

地下水数值模拟中的参数灵敏度分析

束龙仓¹, 王茂枚¹, 刘瑞国², 陈国浩³

(1. 河海大学水文水资源与水利工程科学国家重点实验室 江苏 南京 210098 ;

2. 辽宁省水文水资源勘测局朝阳分局 辽宁 朝阳 122000 3. 山东省济宁水文水资源勘测局 山东 济宁 272019)

摘要 将局部灵敏度分析和全局灵敏度分析引入地下水数值模型的参数灵敏度分析中,并以塔里木河下游为例,选取含水层渗透系数、给水度、河床沉积物渗透特性系数及模型输入项的河流水位进行地下水数值模拟中的参数灵敏度分析.分析结果表明,河流水位对地下水数值模型的影响最为显著,而其他参数的影响则相对较小,全局灵敏度分析计算出的参数总灵敏度较小.这说明地下水数值模型比较稳定,可以用于模拟塔里木河下游地下水水位变化情况.

关键词 地下水数值模拟;局部灵敏度分析;全局灵敏度分析;塔里木河下游

中图分类号 :P641.2 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-198X(2007)05-0491-05

数值法是 20 世纪 60 年代末期开始用于解决地下水计算问题的.我国自 1973 年以来在地下水数值模型应用方面发展很快,已遍及与地下水有关的各个领域,且已解决了许多地下水问题^[1].与解析法相比,数值法具有仿真度高等特点,目前已成为求解复杂条件下地下水流和溶质运移问题的主要手段.灵敏度分析是数值法用于解决地下水问题的重要步骤之一,可以为完善数学模型提供重要信息.但由于其计算过程比较复杂,很多模型并没有对其进行相关的分析^[2-3].

本文利用 Visual Modflow 软件,以塔里木河下游地区为例,在局部灵敏度分析的基础上,引入全局灵敏度分析方法,对塔里木河下游地下水数值模型进行了参数的局部和全局灵敏度分析.目前全局灵敏度分析已广泛应用于大气科学、经济、生态及核能等领域^[4].在地下水数值模拟中,参数灵敏度系数可通过联立方程的求解得到,但计算比较复杂.目前国外的许多地下水数值模拟软件(如 GMS, Visual Modflow 等)也具有灵敏度分析功能.

1 方 法

不同的研究领域,灵敏度分析的内容不同,本文主要讨论地下水数值模型中参数灵敏度的分析方法.灵敏度分析是模型参数识别过程的重要步骤之一,对于深入认识研究区的水文地质条件,验证及改进地下水数值模型有重要的作用.通过对模型灵敏度的分析,可使模型更加完善,结果更趋于实际,并有助于决策者根据模型结果做出正确的决策,使与地下水有关的决策失误降到最低^[5-6].灵敏度分析的主要作用包括^[7]:

a. 改进和完善地下水数值模型.因资料有限、地下水系统的复杂性、人类认识的局限性等原因使模型中的参数(如渗透系数、给水度等)存在不确定性.根据灵敏度分析的结果,将参数对地下水数值模型的影响程度进行排序,可得到对模型结果影响较大的参数.在改进和完善模型时,可以有针对性地补充有关的勘探和试验工作,提高灵敏度较高参数的精度.

b. 参数识别.灵敏度分析不仅可以确定参数不确定性对地下水数值模型产生的影响,还能判断因参数变化造成的模型结果的变化趋势.这样在参数识别时,可重点考虑对结果影响较大的参数,在很大程度上减少了模型参数识别的工作量,提高了模型识别的效率.

c. 提高地下水数值模型的预报精度.灵敏度分析可以确定地下水数值模型受参数不确定性影响的程

收稿日期 2006-12-06

基金项目 河海大学水文水资源与水利工程科学国家重点实验室开放基金资助项目(2005405911);水利部科技创新资助项目(SCX2003-05);河海大学院士基金资助项目

作者简介 束龙仓(1964—),男,安徽无为,人,教授,博士生导师,主要从事地下水资源评价与管理研究.

度,计算出模拟结果的误差,并将误差加入到预报中,提高了模型预报的精度.

灵敏度分析可以定性或定量地评价地下水数值模型参数不确定性对模拟结果的影响,分析方法包括局部灵敏度分析和全局灵敏度分析^[8-9].

