

一种新增长规则作用下网络的结构性质

邓 科,王小云,赵鹤平,李德俊

(吉首大学物理科学与信息工程学院,湖南 吉首 416000)

摘要 提出一种同时考虑加点和去点因素的新型网络增长规则,并系统研究了该规则作用下网络模型的各种宏观结构性质. 研究表明:去点因素的引入对于网络结构的形成有着很大的影响. 新型网络增长规则导致了度分布多样性和度关联的出现,为真实网络中这 2 种基本性质的起源提供了一种合理解释. 该研究结果将有助于揭示复杂网络系统形成和演化的一些内在规律.

关键词 复杂网络 拓扑结构 去点

中图分类号 O415

文献标识码 A

文章编号 1000-1980(2007)04-0483-04

复杂网络是刻画和研究真实复杂系统结构和功能的一种全新而有效的工具. 近年来,人们见证了这一科学前沿课题的飞速发展^[1-2]. 有关真实网络各种宏观性质的微观生成机制、网络的演化规律等一系列问题的研究是科学界广泛关注的热点. 网络的许多宏观结构性质,如度分布^[3-4]、度关联^[5-6]、小世界性质^[7]等,已在各种网络演化模型中得到了充分的研究.

作为真实网络的一种根本属性,增长一直被认为是网络演化中最基本的微观机制之一. 以往的网络增长规则大多只考虑加点点因素,而没有考虑去点因素. 然而,通过对 Internet 等真实网络的实验分析^[8],人们发现去点在网络演化过程中普遍存在并起着非常重要的作用. 本文提出一种同时考虑加点和去点因素的新型网络增长规则,并研究了该规则下网络模型的各种宏观结构性质.

1 网络模型的生成

网络模型通过以下算法由计算机模拟生成:(a)在初始状态,网络由 m_0 个孤立的节点组成.(b)在每一个时间步,首先产生一个 $(0,1)$ 之间均匀分布的随机数 r . 对于一个事先给定的概率 P_a ,如果 $r \leq P_a$,则一个新的节点被加入到网络中来,并与网络中随机选取的 m ($m \leq m_0$) 个旧节点连接. 如果 $r > P_a$,网络中一个随机选取的旧节点被除去,同时,与该节点相连的所有边也被除去. 其中 P_a 是模型中一个可调参数,为了保证网络能够增长,将 P_a 的取值范围限定为 $0.5 < P_a \leq 1$. 这样,重复(b),可以得到任意规模的网络. 应当指出的是:当固定 $P_a = 1$ 时,本文的模型还原为著名的指数增长网络模型^[9]. 通过改变 P_a 的取值,可以调节网络演化中去点因素的强度. 下面采用数值模拟方法研究以上算法所生成网络的各种结构性质.

2 模型的结构性质

2.1 度分布

网络中某节点的度即为与之相连接的边数. 网络的度分布 $p(k)$ 则给出在网络中任选出一个节点其度值为 k 的概率. 本文研究了 P_a 取不同值时网络的累积度分布

$P(k) = \sum_k^{\infty} p_k$ ^[2]. 图 1 给出了与不同 P_a 对应的

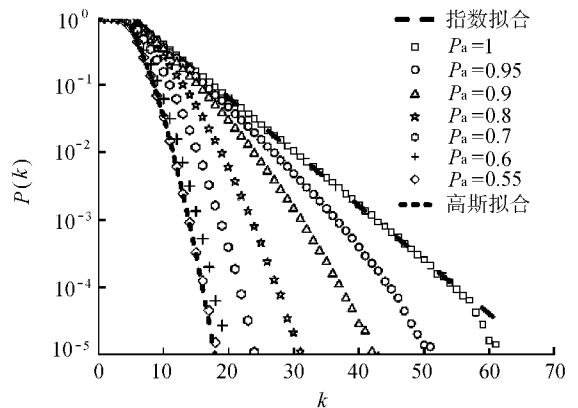


图 1 P_a 取不同值时网络的 $P(k)$

Fig.1 $P(k)$ of networks with different P_a

$P(k)$ 曲线. 其中某些参数的选取为: $m_0 = 5, m = 5, N = 10^5$. 由图 1 可见: (a) $P_a = 1$ 时, 网络具有指数型度分布, 这与指数增长网络模型的研究结果相一致^[9]. (b) P_a 减小时, 网络结构会发生显著变化, 即使 P_a 变化很小 (如 $P_a = 0.95$), 网络的度分布也会明显地偏离指数型度分布, 此时网络具有被截断的指数型度分布. 由图 1 可见, 曲线中度值较大的部分, 其衰减速度要快于指数分布, 而且这种快速递减的部分在曲线中所占的比例随着 P_a 的减小而增加. (c) 随着 P_a 的进一步减小, 在接近 P_a 的极限值 0.5 时 (如 $P_a = 0.55$), 网络具有高斯型度分布. 这些结果说明去点使网络度分布出现多样性, 而实验研究表明, 真实网络度分布具有该种多样性^[4,10]. 图 1 结果为真实网络中的度分布多样性提供了一种合理的解释. 该多样性是网络自身增长的一种自然结果. 此外, 图 1 也揭示出不同种类度分布之间的一些内在联系.

