

一种改进的遗传算法及其在结构优化设计中的应用

杨海霞,谢轶鹏

(河海大学土木工程学院,江苏 南京 210098)

摘要 通过对遗传算法的二进制编码和实数编码的机理分析,结合 2 种编码的优点,从工程结构优化实际问题出发,提出了一种可以任意控制离散度的改进实数编码遗传算法.该算法利用实际工程结构问题中对尺寸设计变量精度要求的放松,在编码过程中加上“隐约束”,缩小了搜索空间,减少了结构重分析次数,提高了收敛速度.该算法的优点是可以根据实际需要任意选择变量的精度.实例计算表明,该算法对复杂结构的优化设计是有效的.

关键词 遗传算法;实数编码;拱坝优化设计;结构优化设计

中图分类号 :TU318.70302 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-1980(2007)06-0659-05

遗传算法(GA)是一种全局搜索优化方法,由于具有简单通用、鲁棒性强、适合于并行处理、优化过程是一个不断改进的过程等特点,已被广泛应用于求解工程优化问题.

尽管与其他传统的优化方法相比,遗传算法可以更有效地找到全局最优解,但其收敛速度对于许多实际问题而言仍不尽如人意.各国学者以简单遗传算法(SGA)为蓝本,提出了许多改进和功能扩充,主要集中在以下 4 个方面^[1-5]:(a)参数选择和初始化;(b)遗传操作和后代生成;(c)种群评估和最优个体的选择;(d)中止判断条件.通过这些改进使遗传算法得到愈来愈广泛的应用.但是,对于大型复杂结构的优化设计问题,用遗传算法求解仍由于结构重分析耗时太多而失去意义.例如,Nicholas 等^[5]在成功地结合遗传算法和有限元法对桁架作优化设计后又指出其不足:即使用遗传算法作优化方法,对于大型结构进行优化设计,其计算工作量也是巨大的.”

本文从编码方式着手,通过分析二进制编码和实数编码的内在机理,提出了结合二者优点,可以根据对优化设计变量精度要求来控制离散精度的实数编码方法.该方法利用实际工程问题对设计变量精度要求的放松,在编码过程中加上“隐约束”,从而缩小搜索空间,加快收敛过程,提高计算效益.

1 遗传算法

遗传算法是由美国 Michigan 大学的 John H. Holland 教授 1975 年首先提出的.目前,虽然已有许多后生的遗传算法,但它们的主要过程基本一致,具体过程为:(a)编码;(b)产生初始种群;(c)确定适应度函数与评价函数;(d)确定选择过程;(e)确定搜索操作.

1.1 遗传算法的编码

遗传算法的编码方式主要有二进制和实数编码.对于有 n 个变量的问题,二进制编码将代表个体的位串分成 n 段,则每段就表示 1 个变量的二进制代码,设每段的码串长度为 L_i ,则 1 个变量 $x_i \in [a_i, b_i]$ 与其二进制代码的映射关系为

$$x_i = a_i + \frac{(b_i - a_i) \sum_{j=1}^{L_i} (k_{ij} 2^{j-1})}{2^{L_i} - 1} \quad (1)$$

其中 k_{ij} 为该位串第 i 段中第 j 个基因,取值为 1 或 0.编码的精度 Δ_i 与码串长度 L_i 有以下关系:

$$\Delta_i = \frac{b_i - a_i}{2^{L_i} - 1} \quad (2)$$

如果用实数编码,可以将每个变量的值作为染色体的基因,即以 1 组设计变量顺序编排成 1 个个体码($x_1, x_2, \dots, x_n$).

