

堆石料本构建模新途径

岑威钧^{1,2}, 王修信¹

(1. 东南大学土木工程学院, 江苏 南京 210096; 2. 河海大学水利水电工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要 在对堆石料主要应力应变特性进行分析的基础上, 对堆石料的 2 大类本构模型——非线性弹性模型和弹塑性模型的特点进行举例评析, 从理论上指出了这 2 类本构模型的不足之处, 并引入了一类具有独特建模思想的连续介质本构理论——亚塑性理论, 对堆石料进行了亚塑性建模及初步应用研究. 理论分析和算例表明, 所建堆石料亚塑性模型能够合理反映堆石料的主要力学特性, 且具有本构参数适用范围广的特点.

关键词 堆石料 应力应变特性 本构建模 非线性弹性模型 弹塑性模型 亚塑性模型

中图分类号 :TU43 **文献标识码** :A **文章编号** :1000-1980(2008)01-0102-04

堆石料作为重要的工程建筑材料已广泛用于土石坝填筑、建筑物地基处理、路基加固等工程中, 尤其在水利工程建设中, 以堆石料为主体的堆石坝目前已成为最有竞争力的主要坝型之一. 堆石料作为结构的受力支撑体系, 其受力变形特性直接影响到整个结构的工作性态. 因此, 如何全面准确地认识堆石料的力学特性及合理选择反映其应力应变特性的本构模型对整个结构的应力变形及稳定性分析的正确性和可靠性起到至关重要的作用. 近几十年来, 国内外许多学者在这方面进行了较为广泛的研究, 尤其在堆石料的本构建模方面, 提出和改进了不少本构模型, 其中一些模型目前已在工程界得到了较为广泛的应用. 按其力学性质的不同, 堆石料本构模型主要可分为非线性弹性模型和弹塑性模型 2 大类. 本文在对堆石料应力应变特性进行分析的基础上, 从理论上指出了上述 2 大类本构模型的不足之处, 并通过一类基于理性力学的具有独特建模思想的新型本构理论——亚塑性连续介质本构建模理论的引入, 成功地对堆石料进行了亚塑性本构建模及初步应用.

1 堆石料的主要应力应变特性

堆石料属于无黏性粗颗粒土. 研究^[1]表明, 堆石料的主要应力应变特性可概括为非线性、压硬性、剪胀性和各向异性等. (a) 非线性主要是指应力应变曲线和强度包络线不再是直线, 这是堆石料应力应变关系中最基本的力学特性. 常见的非线性弹性模型和弹塑性模型及本文引入的亚塑性模型等均可描述非线性. (b) 压硬性是指模量和强度随围压增加而增大, 反之亦然. 模量和围压的关系式最常用的为 Janbu 关于初始模量的经验计算公式. (c) 剪胀性是指堆石料在受剪过程中引起颗粒在剪切面(剪切带)沿剪力方向移动或滚动, 体积出现膨胀(剪胀)或收缩(剪缩)的特性. 对于处于疏松状态的堆石料, 外力的作用先使颗粒彼此填充, 发生体积收缩. 当密度达到一定程度后, 再要填充很难, 收缩变形减小. 随着外力的进一步增大, 迫使颗粒在剪切面发生错动或滚动, 开始出现体积膨胀. 可见, 密实度与剪胀性有着密切的联系. 因此, 在堆石料本构建模时最好包含密实度的作用效应. 此外, 堆石料的剪胀性还与围压、颗粒大小、轴向应变与颗粒破碎程度等因素有关. (d) 各向异性也是堆石料的一个重要力学特性, 反映到应力应变关系式上, 就是刚度矩阵或柔度矩阵为非对称矩阵. 不少本构模型往往忽略这种非对称性, 将刚度矩阵(柔度矩阵)简化处理成对称矩阵, 以简化数值计算, 这在理论上是有缺陷的. 本文引入的亚塑性模型是由线性项因子和非线性项因子叠加而成的, 其刚度矩阵是非对称的, 且不增加数学处理的复杂性, 因此能够很方便地考虑堆石料各向异性.

