元的密度, 引进一个密度下限 ϵ , $\eta_i \leq \epsilon$ 的单元就是没有材料的单元. 为了保证荷载的均匀传递, 在整体分析过程中, 规定 $\eta_i \leq \epsilon$ 的单元的 $\eta_i = \epsilon$, 并且 $\eta_i \leq \epsilon$ 的单元参与结构分析. 这种方法基于各向同性材料并人为地假设材料的物理常数和材料密度之间的非线性关系, 即

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{求 } \eta = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n)^T \\ \min l(u) = \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} f_i u_i d\Omega + \sum_{i=1}^3 \int_{\Gamma} t_i u_i d\Gamma \\ \text{s.t. } w = \sum \nu_i \eta_i \leq V_0 - V^* \text{ (或 } V_0(1 - \Delta)) \\ \epsilon \leq \eta_i \leq 1 \quad (i = 1, 2, \dots) \\ \eta_i = 1 \quad (i = J_1, J_2, \dots, J_k) \\ k\delta^e = F^e \end{array} \right. \quad (1)$$

式中: $l(u)$ ——结构柔顺度泛函; f_i ——作用在初始结构上的体积力; t_i ——作用在初始结构上的面积力; u_i ——节点位移; Ω ——拓扑优化设计区域; Γ ——材料微结构区域; w ——质量目标函数; ν_i —— η_i 对应的体积; V_0 ——给定初始结构材料质量的上限; V^* ——优化时指定去除材料的质量; Δ ——去除质量的百分

比 $J_1, J_2, \cdots, J_k$ —— 优化后单元密度保持不变的单元号 $k\delta^e = F^e$ —— 矩阵形式的结构平衡方程.

2 连续体结构拓扑优化方法的应用

2.1 拓扑优化拱轴线的设计

在拱式渡槽设计中,主拱圈是支撑结构中的主要承重结构,拱上结构将槽身重力、槽中水重力传递给主拱圈,然后由主拱圈传递给槽墩和槽台.拱轴线决定了主拱截面内力的分布与大小.选择拱轴线就是要尽可能降低由荷载产生的弯矩值,以充分利用混凝土或砌石材料的抗压性能.在荷载作用下拱的各个截面弯矩为零的拱轴线称为合理拱轴线.但实际工程中不可能存在这样的拱轴线,因为拱圈除受恒载作用外,还受风载、温度变化、材料收缩以及槽内水位变化等因素的影响.对渡槽来说,恒载(槽身重力、槽中水重力和拱圈自重)占全部荷载的比重较大,以恒载压力线作为设计拱轴线是比较合适的.但在恒载作用下,拱圈本身也会因为材料的弹性收缩而变形,从而会导致拱圈实际压力线与原来设计采用的拱轴线发生偏离.因此,在拱轴线设计时,要选择一条在恒载作用下截面弯矩都为零的拱轴线实际上是不可能的.

渡槽是输水取水建筑物,由于沿水流方向的槽身结构几乎没有变化且流量变化幅度也不大,槽内水位也不会发生变化.也就是说,渡槽主要受恒载(槽身重力、槽中水重力和拱圈自重)影响且在拱上结构质量占总荷载比重较小的情况下拱轴线受均布荷载作用.本文以东深供水改造工程中的旗岭渡槽为例进行拱式渡槽拱轴线的优化设计.旗岭渡槽^[10]拱轴线净跨 49 m,矢高 12.25 m,矢跨比 $f/L = 1/4$.为简化模型,把渡槽和水的部分直接作为荷载加载.基本设计区域定义为 $49\text{ m} \times 12.25\text{ m}$ 的矩形平面.选取单元 PLANE82,迭代次数为 50 次,收敛容差为 0.0001.为了保证施加的荷载均匀不变,不对最上面一层单元进行拓扑优化.有限元模型如图 1 所示.

