

双材料界面裂纹的能量释放率分析

陈 瑛^{1,2},冯新权³,姜弘道²,苏 超⁴

(1. 山东大学土木系,山东 济南 250061; 2. 河海大学土木工程学院,江苏 南京 210098;
3. 山东省水利勘测设计院,山东 济南 250013; 4. 河海大学水利水电工程学院,江苏 南京 210098)

摘要 利用 J 积分得到了一般条件下双材料界面裂纹的能量释放率(SERR),并按照裂纹尖端法向应力为 0 和 I 和 II 型耦合量 $J_{I,II}$ 为 0 的条件得到了应变能量释放率的 I 型和 II 型分量.其应变能量释放率分解的结果表明,轴力和弯矩都会产生 I 型和 II 型应变能量释放率分量.

关键词 双材料界面 裂纹 应变能量释放率

中图分类号 :TU37 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-1980(2007)05-0542-04

一般双材料梁和板的断裂模型由开裂部分和未裂部分 2 部分组成,这 2 部分在裂纹尖端连接形成节点.

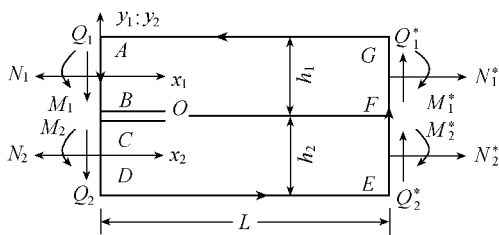


图 1 J 积分路径

Fig.1 J -integral path

一般平面荷载在界面裂纹尖端产生轴力、弯矩和横向剪力(图 1),应变能量释放率(strain energy release rate,SERR)可用这 3 种内力表示. Williams^[1]利用经典梁理论,给出了部分作用力的 SERR 的简单表达式. Suo^[2-3]用同样的方法研究了均质正交各向异性材料的脱层问题,并研究了在一般边缘荷载条件下,2 种各向同性弹性材料的界面裂纹问题,在经典梁理论的基础上,给出了与荷载无关的用单一实标量表示的应力强度因子的解析表达式.该解析表达式可以由特殊荷载组合的数值解导出,但未考虑剪力的影响,从而低估了 SERR.

本文根据 J 积分计算应变能量释放率及 I 型和 II 型分量,并考虑了剪力的影响.

1 能量释放率断裂力学分析

当裂纹长度远大于梁厚度时,对于单一材料的裂缝问题, J 积分值等于 SERR 值;但对于异质材料界面分层裂缝,当积分矩形路径所围面积较小,且矩形较扁时, J 积分值等于 SERR 值^[4].对图 1 所示的包围裂纹尖端的闭合矩形积分路径 ABOCDEFGA, J 积分的最后表达式为

$$J = \frac{1}{2b} \left(\frac{N_1^2 - N_1^{*2}}{A_1} + \frac{N_2^2 - N_2^{*2}}{A_2} \right) + \frac{1}{2b} \left(\frac{M_1^2 - M_1^{*2}}{D_1} + \frac{M_2^2 - M_2^{*2}}{D_2} \right) + \frac{1}{2b} \left(\frac{Q_1^2 - Q_1^{*2}}{B_1} + \frac{Q_2^2 - Q_2^{*2}}{B_2} \right) - \frac{1}{b} (Q_1 \varphi_1 - Q_1^* \varphi_1^*) - \frac{1}{b} (Q_2 \varphi_2 - Q_2^* \varphi_2^*) \quad (1)$$

式中: $N_i, Q_i, M_i, \varphi_i, N_i^*, Q_i^*, M_i^*, \varphi_i^*$ ——裂纹嘴前、后亚层 1,2 的轴力、横向剪力、弯矩和转角, $i=1,2$;
 b ——梁宽; A_i, D_i, B_i ——各亚层的轴向、弯曲和剪切刚度系数.