2 现有堆石料主要本构模型的不足及亚塑性本构理论的引入

堆石料的受力变形除具有上述主要特性外, 还具有非弹性、应变硬化(软化)特性及不抗拉性等, 同时又

受应力路径、初始应力状态和中主应力等影响,因此堆石料的本构建模过程是比较复杂的. 现有的非线性弹性模型,如邓肯双曲线模型^[2],把总变形的“塑性”部分(不可恢复部分)当作弹性变形处理,通过弹性系数的调整近似地考虑这部分“塑性”变形,一定程度上反映堆石料的非线性变形性状. 由于这类模型概念简单,参数确定相对容易也积累了不少经验,因此在工程界一直沿用至今. 但是这类模型是基于广义虎克定律的,不能反映压缩和剪切的交叉影响,而且模型只考虑硬化,不能反映软化. 当室内试验条件与工程实际情况差异较大时,这种影响是不能忽视的. 因此,非线性弹性模型在理论上先天不足.

弹塑性模型较非线性弹性模型在理论上有很大进步,除能很好地反映堆石料的非线性以外,还能较好地反映硬化(软化)特性、剪胀(剪缩)性等重要力学特性及中主应力和应力路径的影响. 以沈珠江双屈服面模型^[3]为例,从其弹塑性矩阵中可以看出,剪切项系数不为零,表明可以考虑材料的剪胀特性,主压缩项系数不相等,表明可以考虑应力引起的各向异性. 另外,模型还可以模拟围压和平均压力不断减小的应力情况. 但是,这类基于经典弹塑性理论的本构模型一开始就将土体(堆石料)的变形人为地分为可恢复的弹性分量和不可恢复的塑性分量,且从弹性到塑性、塑性到塑性或从塑性回到弹性的每个过程,应力增量引起的变形或者按弹性处理或者按塑性处理,其力学响应都是突变的. 事实上,大量试验表明,土体从受力一开始就交织着可恢复和不可恢复 2 种变形,而且在不同力学状态变化过程中,变形响应是连续变化的,不应也不能人为地将两者剥离开来而分别对待. 经典的弹塑性理论对土体这种复杂的受力变形响应做了人为的简化处理. 因此,为了较为客观真实地描述堆石料等散粒型土体这种复杂的受力变形特性,务必寻求一种理论上能合理反映土体连续响应的应力应变特性的新型本构理论. 20 世纪中后期,由德国学者 Kolymbas 等建立发展起来的亚塑性(hypoplasticity)^[4-6]连续介质本构理论正是在这种背景下诞生的. 该理论不像弹塑性理论那样需要将总变形分解成可恢复的和不可恢复的 2 部分分别进行处理,而是对总变形进行通盘整体考虑. 此外,也不像弹塑性理论那样需要屈服准则、硬化规律、塑性势及流动法则等概念,而是在理性力学的基础上,以张量符号为运算工具,直接建立起联系应力率空间与应变率空间的各向同性非线性张量函数表达式,籍此考虑各种应力状态下变形的连续响应. 亚塑性理论有着严格的理论背景,是与弹性理论和弹塑性理论并行的一类独立的新型本构理论分支.

亚塑性本构模型的一般表达式由线性项和非线性项组成:

$$\dot{\sigma} = {}^4L(\sigma, s) : \dot{\varepsilon} + N(\sigma, s) \| \dot{\varepsilon} \| \quad (1)$$

式中: ${}^4L(\sigma, s)$ ——4 阶线性算子张量; $N(\sigma, s) \| \cdot \|$ ——2 阶非线性算子张量,其中 $\| \cdot \|$ 为 Euclidean 范数; $\dot{\sigma}$ ——Jaumann 应力率张量, $\dot{\sigma} = \dot{\sigma} - W\sigma + \sigma W$,其中 σ 为 Cauchy 应力张量, $\dot{\sigma}$ 为 σ 的时间导数, W 为旋转张量; $\dot{\varepsilon}$ ——应变率张量; s ——状态变量.