2.2 度关联

度关联是真实网络的另一重要结构性性质^[5-6]. Newman^[5] 提出用皮尔森相关系数 r 来定量刻画网络的度关联. 这里,

$$r = \frac{M^{-1} \sum_i j_i k_i - \left[M^{-1} \sum_i \frac{1}{2} (j_i + k_i) \right]^2}{M^{-1} \sum_i \frac{1}{2} (j_i^2 + k_i^2) - \left[M^{-1} \sum_i \frac{1}{2} (j_i + k_i) \right]^2}$$

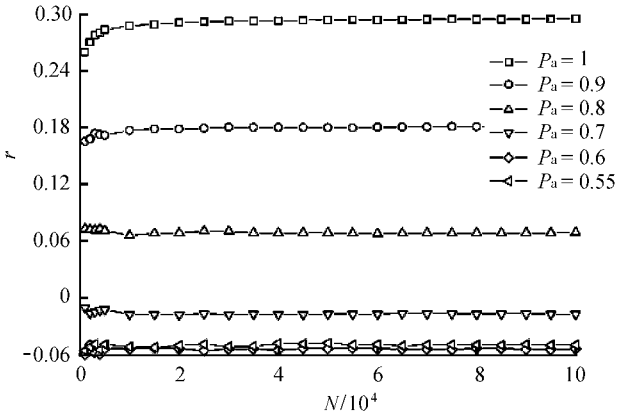
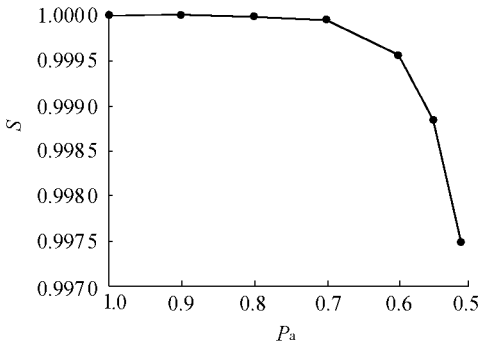


图 2 P_a 取不同值时 r 随网络总节点数 N 变化的曲线
Fig.2 Correlation coefficient r as a function of total number of nodes of network N for different P_a

式中: M ——网络中边的数目; j_i, k_i ——第 i 条边两端的节点度值. 图 2 给出了 P_a 取不同值时网络相关系数 r 随其节点总数 N 变化的曲线. 由图 2 可见: 对于给定的 P_a, r 经过一段时间的演化后不再随 N 而变. 当 $P_a = 1$ 时, $r \approx 0.29$, 说明此时网络具有正的度关联, 这与文献^[2]研究结果相类似^[2]. 当改变 P_a 取值时, 网络的关联性发生显著变化, r 随着 P_a 的减小而减小. 特别需要指出的是: 当 $P_a \leq 0.7$ 时, $r < 0$, 即此时网络已具有负的度关联. 随着 P_a 的进一步减小, 当 $P_a \leq 0.6$ 时, r 趋向于一个极限值, 此极限值约等于 -0.06 . 这些结果说明, 在网络演化中, 去点因素将导致度关联出现负值. 图 2 结果为真实网络的度关联提供了一种合理的解释. 这种关联性是网络自身增长的一种自然结果.

2.3 巨组元

组元指的是网络中连通节点的集合. 网络所有组元中包含节点数目最多的那个被称为最大组元. 当一个网络的节点数目趋于无穷时, 若其最大组元所包含的节点数与网络总节点数的比值 S 保持为有限值, 则称该最大组元为网络的巨组元. 在以往只考虑加点因素的网络中, 所有的节点都隶属于同一个巨组元, 即 $S \equiv 1$. 在这种极端情形下, 网络具有最好的连通性. 与 $S \equiv 1$ 相对的另一极端是 $S = 0$, 即网络不包含巨组元, 而是由许多分散的小组元组成, 此时网络不具有连通性. 研究发现, 大多数真实网络由一个巨组元和多个分散的小组元组成^[2]. 显然, 考虑去点因素后, 由于相应边的去除, 网络中会出现分散的组元甚至孤立的节点. 为了考察网络是否连通, 本文数值计算了 P_a 取不同值时网络的巨组元尺寸 S 的值 (图 3). 从图 3 可以看出, 在模型参数取值范围内, 网络总是由一个巨组元和一些分散的小组元组成. 事实上, 模型中只要 $m > 1$, 对于任意的 $0.5 < P_a \leq 1$, 网络都包含有巨组元, 即网络总是具有好的连通性. 这表明本文考虑去点的增长规则不会破坏网络的连通性. 同时, 图 3 结果与实验数据定性符合^[2], 说明该规则更能准确刻画真实网络的演化过程.



