

砂样平均粒径计算方法探讨

宋新江^{1 2} , 卢廷浩¹ , 李炳蔚¹

(1. 河海大学土木工程学院 , 江苏 南京 210098 ; 2. 淮河水利委员会水利科学研究院 , 安徽 蚌埠 233000)

摘要 通过对砂粒粒径指标及其应用情况的分析 , 讨论了当前砂粒粒径评价的指标及方法 . 考虑各行业所用筛孔孔径的不一致性 , 导出了基于斯克拉姆塔耶夫平均粒径计算方法的通用公式 , 得到了一组相关系数 , 因而完善了 DL/T5151—2001《水工混凝土砂石骨料试验规程》和 SL251—2000《水利水电工程天然建筑材料勘察规程》中砂的平均粒径计算公式 . 所推导的平均粒径计算通式 , 物理意义明确 , 可用于不同行业控制筛孔孔径的平均粒径计算 .

关键词 砂 ; 平均粒径 ; 筛孔孔径 ; 参数

中图分类号 :TV431 文献标识码 :A 文章编号 :1000-1980(2008)01-0121-04

自然界的砂颗粒呈不规则形状 , 一般存在粒径的连续性 . 评价自然界砂颗粒粒度大小的方法有多种 , DL/T5151—2001《水工混凝土砂石骨料试验规程》^[1]和 SL251—2000《水利水电工程天然建筑材料勘察规程》^[2]中砂的平均粒径指标 , 是由前苏联学者斯克拉姆塔耶夫于 1943 年提出的 , 称为斯氏平均粒径 . 笔者在沂沭泗河道天然建筑材料砂的试验和计算应用中 , 发现这 2 个规范中砂的平均粒径计算公式不统一 . 本文讨论了当前几种砂粒粒径的评价指标及方法 , 导出了基于斯氏平均粒径计算方法的通用公式 , 得到了一组相关系数 , 从而完善了 DL/T5151—2001《水工混凝土砂石骨料试验规程》和 SL251—2000《水利水电工程天然建筑材料勘察规程》中砂的平均粒径计算公式 .

1 砂的粒径

1.1 加权平均粒径

通过砂的颗粒级配分析 , 可得出砂样中各粒组的质量 , 从而可绘制出级配曲线 . 设粒组数为 n , 砂的加权平均粒径 d_{pj} 可用下式表示^[3] :

$$d_{pj} = \frac{\sum_{j=1}^n \Delta p_j \bar{d}_j}{\sum_{j=1}^n \Delta p_j} \tag{1}$$

式中 : $\bar{d}_j$ ——各组砂的平均粒径 $\bar{d}_j = (d_{j+1} + d_j)/2$; Δp_j ——各粒组所占样品总质量的百分比 .

1.2 几何平均粒径

当天然砂的级配分布曲线接近正态分布时 , 其几何平均粒径^[3] d_g 可表示成

$$d_g = \exp \left\{ \sum_{j=1}^n \Delta p_j \bar{d}_j \right\} \tag{2}$$

熊治平^[4]指出 , 如果砂粒级配分布曲线呈正态分布 , 则砂的中值粒径 d_{50} 应等于几何平均粒径 , 但并不等于平均粒径 d_{pj} , 即 $d_g = d_{50} \neq d_{pj}$. 熊治平^[4]还给出了平均粒径 d_{pj} 与中值粒径 d_{50} 的关系式

$$d_{pj} = d_{50} \exp \left\{ \frac{\sigma^2}{2} \right\} \tag{3}$$

式中 σ 为粒径均方差 .

由式 (3) 可见 , 对天然砂而言 , 应有 $d_{pj} \geq d_{50}$.

收稿日期 2006-11-16
作者简介 宋新江(1970—) , 男 , 安徽滁州人 , 高级工程师 , 博士研究生 , 主要从事岩土工程试验研究 .