1.1 局部灵敏度分析方法

局部灵敏度分析用于检验单个参数的变化对地下水数值模拟结果的影响,分析时只改变某一待分析参数的值,其他参数保持不变,所以局部灵敏度分析又称一次变化法.其特点是一次只针对一个参数,分析地下水数值模拟结果在该参数发生变化时的变化情况.局部灵敏度分析有 2 种变换法:(a)因子变化法,即将待分析的参数增加或减少一个幅度,如 10% ;(b)偏差变化法,即将待分析的参数增加或减少一个标准偏差.

从数学意义上讲,灵敏度可理解为设计变量 x 的微小变化所引起的设计函数 $F(x)$ 的变化程度.在某个设计点 X^k 处,某个设计函数 $F(X)$ 对设计变量 x_i 的灵敏度可由式(1)计算得到:

$$S_{ji} = \left. \frac{\partial F(X)}{\partial x_i} \right|_{X=X^j} \quad (j = 1, 2, \dots, m; i = 1, 2, \dots, n) \tag{1}$$

式中 $|S_{ji}|$ 为函数 $F(X)$ 对变量 x_i 的灵敏程度. $|S_{ji}|$ 值越大,表示变量 x_i 越灵敏,对函数的影响也越大.

局部灵敏度分析的优点是其操作容易,但是也存在一些缺陷,如一次只能分析一个参数,不能考虑参数之间相互作用对模型输出结果的影响.另外,对某一参数进行分析时,其他参数都取中间值.实际上,其他参数的不同取值会影响该参数的灵敏度.局部灵敏度分析忽略了每一个参数变化引起的模拟结果变化是全局的这样的实际情况,因为模拟结果的变化是所有参数共同作用产生的,所以局部灵敏度分析在计算分析上存在一定的局限性.

1.2 全局灵敏度分析方法

全局灵敏度分析与局部灵敏度分析的区别有 2 点:(a)全局灵敏度在计算过程中考虑了参数的不同取值对参数灵敏度计算的影响,使计算结果更符合实际情况;(b)全局灵敏度分析可以计算参数间共同作用对地下水数值模型产生的影响及地下水数值模型的总灵敏度,为模型的参数识别提供更丰富、更全面的信息.

全局灵敏度分析是针对局部灵敏度分析方法存在的不足进行的改进,它使灵敏度分析的结果更接近实际,能为数值模拟提供更全面的信息.目前国内对地下水数值模型的参数灵敏度分析,大都采用局部灵敏度分析方法^[7].关于全局灵敏度分析方法的研究成果已很多,但由于全局灵敏度分析方法难以操作,将其引入到地下水数值模拟中的研究成果尚不多见.全局灵敏度分析方法主要有多元回归法^[10]、Morris 法^[11]、傅里叶幅度灵敏度检验法(FAST)^[12]以及基于方差分析的 Sobol' 法^[13]等.本文以塔里木河下游为例,在全局灵敏度分析方法(Morris 法)应用于地下水数值模拟方面进行了一些探讨.

Morris 法是由 Morris 在 1991 年提出的,主要步骤是先对参数进行取值,假设地下水数值模型中有 k 个参数,每个参数的取样点个数为 p . m 个参数分别在对应的 p 个取样点上取值,就可获得向量 $X = [x_1, x_2, \dots, x_k]$ 构造 $m \times k$ ($m = k + 1$) 阶矩阵 B :

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

矩阵中每 1 列代表 1 个参数,1 代表参数的取值为已改变的值,0 代表参数为原值.矩阵中相邻 2 行只有 1 个参数取值不同.把相邻 2 行记作 1 组,将每行参数分别代入地下水数值模型,就可获得模型的输出结果.比较该组中 2 行结果之差,可得 2 行中唯一不同的那个参数的灵敏度.将矩阵 B 中 k 组参数分别代入模型中,便可得到对应的 k 个参数的灵敏度.另外,考虑矩阵中第 1 行和第 3 行,2 行中有 2 个参数取值不一样,将这 2 行参数当作 1 组输入模型中,计算模拟结果的差值,可得前 2 个参数影响下的联合灵敏度.同样考虑第 2 行和第 4 行,可计算出第 2 个和第 3 个参数影响下的灵敏度.依次,可分别计算出任意 2 个及多个参数影响下的灵敏度,考虑第 1 行和最后 1 行,可计算出所有参数共同作用产生的总灵敏度.