1.2 2 种编码方式的比较

在比较 2 种编码方式之前,先看一个函数优化问题:

$$\max f(x) = 0.5 - \frac{\sin^2 \sqrt{x_1^2 + x_2^2} - 0.5}{[1 + 0.001(x_1^2 + x_2^2)]^2} \quad (-100 \leq x_i \leq 100, i = 1, 2)$$

该函数的全局最大点为(0,0),最大值为 1.该函数有无数个局部极大点,且它们在全局最大点周围形成 2 个圈脊,这 2 个极值为 0.990 284 和 0.962 776.因此,即使采用遗传算法这样的全局收敛方法,如果不选择很高的精度关系,也很难收敛到全局最大值.如果优化结果收敛到 0.990 284,从数学角度,就认为这个优化过程是失败的.但是对于实际结构优化设计问题,我们会接受这样的极大值,将其当作最优设计方案.这就是函数优化和结构优化设计对优化方法和优化精度选择的重要区别.

以下研究二进制编码的精度问题.从式(1)和式(2)知,编码的精度 Δ_i 与码串长度有关.当二进制的码串长度为 L_i 时,相当于将某变量 x_i 的变化区间 $[a_i, b_i]$ 分成 $(2^{L_i} - 1)$ 个子区间,如果原变量是其上连续变化的实数,则此时已被离散成 2^{L_i} 个等分离散点.使用者可以根据实际问题的需要确定精度和码串长度.这样的编码方式也是遗传算法成功的要素之一.但二进制编码也有不足之处.除了个体长度大、占用计算机内存多外,当设计变量较多时,由于受到总码串长度的限制,精度不能得到满足;另一方面,虽然用二进制编码可以将连续设计点离散化,但是离散点数只能是 2^{L_i} 个,如 8,16,32,64,而且愈往后 2 个相邻值相差愈大,例如当 16 个离散点不能满足精度要求时,只能选择 32 个离散点,不能选择任何中间数,这样对于 n 个变量问题,相邻的 2 种离散方案的搜索空间就相差 n 倍.

研究表明,实数编码在求解高维、复杂、连续的函数优化问题时,其平均效率较二进制编码要高,并在理论上可以达到很高的精度^[2,6-7],所以遗传算法用于结构优化设计时,采用实数编码的较多.但是,正是由于这一“高精度”特性,使实数编码用于复杂结构优化设计时,因大量的结构重分析,导致计算时间太长.而另一方面,在一些实际工程结构优化设计中,也不需要这样高精度的数字.因此,可以利用这个特性,对该类结构优化设计问题加上“隐约束”,使原本失去控制离散度机能的实数编码法,也能将搜索空间任意离散,从而缩小搜索空间,减少结构重分析次数,加快问题的进化过程.

针对这类问题,本文提出了一种可以任意控制离散度的改进实数编码遗传算法——任意离散度的实数编码遗传算法(以下简称本文算法).

2 本文算法的主要过程

以下从遗传算法的主要过程:编码、产生初始种群、遗传操作几方面介绍任意离散度的实数编码遗传算法.

a. 编码.将每个设计变量的值作为染色体的基因,即以 1 组设计变量顺序编排成 1 个个体码($x_1, x_2, \dots, x_n$), n 是设计变量的个数.设设计变量 x_i 的变化区间是 $[a_i, b_i]$,根据设计要求(或精度要求), x_i 在区间 $[a_i, b_i]$ 上的相邻取值点的差值为 d_i ,即设计变量的可能取值为: $a_i + d_i, a_i + 2d_i, a_i + 3d_i, \dots, a_i + m_i d_i$, m_i 是变量 x_i 的离散点数,显然, $a_i + m_i d_i = b_i$.

b. 产生初始种群.为保证随机产生的初始种群点均在离散点上,对某个个体中的变量 x_i 产生一个随机数 γ_1 ,令

$$k_i = \text{in}(m_i \gamma_1) \tag{3}$$

则

$$x_i = a_i + k_i d_i \tag{4}$$

c. 选择过程.本文算法的选择过程与一般的遗传算法相同,这里不再赘述.

d. 交叉操作.实数编码常常采用算术交叉,但算术交叉不能保证生成的子代个体仍是本问题指定的离散点之一.为保证生成的子代个体为指定离散点且交叉的父代能交换部分基因,设计了以下交叉操作:将被选中的父代随机地进行两两配对,然后在个体中随机确定一个交叉点,实行交叉时,该点前后的 2 个父代的基因互换,产生 2 个新的子代.例如,设 2 个父代为 $X_j = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj})$ 和 $X_i = (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ni})$,随机交叉