3 堆石料的亚塑性本构建模

从理论上讲,对于不同类型的土体,在满足本构建模的一些基本假设和符合相应土体的力学特性的前提下,只要构造合适的非线性项和线性项张量函数表达式,就能很好地刻画这种土体的应力应变特性. 这对堆石料同样也是适用的. 前文分析表明,堆石料的密实状态对应力应变特性影响很大. 常规的非线性弹性模型或弹塑性模型存在一个共同缺点,即对密实状态较大差别的同种散粒型土体(堆石料),必须采用不同组本构参数来分别衡量,每组本构参数都只有一定的适用范围. 为了考虑密实状态对应力应变特性的影响,近几年发展起来的亚塑性模型把孔隙比作为状态变量纳入到本构表达式中,且在理论上考虑了孔隙比所有可能变化状态,拓宽了模型本构参数的适用范围. Wolfersdorff 在前人研究的基础上,提出了一个改进的亚塑性模型^[7],其表达式为

$$\dot{\sigma} = f_s f_e \frac{1}{\text{tr}(\hat{\sigma}^2)} [F^2 \dot{\varepsilon} + a^2 \text{tr}(\sigma \dot{\varepsilon}) + f_d a F(\hat{\sigma} + \hat{S}) \sqrt{\varepsilon} : \dot{\varepsilon}] \quad (2)$$

式中: $\hat{\sigma}$ ——规范化应力张量, $\hat{\sigma} = \sigma / \text{tr}(\sigma)$; $\hat{S}$ ——规范化应力偏张量, $\hat{S} = \hat{\sigma} - \frac{I}{3}$; 其他因子的表达式为

刚度因子

$$f_s = \left(\frac{e_{i0}}{e_{c0}} \right)^\beta \frac{1 + e_i}{e_i} \frac{h_s}{n} \left(\frac{3p}{h_s} \right)^{1-n} \left[3 + a^2 - a \sqrt{3} \left(\frac{e_{i0} - e_{d0}}{e_{c0} - e_{d0}} \right)^\alpha \right]^{-1}$$

密度因子

$$f_d = \left(\frac{e - e_d}{e_c - e_d} \right)^\alpha \quad f_e = \left(\frac{e_c}{e} \right)^\beta \quad a = \frac{\sqrt{3}(3 - \sin\varphi)}{2\sqrt{2}\sin\varphi}$$

$$F = \sqrt{\frac{3}{8}\text{tr}(\hat{S}^2) + \frac{2 - 3\text{tr}(\hat{S}^2)}{2 + \sqrt{6\text{tr}(\hat{S}^2)\cos 3\theta}}} - \sqrt{\frac{3}{8}\text{tr}(\hat{S}^2)}$$
$$\cos 3\theta = -\sqrt{6}\frac{\text{I} \cdot \hat{S}^3}{(\text{I} \cdot \hat{S}^2)^{3/2}}$$

其中

Wolffersdorff 模型共含有 8 个材料常数,其中, φ 为临界摩擦角; h_s 为颗粒硬度; n 为无量纲指数; e_{d0}, e_{c0}, e_{i0} 分别为初始下界孔隙比、初始临界孔隙比和初始上界孔隙比; α 和 β 为与刚度和密度相关的 2 个材料常数. 这些参数可由等向压缩试验、三轴试验和循环剪切试验等得到^[8-9].

与亚塑性模型的通用表达式(1)相比较,Wolffersdorff 模型的前两项为线性项,第 3 项为非线性项,因此模型具有亚塑性模型的一般力学特性,如非线性、非弹性、各向异性等.加之模型引入了密度因子 f_d 和刚度因子 f_s 等参数,因此模型能考虑剪胀性和压硬性等力学特性.由于堆石料的剪胀剪缩特性明显,Wolffersdorff 模型用于堆石料时所反映的体积应变往往偏小.为此,笔者在模型现有线性表达式部分中增加一项体变控制项 $b\text{tr}(\dot{\epsilon})$,参数 b 为控制体变大小的一个参数.这样,适用于堆石料应力应变关系描述的改进的 Wolffersdorff 亚塑性模型的表达式为

$$\dot{\sigma} = f_s f_e \frac{1}{\text{tr}(\dot{\sigma}^2)} [F^2 \dot{\epsilon} + a^2 \dot{\sigma} \text{tr}(\dot{\sigma} \dot{\epsilon}) + b \text{tr}(\dot{\epsilon}) \text{I} + f_d a F(\dot{\sigma} + \hat{S}) \sqrt{\dot{\epsilon} \cdot \dot{\epsilon}}]$$