在实际应用中,由于输入参数的随机性,输入过程易给灵敏度计算带来误差.因此,可多次重复取值代入

计算,取多次计算的平均值作为参数的灵敏度,以减少误差。

2 实 例

2.1 研究区简介

塔里木河下游段位于新疆尉犁县和若羌县境内,地理坐标为 86°37'23"E~88°30'00"E,39°24'08"N~41°03'40"N。塔里木河下游绿色走廊从恰拉至台特玛湖,主河道长 428 km,走廊面积 4 240 km²。走廊东侧为库鲁克沙漠,西侧为塔克拉玛干沙漠,两大沙漠之间为塔里木河下游冲积平原。塔里木河是我国最长的内陆河,流域总面积 102 万 km²,占全国总面积的 11%。研究区为塔里木河下游从大西海子水库泄洪闸到阿布达力监测断面,如图 1 所示。总体地势是西北高,东南低,地形起伏不大,北部海拔 845 m,平均海拔 805 m 左右。区内出露地层较为简单,均为第四纪上更新至全新世地层,其成因类型主要为冲洪积、冲积和河湖积。区内地下水补给来源主要为塔里木河河水的入渗补给,地下水排泄方式主要是地面蒸发和植物蒸腾^[14]。由于没有塔里木河下游地区输水过程实际的土壤蒸发过程的实际监测资料,灵敏度分析中没有引入蒸散发变量。

利用 Visual Modflow 软件建立研究区地下水水流的数值模型,并选择含水层渗透系数 K 、给水度 S_y 、河床沉积物渗透特性参数 C_r 3 个参数以及模型输入项河流水位 H_r 进行灵敏度分析,以研究区内英苏断面观测井的水位作为输出结果,并根据式(1)计算参数灵敏度。英苏断面位于大西海子以下 60 km 处,观测井位于断面上距河岸 100 m 处。

由于不同参数其单位不同,这样不同参数的灵敏度系数就无可比性,因此将式(1)标准化:

$$S_{ji} = \frac{\partial F(X)}{\partial x_i} = \frac{\partial F(X)/F(X)}{\partial x_i/x_i} = \frac{\partial F(X)}{\delta} \frac{1}{F(X)}$$

(2)

式中 δ 为参数的变化幅度。由于 $F(X)$ 为定值,由式(2)可知,模型中参数的灵敏度只与英苏断面水位变幅和各个参数变幅的比值有关。为计算方便,本文参数的灵敏度用水位变幅与参数变幅的比值来衡量。

2.2 局部灵敏度分析

采用因子变换法对地下水数值模型进行局部灵敏度分析。首先选取含水层渗透系数 K 进行灵敏度分析,同时保持其他参数不变,将 K 值分别增大、减小 10% 和 20%,每改变一次参数值,运行一次模型,并输出与 K 变化相对应的英苏断面观测井的地下水水位,作为灵敏度分析的依据。其他各项灵敏度计算过程与 K 的灵敏度计算过程类似,据此可分别计算出各因子的灵敏度系数,结果见表 1。

由表 1 可知,地下水水位变化与给水度 S_y 的变化呈反比关系,随着给水度 S_y 的增大,地下水水位下降,而地下水水位变化与其他参数变化呈正比关系,在所分析的参数中,河流水位对模型的影响最大,河床沉积物渗透特性参数的影响最小。由分析结果可得,参数的灵敏度大小顺序依次为 $|S_{H_r}| > |S_K| > |S_{S_y}| > |S_{C_r}|$ 。

2.3 全局灵敏度分析

本文所取参数有 4 个,于是得

$$X = (x_1, x_2, x_3, x_4)$$

每个参数的取样点个数 p 为 3,分别是增加和减少 10% 的值以及原值。 X 中每个参数在相应的 3 个取样点上随机取值。根据上述分析,分别将矩阵 B 各行参数代入到地下水数值模型中,并计算模拟结果之差,可得各参数及参数间相互作用的灵敏度,共有 14 种不同的组合方式,如表 2 所示。