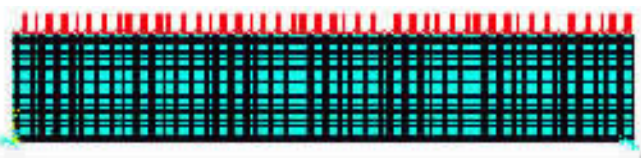


图 1 有限元模型
Fig.1 FEM structure model

按不同体积约束值和单元网格尺寸得到的部分拓扑优化结果如图 2 所示.

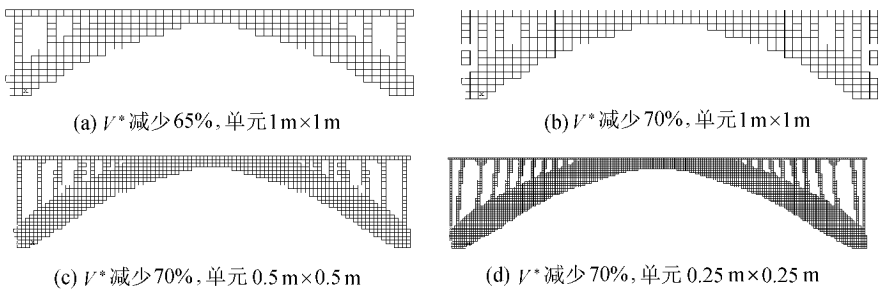


图 2 部分拓扑优化的成果

Fig.2 Partial results of topology optimization

从图 2 可知,拓扑优化结果的边界呈非光滑锯齿状.为了得到了光滑的拓扑外形^[11],采用图像处理技术对该拓扑优化结果进行了近似处理,并用 B-样条(B-spline)曲线对拓扑优化结果进行了重构(reconstruct),结果如图 3 所示.

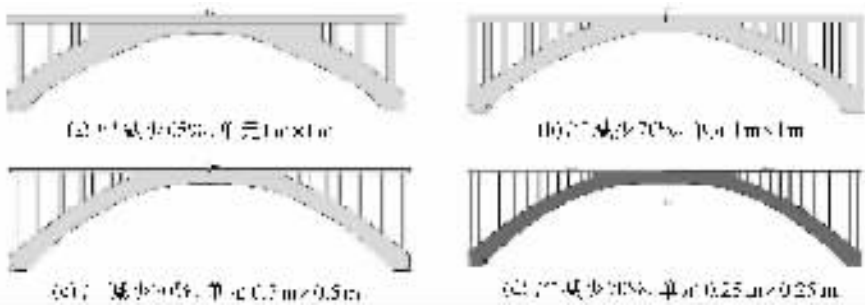


图 3 修正后的拓扑优化结果

Fig.3 Topology optimization result after modification

根据拱轴线在均匀荷载作用下应尽可能减小弯矩和充分利用材料抗压性能的设计原则以及图 3 各拱轴线的特点,选用了 V^* 减少 90%、单元网格尺寸为 $0.1\text{ m} \times 0.1\text{ m}$ 工况的拱轴线(图 4). 该拱轴线的坐标如表 1 所示.



图 4 拓扑优化拱轴线

Fig.4 Arch axis by topology optimization

2.2 拱轴线弯矩比较

旗岭渡槽拱轴系数 $m = 1.347$,由文献 [12] 得 $y_{1/4}/f = 0.240$. 该结果与本文拓扑优化结果相吻合. 为了进一步说明拓扑优化结果的可行性,对拓扑优化所得拱轴线自重作用下的弯矩值进行了计算,并将此计算结果与相同矢跨的圆弧拱轴线 $x^2 + (y + 18.375)^2 = 30.625^2$ 以及理论上的合理拱轴线(均布荷载工况下)即二次抛物线拱轴线^[13] $y = -x^2/49 + x$ 的弯矩值进行了比较. 拱轴线关键点的坐标和弯矩如表 1 和图 5 所示.