点为 k ,则生成的 2 个子代为

$$X'_j = (x_{1,j}, x_{2,j}, \dots, x_{k-1,j}, x_{k,i}, \dots, x_{n,i}) \quad X'_i = (x_{1,i}, x_{2,i}, \dots, x_{k-1,i}, x_{k,j}, \dots, x_{n,j})$$

e. 变异操作. 为保证变异后个体的变量仍是指定的离散点, 且使变异后的个体(或某个变量)尽量远离原个体(或原变量), 设计了以下变异操作: 设变异概率为 P_m , 对某个个体 j 产生一个随机数 γ_3 , 当 $\gamma_3 \leq P_m$ 时, 则选取该个体作为变异父代, 在这个个体内随机地选择一个变量 x_{ij} (基因)进行变异. 令

$$c_i = \frac{b_i - x_{ij}}{b_i - a_i} \tag{5}$$

则当 $c_i \geq 0.5$ 时, 有

$$\begin{cases} k_f = \text{int} \frac{(b - x_{ij})\gamma_3}{d_i} \\ x'_{ij} = x_{ij} + k_f d_i \end{cases} \tag{6}$$

当 $c_i < 0.5$ 时, 有

$$\begin{cases} k_f = \text{int} \frac{(x_{ij} - a)\gamma_3}{d_i} \\ x'_{ij} = x_{ij} - k_f d_i \end{cases} \tag{7}$$

3 本文算法性能及实例计算

3.1 算法性能

为了进一步说明本文算法的原理及其性能, 下面先以 1 个简单的二杆钢管桁架优化设计问题为例.

例 1 图 1 所示二杆钢管桁架, 结点 C 受竖向荷载 $2P$ 作用, 跨度为 $2l$, 管厚为 t , 选管径 d 和桁架高 h 为设计变量, 求满足强度和稳定条件下的最轻桁架. 已知 $t = 0.005 \text{ m}$, $l = 3 \text{ m}$, $E = 210 \text{ GPa}$, $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ [σ^-] = 160 MPa , $P = 300 \text{ MN}$, $6 \text{ m} \geq h \geq 2 \text{ m}$, 分 2 种情形进行计算 (a) 按常规进行优化设计 (b) 根据实际需要放松精度要求, 对管径 d 精确到 0.01 m , 对桁架高 h 精确到 0.1 m .

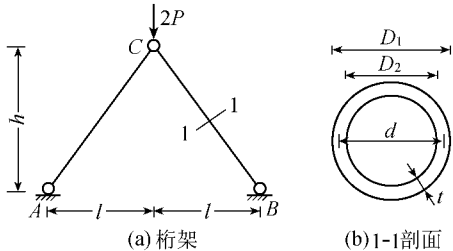


图 1 二杆钢管桁架示意图
Fig.1 Diagram of 2-bar steel truss

解: 该问题的优化设计模型:

$$F(h, d) = W(h, d) = 2\rho\pi d(l^2 + h^2)^{1/2} \rightarrow \min \frac{P(l^2 + h^2)^{1/2}}{\pi t} \leq 160 \text{ (强度条件)}$$
$$\frac{P(l^2 + h^2)^{1/2}}{\pi t} \leq \frac{\pi^2 E}{8} \frac{d^2 + t^2}{l^2 + h^2} \text{ (稳定条件)}$$

a. 按情形 (a) 进行优化设计. 用常规的实数编码遗传算法进行计算. 在确定搜索空间时, 应充分利用实际问题隐含的约束条件. 本例中, 因为 $6 \text{ m} \geq h \geq 2 \text{ m}$ 根据强度条件得

$$d \geq \frac{P(l^2 + h^2)^{1/2}}{\pi t \cdot 160h} \geq 0.13$$

所以, 搜索范围取为 $x_1 = h \in (2, 6)$, $x_2 = d \in (0.13, 0.3)$. 其他参数环境为种群规模取 20, 进化代数取 200, 交叉概率取为 0.9, 变异概率取为 0.03. 用遗传算法经过 10 次计算得最优解为: $h = 3.0029 \text{ m}$, $d = 0.1687 \text{ m}$, $W = 176.63 \text{ kg}$.