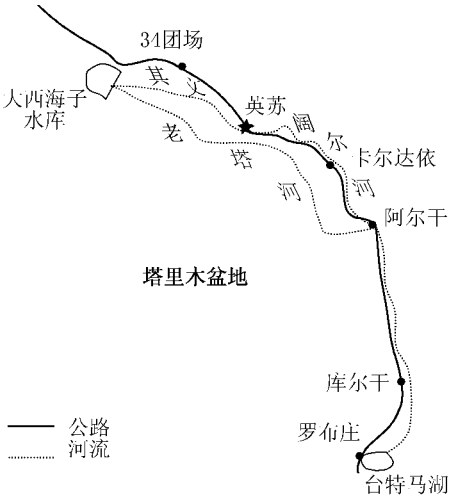


图 1 研究区示意图
Fig.1 Sketch map of study area

表 1 不同参数变化情况下的水位变幅					
Table 1 Change of water level under different parameter conditions					
参数	水位变幅/m				
	- 20%	- 10%	0	10%	20%
K	- 0.22	- 0.10	0	0.09	0.17
S_y	0.14	0.07	0	- 0.07	- 0.13
C_r	- 0.03	- 0.01	0	0.01	0.02
H_r	- 0.29	- 0.14	0	0.15	0.30

表 2 参数组合方式

Table 2 Combination-patterns of parameters

组号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
参数	H_r	K	S_y	C_r	H_r, K	H_r, S_y	H_r, C_r	K, S_y	K, C_r	S_y, C_r	H_r, K, S_y	H_r, K, C_r	K, S_y, C_r	H_r, K, S_y, C_r

根据多次分析结果,取多次结果的平均值,求得各参数灵敏度以及多参数共同作用下的灵敏度,见表 3. 表 3 中为不同参数组合对模型的影响,即不同参数组合的全局灵敏度.由各参数组合的全局灵敏度分析可知,Morris 法计算的多参数总灵敏度并不是单参数灵敏度的简单叠加,如河流水位 H_r 和含水层渗透系数 K 的总灵敏度为 0.29,而它们的灵敏度相加为 0.25.

表 3 不同参数组合影响下的水位变幅

Table 3 Change of water level under different combination-patterns of parameters

参数组号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
水位变幅/m	0.15	0.10	0.07	0.01	0.29	0.26	0.19	0.19	0.14	0.09	0.37	0.31	0.20	0.39

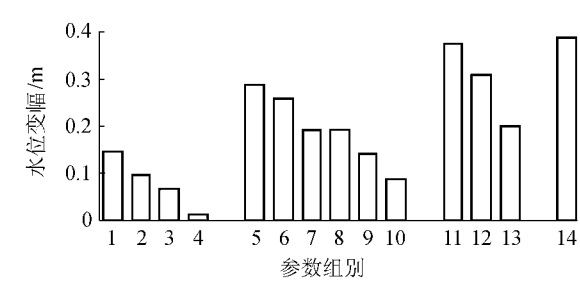


图 2 不同参数组合影响下的水位变幅

Fig.2 Histogram for changes of water level under different combination-patterns of parameters

为了更直观地比较各参数的灵敏度大小,根据表 3 结果绘制了水位变幅直方图(图 2).图 2 中前 4 个为全局灵敏度分析计算得到的单参数的灵敏度,各参数的灵敏度大小顺序为 $|S_{H_r}| > |S_K| > |S_{S_y}| > |S_{C_r}|$,与局部灵敏度分析的顺序一致.定量考虑各参数的灵敏度,与局部灵敏度分析的结果并不一致.由于全局灵敏度分析在计算时考虑了其他参数不同取值对目标参数计算的影响,其结果比局部灵敏度分析更趋于实际,也更精确.全局灵敏度分析同时还定量地给出了 2 个参数以及多个参数共同作用对模型结果的影响.图 2

分别示出了各参数相互作用对模型产生的总影响,在各参数都改变 10% 的情况下,研究区内英苏断面观测井的地下水位最大变幅为 0.39 m.

3 结 语

根据对塔里木河下游地下水数值模型的局部灵敏度分析和全局灵敏度分析结果,在所选的 4 个参数含水层渗透系数 K 、给水度 S_y 、河流水位 H_r 及河床沉积物渗透特性参数 C_r 中,河流水位对模型的影响最为显著,含水层渗透系数次之,河床沉积物渗透特性参数对模型的影响不明显,各参数的灵敏度大小顺序为 $|S_{H_r}| > |S_K| > |S_{S_y}| > |S_{C_r}|$.全局灵敏度分析方法不但可以计算模型中单个参数的灵敏度,还能计算参数相互影响后的总灵敏度.考虑各参数间的相互作用,取所有参数改变 10%,则计算出的模型的总灵敏度为 0.39 m,模型的总灵敏度较小,结果比较稳定,该数值模型可以用来模拟生态输水后塔里木河地下水水位的变化.