由于在裂纹嘴右端存在 3 个集中力,利用叠加原理可求得 SERR 值.图 2(a)所示的断裂问题可分解为 2 个亚问题的叠加:未开裂双层梁(图 2(b)) and 平衡力 M, Q 和 N 作用下的开裂双层梁(图 2(c)).由于未开裂双层梁不产生 SERR 值,图 2(a)中的 SERR 等于图 2(c)中的 SERR 值.图 2 中 M_T, Q_1 和 N_T 为 $x=L$ 处截面总的弯矩、轴力和横向剪力.图 2(c)中^[5]:

$$N = N_1 - N_{1C}|_{x=0} \quad M = M_1 - M_{1C}|_{x=0} \quad Q = Q_1 - Q_{1C}|_{x=0} \quad (2)$$

式中 N_{1C}, M_{1C}, Q_{1C} 为作用于未开裂双层梁的集中力。

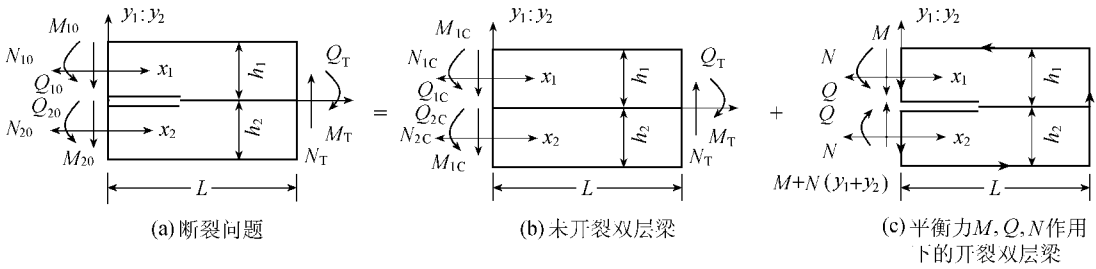


图 2 双材料界面断裂问题的分解

Fig.2 Equivalent problem of bimaterial interface fracture

式(2)成为

$$J = \frac{1}{2b} (C_N N^2 + C_M M^2 + C_Q Q^2 + C_{MN} MN) - \frac{1}{b} Q (\varphi_1 - \varphi_2) \quad (3)$$

$$C_N = \frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} + \frac{(y_1 + y_2)^2}{D_2} \quad C_M = \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \quad C_Q = \frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2} \quad C_{MN} = \frac{2(y_1 + y_2)}{D_2}$$

2 能量释放率的分解

通常采用基于梁理论的整体法^[1,6-7]和基于近裂纹尖端奇异应力场的局部法求解 SERR 值的Ⅰ型和Ⅱ型分量。Point 等^[7]将裂纹嘴右端的 3 个集中力进行Ⅰ型和Ⅱ型荷载分解,假定上层梁底部和下层梁顶部纤维具有相同的延伸量(由弯矩和剪力造成),得到 SERR 值的纯Ⅰ型分量,同时假定当裂纹尖端的剪力和弯矩消失时可得到 SERR 值的纯Ⅱ型分量。该模型未考虑轴力的作用。

本文采用简单的整体法。为得到 SERR 值的分量,首先要对图 2(c)的应力合力进行分解,使 J 积分不包含Ⅰ型和Ⅱ型应力分量的混合项。由于裂纹嘴右端剪力只产生Ⅰ型断裂,故仅考虑轴力和弯矩的作用。该应力系统等效为图 3 所示分量的叠加,即

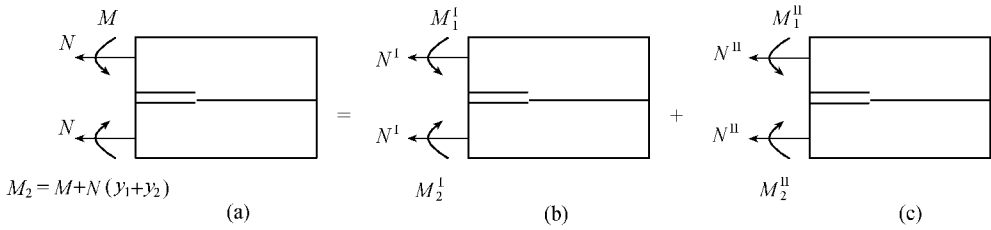


图 3 等效荷载系统荷载分解

Fig.3 Load decomposition of equivalent loading system

$$\begin{cases} M_1^I + M_1^{II} = M & M_2^I + M_2^{II} = M_2 & N^I + N^{II} = N = \frac{M_2 - M}{y_1 + y_2} \\ M_2 = M + N(y_1 + y_2) & N^I = \frac{M_2^I - M_1^I}{y_1 + y_2} & N^{II} = \frac{M_2^{II} - M_1^{II}}{y_1 + y_2} \end{cases} \quad (4)$$