本题可用图解法求得最优解: $h = 3.00 \text{ m}$, $d = 0.1688 \text{ m}$, $W = 176.90 \text{ kg}$. 从结果可以看出, 实数编码遗传算法的计算精度很高, 只要有足够多的进化代数, 就可以高精度地求得问题的最优解.

b. 按情形 (b) 进行优化设计. 当放松精度要求时, 用本文算法进行计算. 除进化代数外, 其他参数环境、搜索范围与前面相同. 用不同的进化代数进行计算, 每种重复计算 60 次来考察本文算法的收敛性能. 此时, 以图解法得到的最优解: $h = 3.0 \text{ m}$, $d = 0.17 \text{ m}$, $W = 177.87 \text{ kg}$, 为理论最优解. 计算结果见表 1.

表 1 本文算法收敛性		
Table 1 Convergence of the present algorithm		
设定的进化代数	收敛到最优解次数 (试验次数 60 次)	收敛概率/%
20	47	78.3
30	50	83.3
40	56	93.3

比较2种情形的计算结果可以看到,用实数编码遗传算法可以高精度地收敛到最优解,但是收敛速度较慢。若能根据实际需求,放松对设计变量的精度要求,再利用本文算法计算,可以使收敛速度加快。

3.2 拱坝优化设计实例

拱坝的几何形状复杂,需要较多的设计变量描述,其体形对应力的影响明显,所以拱坝体形优化设计意义很大,但问题复杂。

例2 对某抛物线双曲拱坝进行优化设计。该坝坝高240 m,其他数据见文献[8]。

解 采用23个几何参数作优化设计变量,它们分别是4个等分高程处的左右拱端厚 T_{li} 和 T_{ri} 、拱冠厚 T_{ci} 、左、右拱冠曲率半径 R_{li} 、 R_{ri} 、拱冠梁上游曲线在坝顶、坝底处的斜率 K_1 、 K_2 和曲线凸点到坝顶距离与坝高的比值 α 。目标函数取坝体混凝土方量,主要约束条件为坝顶厚大于11 m,坝底厚小于60 m,上、下游倒悬度小于0.3,最大中心角小于 100° ,坝体最小和最大允许应力为-1.0 MPa和8.0 MPa。详见文献[8]。

由于设计变量较多(23个),因此不适合用二进制编码。但是用常规的实数编码,因为搜索空间太大,要求得较理想的解就需要加大种群规模和进化代数,结构重分析的次数就很多。因此,采用本文算法进行优化计算。从实际问题及设计变量对应力影响的灵敏度两方面考虑,将拱厚和曲率半径类20个设计变量取至小数后1位(0.1 m),其他3个设计变量取至小数后2位,以此来缩小搜索空间。需要说明的是,并不是对该坝的厚度和半径只精确到0.01 m,对于其他高程的值,按三次曲线插值,可以取任意位数。

将坝体分成8拱15梁用拱梁分载位移法分析。遗传算法主要参数:种群规模取200,交叉概率取0.65,变异概率取0.15,进化代数取140,得到的最优结果见表2。表2中的初始设计及序列二次规划法的结果见文献[8]。

表2 拱坝优化设计结果
Table 2 Result of arch dam optimal design

方 案	设计变量									
	T_{l1}/m	T_{l2}/m	T_{l3}/m	T_{l4}/m	T_{c1}/m	T_{c2}/m	T_{c3}/m	T_{c4}/m	T_{r1}/m	T_{r2}/m
初始方案	15.00	40.43	54.64	58.17	11.00	29.90	42.70	55.75	16.51	42.66
本文算法最优方案	12.1	32.8	53.1	55.7	11.0	24.3	35.3	53.3	13.4	34.6
序列二次规划法最优方案	13.39	35.99	50.87	53.50	11.00	26.83	37.98	54.46	14.73	37.93