(3)

4 亚塑性模型在面板堆石坝数值分析中的应用

计算模型为一坝高 100 m、上下游坝坡均为 1:1.4 的典型混凝土面板堆石坝.在假设大坝 4 个分区堆石料物理属性相同的基础上,采用本文改进的 Wolffersdorff 亚塑性模型时,只需 1 组本构参数即可对各分区堆石料进行本构模拟,唯一区别在于各分区碾压压实度的不同,其初始填筑孔隙比 e_0 分别设为 0.30、0.31、0.32 和 0.34.9 个堆石料本构参数^[9]为: $\varphi = 42^\circ, h_s = 80 \text{ MPa}, n = 0.62, e_{i0} = 0.85, e_{c0} = 0.39, e_{d0} = 0.20, \alpha = 0.125, \beta = 1.05, b = -0.04$.

竣工期坝体向上下游的水平位移最大值分别为 12.4 cm 和 13.9 cm,最大沉降值为 59.0 cm.蓄水后这 3 个位移值分别为 6.0 cm、16.2 cm 和 66.1 cm.限于篇幅,本文仅对部分结果进行展示.图 1 为蓄水期坝体位移等值线分布.成果分析表明,无论位移等值线图还是主应力等值线图,其分布规律和蓄水的影响以及各物理量极值均在合理范围内,且与按堆石料常规弹塑性本构模型(如沈珠江模型)计算得到的结果大体相似.可见,改进的 Wolffersdorff 亚塑性模型完全能够合理反映面板堆石坝的受力变形特点.另外,本次计算采用的亚塑性模型仅用 1 组本构参数就能合理反映堆石坝 4 个不同分区堆石料各自的受力变形特性,这一点与现有常规模型有实质性不同.

图 2 为蓄水前后坝体堆石料孔隙比等值线.由图 2 可见,坝体堆石料孔隙比等值线明显地反映了大坝 4

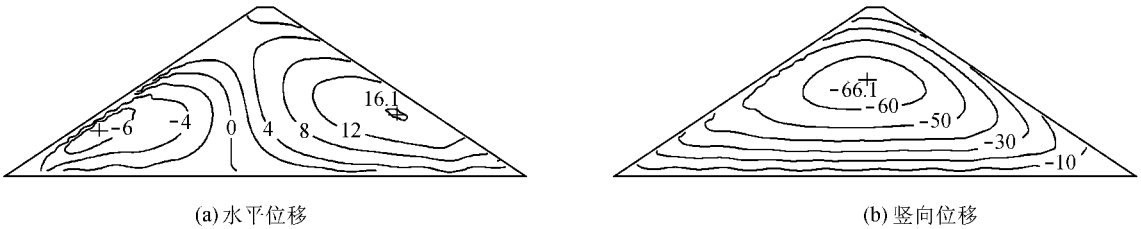


图 1 蓄水期坝体位移等值线(单位:cm)
Fig.1 Displacement isoline of dam body during water storage period (Unit:cm)

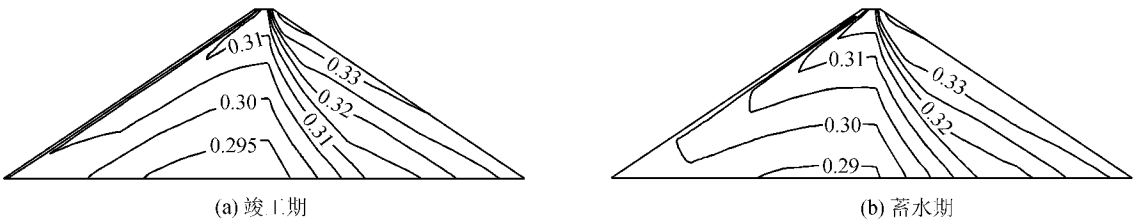


图 2 坝体堆石料孔隙比等值线
Fig.2 Void ratio isoline of rockfill body

个不同密实程度的堆石料分区. 由于填筑后受自重和碾压影响,由上至下总体上均较各自初始孔隙比有所减小,在底部主次堆石区交接处的堆石料孔隙比减小最为明显. 竣工期坝体表面的堆石料由于基本不受荷载,表层堆石料的孔隙比接近初始孔隙比 e_0 . 蓄水后,库水压力使坝体上游区堆石料压实明显,孔隙比减小较明显. 下游侧次堆石料由于水压作用不大,孔隙比变化不明显,与竣工期相近. 蓄水前后,坝体堆石料孔隙比的变化规律基本上与坝体位移和主应力变化规律互相呼应,保持一致,说明亚塑性模型能从孔隙比的角度来反映堆石坝的受力变形特点,这是常规模型无法企及的.