2.4 平均最短距离和团簇系数

如果网络中的 2 个节点可以通过一些首尾相连的边连接起

图 3 网络的巨组元尺寸 S 对 P_a 的依赖关系
Fig.3 Giant component size S as a function of P_a

来,则将连接它们所需的最少边数称为它们之间的最短距离.平均最短距离 l 被定义为网络中每一对节点最短距离的平均值: $l = \sum_{i \neq j} d_{ij} / [N(N-1)]$, 其中 d_{ij} 表示节点 i 与 j 之间的最短距离.对于一个给定节点平均度 $\bar{k}$ 的网络,若其 l 的值随节点总数 N 以对数或慢于对数的速度增长,则称此网络具有小世界效应.绝大多数真实网络具有小世界效应^[1-2].本文利用文献[2]的“燃烧”算法来计算网络的平均最短距离.图 4(a)给出了 P_a 取不同值时,网络巨组元的平均最短距离^[2]随网络节点数 N 变化的曲线.由图 4(a)可以看出:对于任意的 $0.5 < P_a \leq 1$,半对数坐标中 l 随 N 线性增长,这表明本模型具有小世界效应.同时, l 随着 P_a 的减小而增大.这些结果说明去点能削弱但不会消除网络的小世界效应.

团簇系数 C 是网络的另一个基本结构特征量.网络中某一个给定的节点 i 的团簇系数 C_i 表示与 i 相连节点中任意 2 个互相连接的概率. C_i 的定义是:若节点 i 的度值为 k_i ,则在其 k_i 个邻接点间最多存在 $E_{mi} = k_i(k_i-1)/2$ 条边.若其中实际存在的边数为 E_i ,则节点 i 的团簇系数 C_i 被定义为 E_i 与 E_{mi} 的比值: $C_i = 2E_i / [k_i(k_i-1)]$.网络的团簇系数则被定义为所有点团簇系数的平均值: $C = \sum C_i / N$. 同样,本文利用“燃烧”算法^[2] 计算了模型中网络的团簇系数.图 4(b)给出了 P_a 取不同值时团簇系数随网络总节点数 N 变化的曲线.由图 4(b)可以看出:对于给定的 P_a ,团簇系数 C 随 N 的增加而幂率递减.对于给定的 N , C 随着 P_a 的减小而减小,这说明去点能减弱网络的团簇性.

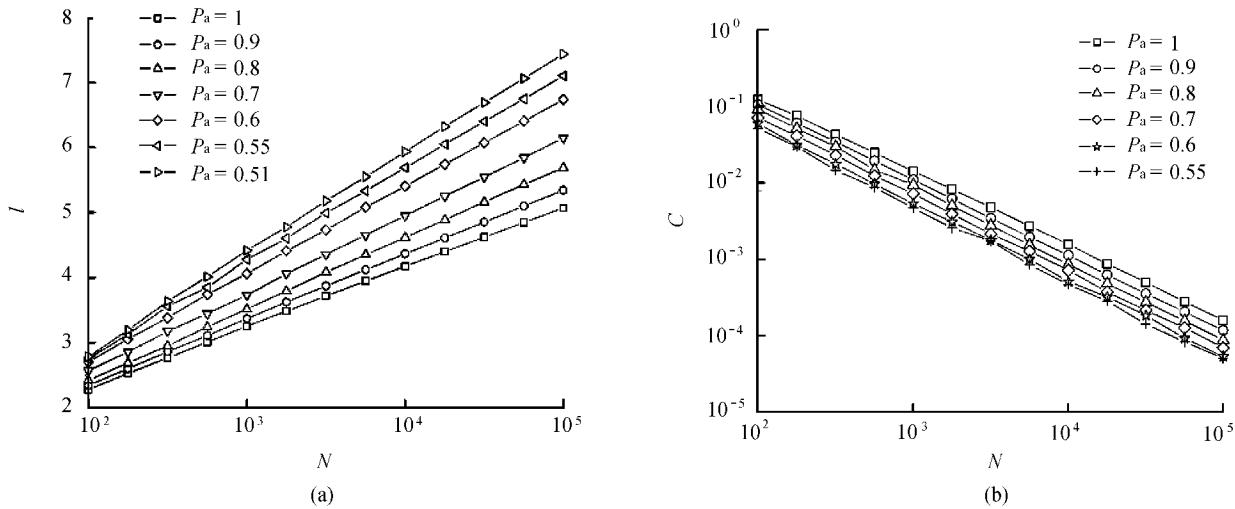


图 4 P_a 取不同值时网络平均最短距离 l 、团簇系数 C 对网络总节点数 N 的依赖关系

Fig.4 Mean shortest distance l and clustering coefficient C as functions of total number of nodes of network N for different P_a