1.3 斯氏平均粒径计算公式

文献[5]中砂的平均粒径计算公式为

$$D_a = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{G}{11G_1 + 1.37G_2 + 0.171G_3 + 0.02G_4 + 0.0024G_5}}$$
 (4)

式中： D_a ——斯氏平均粒径/mm； G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 ——0.15 mm、0.30 mm、0.60 mm、1.20 mm、2.50 mm 各级筛的筛余质量； G ——总质量。

SL 251—2000《水利水电工程天然建筑材料勘察规程》[2]中砂的平均粒径计算公式为

$$\bar{D} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5}{11a_1 + 1.37a_2 + 0.171a_3 + 0.02a_4 + 0.0024a_5}}$$
 (5)

式中： $\bar{D}$ ——砂的平均粒径/mm； a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 ——孔径 0.158 mm、0.315 mm、0.630 mm、1.250 mm、2.500 mm 各级筛分计筛余百分数。

DL/T 5151—2001《水工混凝土砂石骨料试验规程》[1]中砂的平均粒径计算公式为

$$d_m = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{G}{11a_6 + 1.30a_5 + 0.17a_4 + 0.02a_3 + 0.0024a_2}}$$
 (6)

式中： d_m ——砂的平均粒径/mm； a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 ——2.50 mm、1.25 mm、0.63 mm、0.315 mm、0.16 mm 孔径筛上的筛余质量； $G = \sum a = a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$ 。

从上述斯氏平均粒径计算公式(4)~(6)可见，其表达形式基本一致，但由于各式中应用的筛孔孔径不同，故3个式子所计算出的平均粒径也存在差别。

2 平均粒径计算通用公式的推求

混凝土细骨料平均粒径的计算，过去都采用所谓的斯氏平均粒径计算公式。该式基于2个基本假定（a）所有砂粒均为理想球体（b）各粒组的平均粒径为上、下两级筛孔孔径的算术平均值。为了完善现行规范[1-2]中的平均粒径计算公式，同时兼顾各行业所用筛孔孔径的不一致性，方便各个行业应用的统一[6-8]，下面通过对斯氏原公式的分析推求出便于各个行业应用的新的平均粒径计算的通式。

2.1 基本假定[5]

- a. 砂粒的等容直径为 $\bar{D} = \left(\frac{6\bar{V}_Z}{\pi}\right)^{1/3}$ ， $\bar{V}_Z$ 为总体单个砂粒平均体积；
- b. 上、下两级筛砂粒的算术平均粒径 $\bar{d}_j = \frac{1}{2}(d_{j+1} + d_j) (j = 1, 2, \dots, n)$ 。

2.2 砂颗粒数目的计算

设各粒组砂的体积为 $V_1, V_2, \dots, V_i (i = 1, 2, \dots, n)$ ，各粒组单个砂粒平均体积用 $\bar{V}_1, \bar{V}_2, \dots, \bar{V}_i$ 表示，则各粒组砂颗粒数目 $N_1, N_2, \dots, N_i$ 由下式计算：

$$N_i = \frac{V_i}{\bar{V}_i}$$
 (7)

2.3 总体单个砂粒平均体积

由砂总体积与各粒组数目和的比值得总体单个砂粒平均体积 $\bar{V}_Z$ ，即

$$\bar{V}_Z = \frac{\sum_{i=1}^n V_i}{\sum_{i=1}^n N_i}$$
 (8)

再将式(7)代入式(8)，得

$$\bar{V}_Z = \frac{V_Z}{\frac{V_1}{\bar{V}_1} + \frac{V_2}{\bar{V}_2} + \dots + \frac{V_i}{\bar{V}_i}}$$
 (9)

式中 $V_Z = V_1 + V_2 + \dots + V_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 。

2.4 平均粒径通用公式

由砂粒等容直径 $\bar{D} = \left(\frac{6\bar{V}_Z}{\pi}\right)^{1/3}$ 和平均粒径 $\bar{d}_j$ 分别表达 $\bar{V}_Z$ 和 $\bar{V}_i$,有

$$\frac{1}{6}\pi\bar{D}^3 = \frac{V_Z}{\frac{6V_1}{\pi\bar{d}_1^3} + \frac{6V_2}{\pi\bar{d}_2^3} + \dots + \frac{6V_i}{\pi\bar{d}_i^3}} \tag{10}$$

整理后得

$$\bar{D}^3 = \frac{V_Z}{\frac{V_1}{\bar{d}_1^3} + \frac{V_2}{\bar{d}_2^3} + \dots + \frac{V_i}{\bar{d}_i^3}} \tag{11}$$

令 $\bar{d}_i = \frac{1}{2}(d_{j+1} + d_j)$ 并将其代入式 (11) ,得

$$\bar{D} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{V_Z}{\frac{V_1}{(d_1 + d_2)^3} + \dots + \frac{V_i}{(d_j + d_{j+1})^3}}} \tag{12}$$

将 $V = \frac{G}{\rho}$ (G 为砂的质量 , $G = G_1 + G_2 + \dots + G_i$, $i = 1\ 2\ \dots\ n$; ρ 为砂粒密度)代入式 (12) ,得

$$\bar{D} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{G}{\sum_{i=1}^n \frac{G_i}{(d_j + d_{j+1})^3}}} \tag{13}$$

该式即为本文导出的基于斯克拉姆塔耶夫平均粒径计算方法的通用公式.

