

对改进西原模型的再认识

王小平

(河海大学岩土工程研究所 ,江苏 南京 210098)

摘要 :从岩石的物理变形机制出发 ,对改进西原模型的物理意义进行了理论探讨 ,得出改进西原模型蠕变变形机制是一个强化作用有限发挥、弱化作用累积的过程的结论 .分析表明 :改进西原模型能够描述简单应力状态下不同应力水平的岩石蠕变特性曲线 ,在同一应力水平下 ,可以用蠕变加速度作为判定模型的稳定性判据 ;将改进西原模型用于直剪蠕变试验 ,需考虑有效法向应力对长期强度极限的影响 ;用于三轴蠕变试验 ,需考虑长期强度极限与围压的关系 ;对于应变局部化问题 ,采用改进西原模型必须考虑黏性效应与其他正则化机制的耦合作用 .

关键词 :西原模型 ;强化作用 ;弱化作用 ;蠕变加速度 ;直剪蠕变试验 ;应变局部化

中图分类号 :O344.6 文献标识码 :A 文章编号 :1000-1980(2007)06-0651-04

岩石的流变模型理论一直是岩石流变性研究领域较为活跃的一个方面 .近两年对流变模型的研究主要集中在非线性流变模型方面 ,目前已出现各种各样的非线性流变模型 ,其中对西原模型的改进有以下几种方法 : (a)用非线性牛顿体取代理想线性牛顿体 ; (b)假定经过稳定流变阶段以后岩石流变黏性系数逐渐变小 ; (c)假定材料初次屈服后先发生加工硬化 ,到达峰值强度后 ,其屈服极限发生衰退 ; (d)西原模型与损伤力学、断裂力学模型耦合 .本文对第一种改进西原模型进行物理变形机制及应用方面的探讨 .

1 岩石的物理变形机制

岩石是由化学成分与分子结构不同的各种矿物颗粒组成的 ,各种矿物又具有不同类型的化学键 ,而且岩石的成岩条件、成岩过程又相当复杂 ,所以岩石材料具有 2 个基本特征——非均质性和裂隙性 .正是由于这 2 个基本特征 ,岩石受力以后会产生不均匀的应力场和变形场 ,一方面部分矿物颗粒将不能完全发挥其强度 ;另一方面由于微裂隙、微缺陷导致应力集中 ,部分矿物颗粒可能强度不足 ,这样就会产生新的微裂隙 ,应力将向周围矿物颗粒转移使其逐步发挥其强度 ,所以在岩石的变形破坏过程中 ,存在着 2 种变形机制 :强化作用(应力调整使没有完全发挥强度的颗粒逐渐发挥其强度)、弱化作用(微裂隙、微缺陷的产生和扩展) .但是强化作用又是有限度的 ,因为应力调整最终会使所有缺陷周围矿物颗粒储存的强度充分发挥出来 ,从而达到一种极限 ,而弱化作用则是不断累积的 ,当弱化作用累积超过强化作用时 ,岩石中的微裂隙、微缺陷便会发生雪崩式扩展、贯通直至整个岩石破坏 .所以岩石的物理变形过程实质上就是强化作用与弱化作用机制相互竞争的结果 .

2 改进西原模型^[1-4]

用非线性牛顿体取代西原模型中的理想线性牛顿体 ,便得到改进西原模型 ,如图 1 所示 .该模型不仅能描述衰减蠕变、稳定蠕变 ,而且能够描述传统模型不能描述的加速蠕变过程 .

非线性牛顿体应力应变关系为

$$\tau = \eta \ddot{\gamma} \quad \text{或} \quad \tau = \eta \dot{\gamma}^n \tag{1}$$

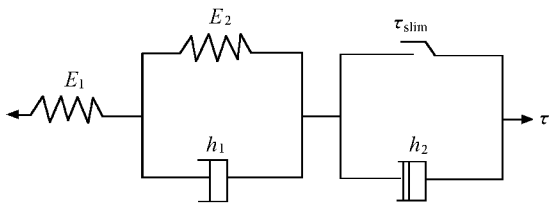


图 1 改进西原模型

Fig.1 Modified Xiyuan model

式中(n)表示对应变求 n 阶导数,为简便起见,取 $n=2$.