3 结 论

本文提出了一种同时考虑加点和去点因素的新型网络增长规则,并通过数值模拟研究了该规则作用下网络演化模型的各种宏观结构性质,包括度分布、度关联、巨组元、平均最短距离和团簇系数.研究表明:去点对网络结构的形成有着很大的影响.新型网络增长规则直接导致了度分布多样性以及度关联的出现,为真实网络这 2 种基本性质的起源提供了一种合理的解释.本文的研究结果将有助于揭示复杂网络系统形成和演化的一些内在规律.

参考文献:

[1] ALBERT R, BARABÁSI A L. Statistical mechanics of complex networks[J]. Rev Mod Phys, 2002, 74(1): 47-97.
[2] NEWMAN M E J. The structure and function of complex networks[J]. SIAM Review, 2003, 45(2): 167-256.
[3] BARABÁSI A L, ALBERT R. Emergence of scaling in random networks[J]. Science, 1999, 286: 509-512.
[4] AMARAL L A N, SCALA A, BARTHÉLÉMY M, et al. Classes of small-world networks[J]. Proc Natl Acad Sci U S A, 2000, 97(21): 11149-11152.
[5] NEWMAN M E J. Assortative mixing in networks[J]. Phys Rev Lett, 2002, 89(20): 208701-1-208701-4.

- [6] PARK J, NEWMAN M E J. Origin of degree correlations in the internet and other networks[J]. Phys Rev E, 2003, 68(2): 026112-1-026112-7.
- [7] KLEMM K, EGUILUZ V M. Growing scale-free networks with small-world behavior[J]. Phys Rev E, 2002, 65(5): 057102-1-057102-4.
- [8] GOH K I, KAHNG B, KIM D. Fluctuation-driven dynamics of the internet topology[J]. Phys Rev Lett, 2002, 88(10): 108701-1-108701-4.
- [9] BARABÁSI A L, ALBERT R, JEONG H. Mean-field theory for scale-free random networks[J]. Physica A, 1999, 272(1): 173-187.
- [10] DUNNE J A, WILLIAMS R J, MARTINEZ N D. Food-web structure and network theory: the role of connectance and size[J]. Proc Natl Acad Sci U S A, 2002, 99(20): 12917-12922.

Study on structural properties of network under a novel growth rule

DENG Ke, WANG Xiao-yun, ZHAO He-ping, LI De-jun

(College of Physics and Information Engineering, Jishou University, Jishou 416000, China)

Abstract A novel network growth rule considering node addition and deletion was proposed, and the macro-structural properties of the network model under the action of the rule were investigated systematically. The results indicate that the effect of node deletion on network structure is significant, and that the novel network growth rule leads to the diversity of degree distribution and the degree correlation, giving a reasonable explanation to the origin of these two fundamental properties of real network. The present study is helpful to reveal natural regularities about the formation and evolution of complex network system.

Key words complex network; topological structure; node deletion

欢迎订阅《水资源保护》

全国中文核心期刊 中国科技核心期刊

《水资源保护》是河海大学和环境水利研究会主办的科学技术期刊,1985 年创刊,国内统一连续出版物号 CN32-1356/TV,现为全国中文核心期刊、中国科技核心期刊和江苏省一级期刊,国内外公开发行。

《水资源保护》主要刊登与水资源保护有关的基础研究,应用技术,工程措施,综合述评,专题讲座,国外动态,书刊评介,科技简讯,水资源管理、评价、监测、优化配置,节水技术,水环境污染控制等方面的文章。近年来,重点关注与水有关的生态环境领域中的研究方向,新增设相关的基础研究、防治技术、城市水环境治理等内容。

主要读者对象 全国从事与水资源保护工作有关的工程技术人员、科研人员、管理干部以及大专院校的师生。

《水资源保护》邮发代号 28-298,双月刊,8 元/期,全年 48 元,每逢单月 30 日出版。请向当地邮局订购,若无法从邮局订阅,亦可与编辑部联系索取征订单。

地址 210098 南京市西康路 1 号 河海大学《水资源保护》编辑部

电话:(025)83786642 传真:(025)83786642

电子信箱 bh@hhu.edu.cn