表 1 拱轴线关键点坐标值

Table 1 Coordinates of key points on arch axes

拱轴线位置	截面号	x/m	y/m		
			拓扑优化	二次抛物线	圆弧
拱脚	0	0	0	0	0
	1	6.125	5.40	5.36	6.13
拱体	2	12.250	9.31	9.19	9.69
	3	18.375	11.45	11.48	11.63
	4	24.500	12.25	12.25	12.25
	5	30.625	11.45	11.48	11.63
	6	36.750	9.31	9.19	9.69
	7	42.875	5.40	5.36	6.13
拱脚	8	49	0	0	0

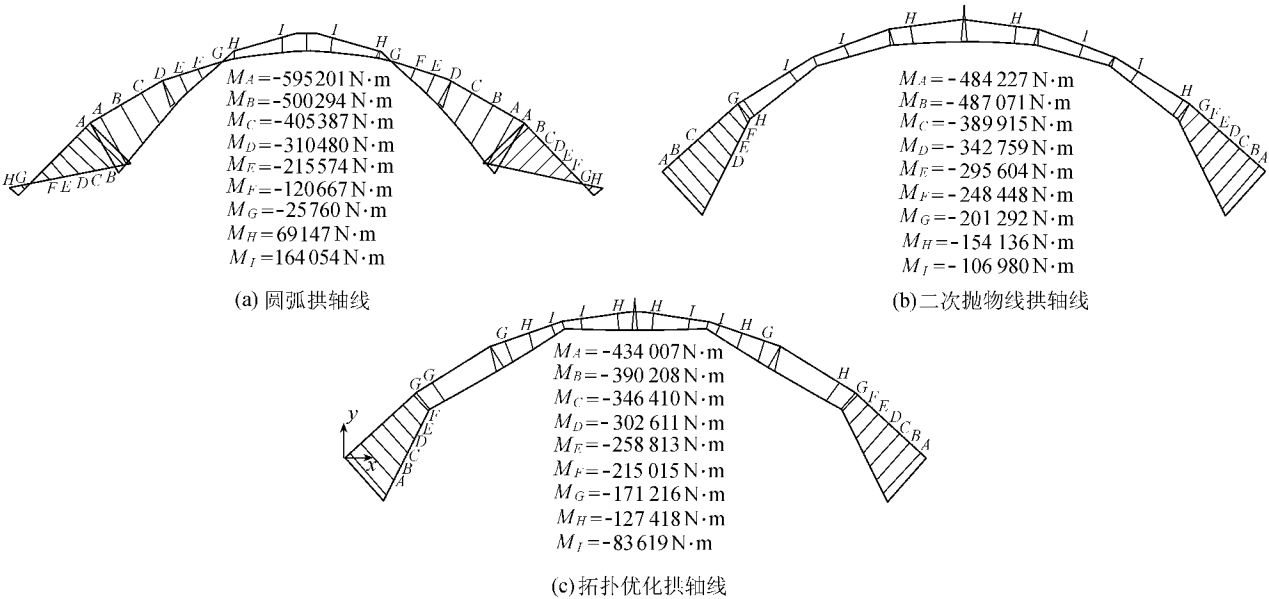


图 5 拱轴线的弯矩

Fig.5 Bending moment on arch axes

从图 5 可以看出,拓扑优化的拱轴线弯矩最小($-434\,007\text{ N}\cdot\text{m}$),二次抛物线拱轴线弯矩次之($-484\,227\text{ N}\cdot\text{m}$),圆弧拱轴线弯矩最大($-595\,201\text{ N}\cdot\text{m}$).

2.3 拱轴线应力比较

旗岭渡槽横断面为带横杆的 U 形槽,内半径 $R = 3.5\text{ m}$,侧壁厚 0.3 m ,槽底加厚 0.75 m ,侧墙直线加高 2.1 m . 设计输水流量为 $90\text{ m}^3/\text{s}$,设计水深 4.41 m ,校核水深 5.15 m ,满槽水深 5.60 m . 据此对拱轴线截面为 $1.5\text{ m} \times 1.5\text{ m}$ 的双肋拱 3 种工况下的应力进行校核,并比较最不利工况(满槽)下圆弧拱轴线、二次抛物线拱轴线和拓扑优化拱轴线的受力状况,结果如表 2 所示.