将非线性牛顿体引入西原模型得到改进西原模型本构关系为

$$\gamma = \frac{\tau}{E_1} + \frac{\tau}{E_2} \left[1 - \exp\left(-\frac{E_2}{\eta_1} t\right) \right] + \frac{\tau - \tau_{slim}}{2\eta_2} t^2 \quad (2)$$

其中 τ 是开关算符,当 $f \leq 0$ 时, $f = 0$;当 $f > 0$ 时, $f = f, \tau_{slim}$ 一般定义为“极限摩阻力”或长期强度极限,其物理意义为:在小于该值的荷载作用下,任意实际观测时间内材料只发生衰减蠕变、稳定蠕变,不会发生加速蠕变;但在超过此荷载作用下,初期发生衰减蠕变、稳定蠕变,后期则发生加速蠕变,导致非线性蠕变破坏.特别要注意的是长期强度极限与长期强度的区别:长期强度极限在简单应力状态下,为一恒定值,而长期强度则受应力水平高低的影响.

3 岩石的蠕变变形机制

岩石的蠕变变形机制同样是强化作用与弱化作用相互竞争的结果.下面对改进西原模型本构关系式(2)进行分析.

将本构关系用于常应力试验,可以假定 τ 为常数,对本构关系式(2)进行求导:

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau}{\eta_1} \exp\left(-\frac{E_2}{\eta_1} t\right) + \frac{\tau - \tau_{slim}}{\eta_2} t \quad (3)$$

$$\ddot{\gamma} = -\frac{\tau E_2}{\eta_1 \eta_1} \exp\left(-\frac{E_2}{\eta_1} t\right) + \frac{\tau - \tau_{slim}}{\eta_2} \quad (4)$$

由式(3)知,在 $\tau \leq \tau_{slim}$ 条件下应变率为

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau}{\eta_1} \exp\left(-\frac{E_2}{\eta_1} t\right) \quad (5)$$

应变率随时间趋于0,模型是稳定的.

而当 $\tau > \tau_{slim}$ 时,应变率表达式附加一项:

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau - \tau_{slim}}{\eta_2} t \quad (6)$$

当总应变率越来越大时,模型将是不稳定的.

如果将本构关系(2)用于常应变率试验,先考虑本构关系中第2项:

$$\gamma = \frac{\tau}{E_2} \left[1 - \exp\left(-\frac{E_2}{\eta_1} t\right) \right] \quad (7)$$

在一般常应变率试验中, $\dot{\gamma} = \alpha$ (α 为常数),将 t 换成 γ/α 得

$$\tau(\gamma) = \frac{E_2 \gamma}{1 - \exp\left(-\frac{E_2 \gamma}{\eta_1 \alpha}\right)} \quad (8)$$

$$\frac{d\tau}{d\gamma} = \frac{E_2 \left[1 - \exp\left(-\frac{E_2 \gamma}{\eta_1 \alpha}\right) \right] - \frac{E_2^2 \gamma}{\eta_1 \alpha} \exp\left(-\frac{E_2 \gamma}{\eta_1 \alpha}\right)}{\left[1 - \exp\left(-\frac{E_2 \gamma}{\eta_1 \alpha}\right) \right]^2} > 0 \quad (9)$$

所以本构关系(2)中的第2项描述的是强化作用.但这种强化作用不会无限制的增强,因为当 γ 达到 τ/E_2 时,这种强化作用已达到极限.

再考虑本构关系式(2)中第3项:

$$\gamma = \frac{\tau - \tau_{slim}}{2\eta_2} t^2 \quad (10)$$

$$\text{同样假定 } \dot{\gamma} = \alpha \text{ ,将 } t \text{ 换成 } \gamma/\alpha \text{ 得 } \tau(\gamma) = \tau_{slim} + \frac{2\eta_2 \alpha^2}{\gamma} \quad (11)$$

$$\frac{d\tau}{d\gamma} = -\frac{2\alpha^2 \eta_2}{\gamma^2} < 0 \quad (12)$$

所以本构关系(2)中第 3 项描述的是弱化作用.

综合起来,改进西原模型在低应力水平即 $\tau \leq \tau_{slim}$ 条件下,强化作用占支配地位,而弱化作用则简单地被忽略了,这就决定了蠕变过程的衰减性.在高应力水平即 $\tau > \tau_{slim}$ 条件下,蠕变过程实质上是强化作用有限发挥、弱化作用累积的过程,所以会出现初期的衰减蠕变、稳定蠕变和后期的加速蠕变过程.