数值模拟是解决地下水问题的一个非常重要的方法.目前数值模拟中使用的灵敏度分析方法还比较单一,主要以局部灵敏度分析为主,全局灵敏度分析尚未见报道.本文在 Morris 方法的应用方面进行了一些探讨,对于全局灵敏度分析的其他方法,如傅立叶幅度灵敏度检验扩展法(FAST)和 Sobol'法,由于受到资料的限制,本文未进行探讨.

参考文献:

[1] 薛禹群,吴吉春.地下水数值模拟在我国:回顾与展望[J].水文地质工程地质,1997(4):21-24.
[2] 钱会,王毅颖,宋秀玲.地下水流数值模拟中不应忽视的几个工作程序[J].勘察科学技术,2004(1):40-42.
[3] ANDERSON M P,WOESSNER W W. Applied groundwater modeling :simulation of flow and advective transport[M]. London :Academic Press Limited ,1992 :209-213.
[4] SALTIELLI A ,ANDERES T H ,HOMMA T. Sensitivity analysis of model output :an investigation of new techniques[J]. Comput Statist Data

- Anal ,1993 ,15(1) 211-238.
- [5] 徐崇刚 ,胡远满 ,常禹 ,等.生态模型的灵敏度分析[J].应用生态学报 ,2004(6) :1057-1062.
- [6] LENHART T ,ECKHARDT K. Comparison of two different approaches of sensitivity analysis[J]. Physics and Chemistry of the Earth , 2002 ,27(3) 645-654.
- [7] 邱清盈 ,冯培恩.基于灵敏度信息的优化结果分析技术[J].浙江大学学报 :工学版 ,2000 ,34(6) 603-606.
- [8] SALTELLI A ,CHAN K ,SCOTT M ,et al. Sensitivity analysis ,probability and statistics series[M]. New York :John Wiley & Sons ,2000 41-47.
- [9] CROSETTO M ,TARANTOLA S. Uncertainty and sensitivity analysis tools for GIS-based model implementation[J]. IN T J Geogr Lin-form Sci ,2001 ,15(5) 415-437.
- [10] MCKAY M D ,BECKMAN R J ,CONOVER W J. A comparison of three methods fro selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code[J]. Technometrics ,1979 ,21(4) 239-245.
- [11] MORRIS M D. Factorial sampling plans for preliminary computational experiments[J]. Technometrics ,1991 ,33(2) :161-174.
- [12] CUKIER R I ,FORTUIN C M ,SHULER K E ,et al. Study of the sensitivity of coupled reaction systems to uncertainties in rate coefficients : I. Theory[J]. J Chem Phys ,1973 ,59(3) 3873-3878.
- [13] SOBOLO' I M. Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models[J]. Mathematical Modelling Computational Experiments ,1993 ,(4) : 407-414.
- [14] 邓正波 ,束龙仓.塔里木河下游数字地下水埋深模型的构建[J].河海大学学报 :自然科学版 ,2005 ,33(1) 42-48.

Sensitivity analysis of parameters in numerical simulation of groundwater

SHU Long-cang¹ , WANG Mao-mei¹ , LIU Rui-guo² , CHEN Guo-hao³

(1. State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering , Hohai University , Nanjing 210098 , China ;

2. Chaoyang Branch of Liaoning Survey Bureau of Hydrology and Water Resources , Chaoyang 122000 , China ;

3. Jining Survey Bureau of Hydrology and Water Resources of Shandong Province , Jining 272019 , China)

Abstract :With the lower Tarim River as an example , the local sensitivity analysis and global sensitivity analysis were introduced into parameter sensitivity analysis of groundwater mathematical model , and the permeability coefficient and specific yield of aquifer , the permeability coefficient of riverbed sediment , and the river water level as the input of the model were selected for parameter sensitivity analysis in numerical simulation. The result shows that the model is more sensitive to the river water level than to other parameters. According to the result of global sensitivity analysis , the total sensitivity of the parameters is relative small , thus the groundwater mathematical model is stable. Therefore , the mathematical model can be used to simulate the change of groundwater level of the lower Tarim River.

Key words :numerical simulation of groundwater ; local sensitivity analysis ; global sensitivity analysis ; lower Tarim River