若令

$$M_2^I = \alpha M_1^I \quad M_2^{II} = \beta M_1^{II} \quad (5)$$

由式(4), (5) 可得

$$M_1^I = \frac{M_2 - \beta M}{\alpha - \beta} \quad M_1^{II} = \frac{\alpha M - M_2}{\alpha - \beta} \quad N^I = \frac{(\alpha - 1) M_1^I}{y_1 + y_2} \quad N^{II} = \frac{(\beta - 1) M_1^{II}}{y_1 + y_2} \quad (6)$$

对Ⅱ型断裂,该解应满足裂纹尖端法向应力为 0 的条件。由于法向应力是裂纹尖端弯矩作用的结果,而弯矩可等效为间距极小的垂直集中力,故按照式

$$N^{II} y_1 + M_1^{II} = 0 \quad (7)$$

可求Ⅱ型弯矩 M_1^{II} 。将式(6) N^{II} 的表达式代入式(7)可得

$$\beta = -\frac{y_2}{y_1} \tag{8}$$

式(3)为式(9)~(11)的叠加

$$J_I = \frac{1}{2b} \left[\frac{(N_I^I)^2}{A_1} + \frac{(N_2^I)^2}{A_2} \right] + \frac{1}{2b} \left[\frac{(M_1^I)^2}{D_1} + \frac{(M_2^I)^2}{D_2} \right] \tag{9}$$

$$J_{II} = \frac{1}{2b} \left[\frac{(N_I^{II})^2}{A_1} + \frac{(N_2^{II})^2}{A_2} \right] + \frac{1}{2b} \left[\frac{(M_1^{II})^2}{D_1} + \frac{(M_2^{II})^2}{D_2} \right] \tag{10}$$

$$J_{I,II} = \frac{1}{2b} \left[\frac{2N_1^I N_1^{II}}{A_1} + \frac{2N_2^I N_2^{II}}{A_2} \right] + \frac{1}{2b} \left[\frac{2M_1^I M_1^{II}}{D_1} + \frac{2M_2^I M_2^{II}}{D_2} \right] \tag{11}$$

若保证 I 型和 II 型耦合量消失,将式(6)代入式(11)并令其为 0,得

$$\alpha = \frac{(A_1 + A_2) D_1 D_2 + D_2 A_1 A_2 (y_1 + y_2) y_1}{(A_1 + A_2) D_1 D_2 + D_1 A_1 A_2 (y_1 + y_2) y_2} \tag{12}$$

I 型和 II 型 SERR 值分别为

$$J_I = \frac{1}{2b} \left[\left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) \frac{(\alpha - 1)^2}{(y_1 + y_2)^2} + \left(\frac{1}{D_1} + \frac{\alpha^2}{D_2} \right) \right] \left[\frac{(1 - \beta) M + (y_1 + y_2) N}{\alpha - \beta} \right]^2 \tag{13}$$

$$J_{II} = \frac{1}{2b} \left[\left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) \frac{(\beta - 1)^2}{(y_1 + y_2)^2} + \left(\frac{1}{D_1} + \frac{\beta^2}{D_2} \right) \right] \left[\frac{(\alpha - 1) M - (y_1 + y_2) N}{\alpha - \beta} \right]^2 \tag{14}$$

以上 2 式表明,轴力和弯矩均可造成混合型断裂.

3 本文模型与其他模型比较

图 4 和图 5 为本文分析结果与 Bruno 等^[1-2,7]模型对均质、各向同性带切口梁的 SERR 值的比较,2 层梁的弹性模量比 $E_1/E_2 = 1$ 且泊松比 $\nu_1 = \nu_2$. 文献[1]模型的 I 型 SERR 值较大,当 $M_2/M_1 = -1$ 时仅有 I 型 SERR 值. 文献[1]模型假定 J_I 仅由弯矩产生, J_{II} 仅由轴力产生, SERR 值与两亚层的几何形状和材料性质无关. Bruno 等^[8]假定:当 2 个外部弯矩 M_1 和 M_2 在裂纹尖端产生相同的应变时可得到纯 I 型断裂,轴力对 I 型断裂的影响可忽略;参数 α 近似为 M_1 和 M_2 的比值. 由图 4、图 5 可以看出,本文结果与文献[8]模型结果接近且更严格、直观.