当然也可以用 Desai 教授的扰动状态的概念来理解改进西原模型蠕变变形机制. Desai 在微观上采取了相变的观点,认为材料由完整态和临界态两相组成,完整态为材料相对均质的状态,临界态则具有扰动状态的特征,在外荷载的扰动下,临界态相不可逆增加,最终导致材料破坏.改进西原模型本构关系式(2)前 2 项可以看作岩石材料完整态相本构关系,而第 3 项则可以看作岩石材料临界态相本构关系,这样由于临界态相的扰动与完整态相的组合就造成了宏观上复杂的蠕变变形.

关于岩石试件蠕变稳定性的判别准则,文献[5]提出了一个广义模量的概念并用其来判定改进西原模型的稳定性,但广义模量的概念似乎又很模糊,其值如何获得更是不得而知.在岩石蠕变过程中,蠕变加速度会发生符号的改变, $\ddot{\gamma} = 0$ 代表着蠕变即将进入稳定蠕变阶段或加速蠕变阶段.所以,只要能够正确确定模型参数,那么根据蠕变加速度 $\ddot{\gamma}$ 的变化,便可确定模型的稳定性.为此,令 $\ddot{\gamma} = 0$,由式(4)求得

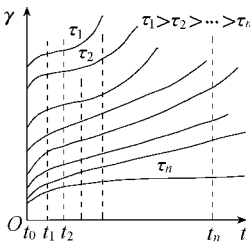


图 2 不同应力水平下岩石的蠕变曲线
Fig.2 Rock creep curve at different stress levels

$$\exp\left(-\frac{E_2}{\eta_1}t\right) = \frac{\left(1 - \frac{\tau_{slim}}{\tau}\right)\eta_1^2}{E_2\eta_2} \tag{13}$$

分析式(13)可知,随着应力水平 τ 的提高,改进西原模型由衰减蠕变过渡到加速蠕变状态所需时间越来越小,这正验证了图 2 所示的岩石蠕变试验结果,也说明了改进西原模型能够描述不同应力水平下岩石的蠕变特性.

4 改进西原模型的推广

在简单的应力状态下,改进西原模型具有较好的适应性.下面用改进西原模型来解释直剪蠕变试验和常规三轴蠕变试验.

在直剪蠕变试验中,长期抗剪强度与有效法向应力 σ_n 的关系如图 3^[6]所示.从图 3 可以看出,长期抗剪强度极限随有效法向应力的增加而增加,不再是一恒定值,这时仅用式(2)就难以解释试验结果,还必须附加一个条件:

$$\tau_{slim} = f(\sigma_n) \tag{14}$$

式(14)一般可以用最小二乘法曲线拟合或回归分析的方法获得.

改进西原模型属一维流变模型,要将它用到常规三轴蠕变试验中,需要将改进西原模型按文献[7]的原理,通过类比的方法作进一步的推广,这当然与实际情况有很大差距.这种直接将一维模型通过类比推广到三维模型的方法仍有待改进.

对于三轴蠕变试验,岩石试件长期强度极限受围压的影响,当围压在 2 个水平主应力方向上不相等时,要描述长期强度极限与围压的关系就更困难了,可用公式

$$\tau_{slim} = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \tag{15}$$

描述,式(15)形式跟经典塑性理论中的屈服函数形式相同,但其所表达的物理意义与屈服函数的物理意义却完全不同.如果 $\sigma_2 = \sigma_3$,便可将改进西原模型应用于常规三轴蠕变试验.

5 改进西原模型在应变局部化问题中的应用

应变局部化问题是当前岩土力学研究的一个重要课题.经典的局部化本构关系,虽然引入了断裂力学、损伤力学,但仍然无法对应变局部化问题,特别是强应变软化问题作出客观的描述,因为经典的局部化本构关系理论中缺少反映材料细观特性的材料的内部特征长度,无法考虑材料内部微结构的萌生、演化及相互作用.