图 3(a)为混凝土面板变位挠曲线,其中最大挠度值为 26.88 cm,位于面板中部略偏下. 面板结点变位方向在内法向偏下,与弹塑性模型计算规律相似. 图 3(b)为混凝土面板顺坡向应力分布,全为压应力,最大值为 2.54 MPa.

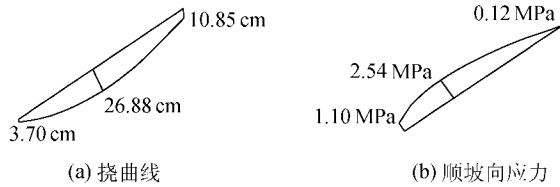


图 3 混凝土面板变位及顺坡向应力分布

Fig.3 Deformation of concrete face slab and stress distribution along the dam slope

5 结 语

亚塑性连续介质本构理论具有全新的建模思想,本文成功地将其应用到堆石料的本构建模中. 理论分析和算例应用表明,所建模型完全能够反映堆石料的主要力学特性,且模型能考虑密实度变化对应力应变关系的影响. 此外,与常规模型相比,所建亚塑性模型具有本构参数适用范围广的优点. 比如,对堆石坝不同碾压要求的 4 个分区(假定采用同种堆石料)可仅用 1 组本构参数来刻画. 这在提高模型对材料应力应变关系的模拟能力和减少试验内容方面具有重要的理论研究价值和工程推广应用的前景.

参考文献:

[1] 沈珠江. 理论土力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2000: 19-21.
[2] DUNCAN J M, CHANG C Y. Nonlinear analysis of stress and strain in soils[J]. Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, ACSE, 1970, 96(5): 1629-1653.
[3] 沈珠江. 土体应力应变计算的一种新模型[C]//卢肇钧. 第五届土力学及基础工程学术会议论文集. 北京: 建筑工业出版社, 1990.
[4] KOLYMBAS D. An outline of hypoplasticity[J]. Archive of Mechanics, 1991, 61(3): 143-151.
[5] 岑威钧, 朱岳明, 王修信. 一类新型的散粒型土体本构理论[J]. 岩土力学, 2007, 28(9): 1801-1806.
[6] 岑威钧, 王修信, BAUER E, 等. 堆石料的亚塑性本构建模及其应用研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(2): 312-322.
[7] Von WOLFFERSDORFF P A. A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface[J]. Mechanics of Cohesive-Frictional Material, 1996, 1(3): 251-271.
[8] HERLE I, GUDEHUS G. Determination of parameters of a hypoplastic constitutive model from properties of grain assemblies[J]. Mechanics of Cohesive-Frictional Materials, 1999, 4(5): 461-486.
[9] 岑威钧. 亚塑性本构模型的隐式数值积分算法[J]. 水利学报, 2007, 38(3): 319-324.

New approach to constitutive modeling of rockfill

CEN Wei-jun^{1,2}, WANG Xiu-xin¹

(1. College of Civil Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China;

2. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract Based on the analysis of main stress-strain behaviors of rockfill, the characteristics of two types of constitutive models mainly used at present, i. e. the nonlinear elastic model and elastoplastic model, were discussed and analyzed, and the deficiencies of the constitutive models in theory were pointed out. Then, the hypoplastic constitutive theory, a continuous medium constitutive theory with distinctive idea of modeling, was introduced, and the hypoplastic modeling of rockfill and the application of the model were preliminarily studied. Theoretical analysis and case study show that the established hypoplastic model is rational for reflection of the main mechanical characteristics of rockfill, and its constitutive parameters are of a wide scope of application.

Key words: rockfill; stress-strain property; constitutive modeling; nonlinear elastic model; elastoplastic model; hypoplastic model