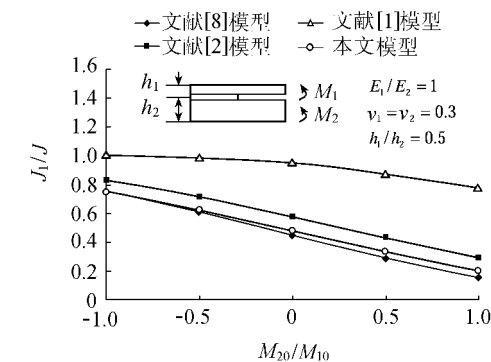
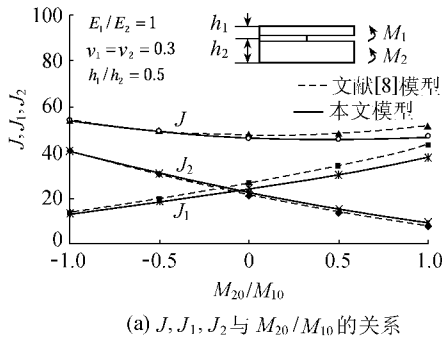
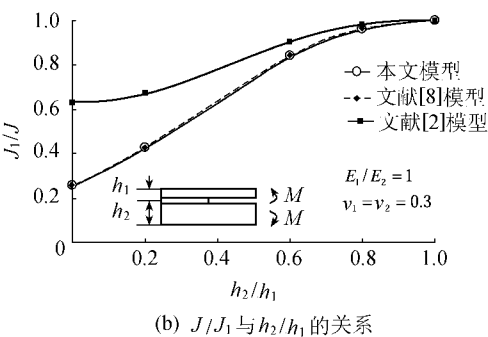


图 4 本文 SERR 模型与文献[1-2,8]模型比较
Fig.4 Comparison of present SERR model with those of references [1-2 and 8]



(a) J, J_1, J_2 与 M_{20}/M_{10} 的关系



(b) J/J_1 与 h_2/h_1 的关系

图 5 本文 SERR 模型与文献[8]模型比较

Fig.5 Comparison of present SERR model with model of reference[8]

4 结 语

本文利用 J 积分得到了 SERR 值,并利用裂纹尖端法向应力为 0 和 I 型和 II 型耦合量 $J_{I,II} = 0$ 的条件得到了 SERR 的 I 型和 II 型分量.该方法简单、直观、严格,其 SERR 分解结果表明,轴力和弯矩都会产生 I 型

和 II 型 SERR 分量.

参考文献：

[1] WILLIAMS J G. On the calculation of energy release rate for cracked laminates[J]. International Journal of Fracture,1988,36 :101-119.
[2] SUO Z. Delamination specimens for orthotropic materials[J]. ASME J Appl Mech,1990,57 :627-634.
[3] SUP Z,HUTCHINSON J W. Interface crack between two elastic layers[J]. International Journal of Fracture,1990,43 :1-18.
[4] SHI Wei-chen,KUANG Zhen-bang. J-Integral of the dissimilar anisotropic media[J]. International Journal of Fracture,1999,96 :37-42.
[5] 陈瑛. 双材料梁界面力学模型及其在 FRP-混凝土界面断裂研究中的应用[D]. 南京 河海大学,2006.
[6] SCHAPERY R A,DAVIDSON B D. Prediction of energy release rate for mixed-mode delamination using classical plate theory[J]. Applied Mechanics Review,1990,43(S) :281-287.
[7] POINT N,SACCO E. Delamination of beams :a application to the DCB specimen[J]. International Journal of Fracture,1996,79 :225-247.
[8] BRUNO D,GRECO F. Mixed mode delamination in plates :a refined approach[J]. International Journal of Solids and Structures,2001,38 :9149-9177.

Strain energy release rate of bimaterial interface fracture

CHEN Ying^{1,2}, FENG Xin-quan³, JIANG Hong-dao², SU Chao⁴

(1. Department of Civil Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China ;

2. College of Civil Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China ;

3. Shandong Surveying and Design Institute of Water Resources, Jinan 250013, China ;

4. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract :The strain energy release rate (SERR) of bimaterial interface fracture was calculated under general condition by use of J -integral. The mode I and mode II of SERR were obtained under the condition that both the normal stress at the tip of cracks and the coupling $J_{I,II}$ between mode I and mode II were zero. The result of decomposition of SERR shows that both the axial force and the bending moment can produce mode I and mode II of SERR.

Key words :bimaterial interface ; crack ; strain energy release rate