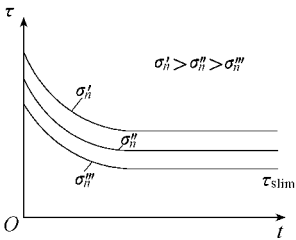


图 3 长期抗剪强度与有效法向应力的关系
Fig.3 Relationship between long-term shear strength and effective normal stress

对于应变局部化问题,一般的方法是引入正则化机制,包括 Cosserat 理论^[8]、非局部化模型^[9]、梯度塑性模型^[10-11]以及黏性效应^[12]等多种正则化机制的引入.但目前的研究表明单独引入黏性效应作为正则化机制无法完全客观地描述应变局部化问题^[12],所以将改进西原模型应用于应变局部化问题时,有必要考虑黏性效应与其他正则化机制的耦合作用,这样应变局部化问题才能得到更加客观的描述.

6 结 论

- a. 改进西原模型物理意义进行了探讨,得出改进西原模型蠕变变形机制是一个强化作用有限发挥、弱化作用累积的过程的结论.
- b. 改进西原模型能描述简单应力状态下不同的应力水平下的岩石蠕变特性曲线,在同一应力水平下,可以用蠕变加速度作为判定模型的稳定性判据.
- c. 改进西原模型在简单应力状态下具有较强的适用性,但要将其用于直剪蠕变试验,需考虑长期强度极限与有效法向应力的关系,用于三轴蠕变试验,需考虑长期强度极限与围压的关系.
- d. 将改进西原模型用于应变局部化问题需考虑黏性效应与其他正则化机制的耦合作用,这样应变局部化问题才能得到更加客观的描述.
- e. 本文的研究给出了改进西原模型本构关系的物理意义,对其以后在工程中的应用具有重要的意义.

参考文献:

- [1] 徐卫亚,杨圣奇,谢守益,等.绿片岩三轴流变力学特性的研究(II)模型分析[J].岩土力学,2005,26(5):693-698.
- [2] 邓荣贵,周德培,张倬元,等.一种新的岩石流变模型[J].岩石力学与工程学报,2001,20(6):780-784.
- [3] 赵明华,肖燕,陈昌富.软土流变特性的室内试验与改进的西原模型[J].湖南大学学报,2004,31(1):48-51.
- [4] 曹树刚,边金,李鹏.岩石蠕变本构关系及改进的西原正夫模型[J].岩石力学与工程学报,2002,21(5):632-634.
- [5] 王来贵,何峰,刘向峰,等.岩石试件非线性蠕变模型及其稳定性分析[J].岩石力学与工程学报,2004,23(10):1640-1642.
- [6] 维亚洛夫 C C.土力学的流变原理[M].北京:科学出版社,1987.
- [7] PERZYNA P. Fundamental problems in visco-plasticity[C]//Recent Advances in Applied Mechanics. New York: Academic Press, 1996.
- [8] DE BORST R, SLUYS L J. Localization in a Cosserat continuum under static and dynamic loading conditions[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1991, 90(1): 805-827.
- [9] BAZANT Z P, PIAUDIER C G. Nonlocal continuum damage localization instability and convergence[J]. Journal of Applied Mechanics, 1988, 55: 287-293.
- [10] FLECK N A, HUTHINSON J W. A phenomenological theory for strain gradient effects in plasticity[J]. J Mech Solids, 1994, 41(12): 1825-1857.
- [11] DE BORST R, MÜHLHAUS H B. Gradient-dependent plasticity: formulation and algorithmic aspects[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1992, 35: 521-539.
- [12] NEEDLEMAN A. Material rate dependence and mesh sensitivity on localization problems[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1988, 67: 69-86.

Reevaluation of modified Xiyuan model

WANG Xiao-ping

(Geotechnical Research Institute of Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Based on the mechanism of physical deformation of rocks, the physical meaning of the modified Xiyuan model was discussed theoretically. The creep of the Xiyuan model experiences a process of limited hardening and accumulation of softening. The modified Xiyuan model can describe the creep characteristic curve of rocks at different stress levels in simple stress state, and the creep acceleration can be used to judge the stability of the model at the same stress level. Moreover, if the improved Xiyuan model is applied to direct shear creep tests, the influence of effective normal stress on the long-term strength limit should be taken into account, while the relationship between the long-term strength limit and surrounding pressure should be considered if it is applied to tri-axial creep tests. For the improved Xiyuan model applied to the strain localization problem, the interaction between viscosity effect and other regularization mechanism should be taken into account.

Key words: Xiyuan model; hardening; softening; creep acceleration; direct shear creep test; strain localization