方 案	设计变量								
	T_{c3}/m	T_{c4}/m	R_{l1}/m	R_{l2}/m	R_{l3}/m	R_{l4}/m	R_{r1}/m	R_{r2}/m	R_{r3}/m
初始方案	56.60	58.51	363.59	266.85	190.78	135.55	349.20	240.19	177.68
本文算法最优方案	54.3	58.6	390.4	251.7	180.1	149.6	380.9	237.9	165.3
序列二次规划法最优方案	50.88	55.30	328.38	276.94	185.60	139.28	311.50	262.81	184.70

方 案	设计变量				混凝土体积/ $10^4 m^3$	最大主应力/MPa	最小主应力/MPa
	R_{c4}/m	K_1	K_2	α			
初始方案	127.48	0.64	0.18	0.56	384.54	7.39	-0.67
本文算法最优方案	106.6	0.48	0.14	0.50	331.14	7.81	-0.92
序列二次规划法最优方案	123.71	0.57	0.16	0.58	345.00	8.07	-0.96

计算结果表明,对于像拱坝优化设计这样的复杂结构优化问题,由于各种优化方法的局限,并不一定能求得真正的最优设计,但是会得到比初始设计更好的设计,这对实际工程是有意义的;用本文算法计算得出的优化方案,优化效果明显,表明本文算法对于求解这类实际大型工程结构的优化设计问题是有效的。

4 结 论

- a. 本文算法操作方便,易于编程,而且程序通用性好。
- b. 算例表明本文算法不仅合理、可靠,而且收敛速度变快。
- c. 实例表明,对于复杂结构优化问题,为了加快收敛过程,不至因重分析次数太多而使问题的求解变得无能为力或失去意义,可以用本文算法,求满足工程精度要求的相对最优解。

参考文献 :

[1] KWON Y ,KWON S ,JIN S ,et al. Convergence enhanced genetic algorithm with successive zooming method for solving continuous optimization problems[J]. Computers and Structures 2003 81(17) :1715-1725.

[2] HRSTKA O ,KUCEROVA A. Improvements of real coded genetic algorithms based on differential operators preventing premature convergence[J]. Advances in Engineering Software 2004 35(3/4) :237-246.

[3] KABREDE H ,HENTSCHKE R. Improved genetic algorithm for global optimization and its application to sodium chloride clusters[J]. Journal of Physical Chemistry B 2002 106(39) :10089-10095.

[4] 孟祥萍 ,梁志珊 ,张化光 . 一种基于二进制编码的优化方法[J]. 控制与决策 ,1998 ,13(增刊) :513-516.

[5] NICHOLAS A ,BEHDINAN K ,FAWAZ Z. Applicability and viability of a GA based finite element analysis architecture for structural design optimization[J]. Computers and Structures 2003 81(22/23) :2259-2271.

[6] 崔玲丽 ,肖志权 . 实数编码遗传操作机制的研究[J]. 系统仿真研究 2003(11) :1577-1579.

[7] 恽为民 ,席裕庚 . 遗传算法的运行机理分析[J]. 控制理论与应用 ,1996 ,13(3) :297-302.

[8] 杨海霞 . 基于遗传算法的拱坝优化设计[J]. 水利水运科学研究 ,2000(3) :13-17.

An improved genetic algorithm and its application
to structural design optimization

YANG Hai-xia , XIE Yi-peng

(College of Civil Engineering , Hohai University , Nanjing 210098 , China)

Abstract : In combination with the advantages of two kinds of conventional coding , i. e. the binary-coding and real-coding in the genetic algorithm , an improved real coded genetic algorithm with arbitrary discrete set was proposed for engineering structure optimization in practical projects. In consideration of relatively low precision required in size design when the proposed method was applied to optimal design of engineering structures , the adding of implicit constraint during the coding process reduced the search space , decreased the number of structure reanalysis , and accelerated the convergence of calculation. Case studies show that the determination of the precision of variables according to the practical problems makes the algorithm effective for optimal design of complex structures.

Key words : genetic algorithm ; real-coding ; optimal design of arch dam ; optimal design of structure