由表 2 可知 拓扑优化生成的拱轴线受力情况优于相同

表 2 最大应力与变形计算结果

Table 2 Calculated results of maximal stress and deformation

工 况	最大压应力 (拱脚)/MPa	最大变形量 (拱顶向下)/mm
设计水深(拓扑优化)	-8.95	0.012
校核水深(拓扑优化)	-9.58	0.013
满槽水深(拓扑优化)	-9.97	0.014
满槽水深(二次抛物线)	-11.50	0.012
满槽水深(圆弧)	-25.40	0.024

条件下的二次抛物线拱轴线和圆弧拱轴线,若采用 C25 混凝土,则本文拓扑优化生成的拱轴线是可以满足实际工程设计需要的.

3 结 论

本文利用连续体结构拓扑优化方法进行了拱式渡槽拱轴线设计.与相同矢跨的圆弧和二次抛物线拱轴线的比较结果表明,拓扑优化生成的拱轴线优于圆弧拱轴线,其自重产生的弯矩值比二次抛物线拱轴线自重产生的弯矩值小 10.4%,且满槽工况下拓扑优化拱轴线的应力值比二次抛物线拱轴线的应力值小 13.3%.这表明连续体结构拓扑优化方法可以应用于作用荷载相对均匀的拱式渡槽拱轴线设计.

参考文献:

[1] 周克民,李俊峰.《连续结构拓扑优化 综述》简评[J].力学进展,2005,35(2):283-284.
[2] BENDSOE M P,KIKUCHI N. Generating optimal topologies in structure design using a homogenization method [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,1988,71:197-224.
[3] BENDSOE M P,SIGMUND O. Topology optimization :theory,methods and applications [M]. New York :Springer,2003.
[4] 张卫红,王敏. 拓扑优化技术在汽车工业的应用[J]. 昆明理工大学学报 理工版,2005,30(1):77-81.
[5] 刘帮俊,史慧彬. 拓扑优化技术在桥梁规划设计中的应用[J]. 公路交通技术,2006(1):53-54.
[6] 罗志凡,荣见华,杜海珍. 一种基于主应力的双方向渐进结构拓扑优化方法[J]. 应用基础与工程科学学报,2003,11(1):98-104.
[7] 荣见华,姜节胜,颜东煌,等. 多约束的桥梁结构拓扑优化[J]. 工程力学,2002,19(4):160-165.
[8] 孙蓓. 连续体结构拓扑优化理论研究及其在水利工程中的应用[D]. 南京 河海大学,2005.
[9] 穆春燕. 拓扑优化理论及其在拱坝优化设计中的应用[D]. 南京 河海大学,2006.
[10] 张黎明,李玉圭,傅章吉,等. 东深供水改造工程设计技术总结[R]. 广州 广东省水利电力勘测设计研究院,2003.
[11] 左孔天. 连续体结构拓扑优化理论与应用研究[D]. 武汉 华中科技大学,2004.
[12] 房贞政,范立础. 桥梁工程[M]. 北京 中国建筑工业出版社,2004:182-185.
[13] 竺慧珠,陈德亮,管枫年. 渡槽[M]. 北京 水利水电出版社,2005:196-209.

Continuum topology optimization method for arch axis design of arciform aqueducts

ZHANG Zhong-zhong, SU Chao

(College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract A continuum topology optimization model for arch axes was developed based on their stress characteristics. The arch axis of arciform aqueducts formed by the continuum topology optimization method was compared with the circular arch axis and the parabolic arch axis of the same span. The result shows that the bending moment of the arch axis under the action of self-gravity and its stress under the same uniform-distributed loads obtained by the continuum topology optimization method are smaller than those of other two kinds of arch axes, demonstrating the applicability of the continuum topology optimization method in design of arciform aqueduct arch axes under relatively uniform-distributed loads.

Key words :continuum ; topology optimization method ; arciform aqueduct ; arch axis