3 平均粒径计算公式的应用讨论

其他文献中的斯氏平均粒径计算公式 ,均为指定筛孔直径下的表达式 ,为了便于讨论 ,引用系数^[9-10]

$$a_i = \frac{1}{(d_j + d_{j+1})^3} \quad (i\ j = 1\ 2\ \dots\ n)$$

3.1 文献 5 斯氏平均粒径的计算

应用通用公式 (13) 对式 (4) 中的系数 $\alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_3\ \alpha_4\ \alpha_5$ 进行复核验算 ,结果与通用公式完全吻合.

3.2 文献 2 平均粒径的计算

按照通用公式 (13) 计算 ,则平均粒径

$$\bar{D} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5}{9.45a_1 + 1.185a_2 + 0.151a_3 + 0.019a_4 + 0.0024a_5}} \tag{14}$$

比较式 (5) 与式 (14) 可知 ,它们的平均粒径计算公式中的系数不同.

3.3 文献 1 平均粒径的计算

按照平均粒径通用公式 (13) 计算 ,则平均粒径

$$d_m = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{G}{9.331G_1 + 1.185G_2 + 0.150G_3 + 0.019G_4 + 0.0024G_5}} \tag{15}$$

比较式 (6) 与式 (15) 可知 ,二者的平均粒径计算公式中的系数也不同.

现行规范^[1-2]中系数 α_i 与通用公式计算结果有差别 ,表明这 2 个计算公式均需完善改进.当筛孔孔径不同时 ,应用本文所推导的新的基于斯氏平均粒径计算方法的通用公式 (13) 对系数 α_i 进行修正可得到统一的结果 ,式 (13) 确实具有通用性.

4 结 论

- a. 在河道泥砂淤积^[3-11]评价中 ,砂的平均粒径计算公式应该统一 ,否则会造成应用混乱.
- b. 通过对斯克拉姆塔耶夫的平均粒径计算公式的分析推导 ,给出了基于斯氏砂的平均粒径计算通用公式.该计算公式不仅可用于任何筛孔孔径组砂样的平均粒径计算 ,也可用于其他散粒物的平均粒径计算.

c. 通过对斯氏平均粒径计算公式的讨论, 改进了现行规范^[1-2]中的平均粒径计算公式, 应用计算通用公式(13)对系数 α_i 进行修正可得到统一的计算结果.

参考文献:

[1] DL/T 5151—2001 水工混凝土砂石骨料试验规程[S].
[2] SL251—2000 水利水电工程天然建筑材料勘察规程[S].
[3] 张瑞瑾, 谢鉴衡, 王明甫, 等. 河流泥沙动力学[M]. 北京: 水利电力出版社, 1989.
[4] 熊治平. 混合沙粒径的概率分布及几个问题的商榷[J]. 武汉水利电力学院学报, 1987(1) 37-47.
[5] 王昇, 周兆桐. 混凝土手册(第一分册)[K]. 长春: 吉林科学技术出版社, 1985.
[6] GB/T 50123—1999 土工试验方法标准[S].
[7] JTJ 053—94 公路工程水泥及混凝土试验规程[S].
[8] 盛骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002.
[9] 钱家欢, 殷宗泽. 土工原理与计算[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1995.
[10] 雷克莱狄斯 G V, 拉文德兰 A, 拉格斯迪尔 K M, 等. 工程最优化方法与应用[M]. 孙彦兵, 陶维本, 丁惠梁, 等, 译. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1990.
[11] 王昌杰. 河流动力学[M]. 北京: 人民交通出版社, 2001.

Calculation methods for mean diameters of sand grain samples

SONG Xin-jiang^{1, 2}, LU Ting-hao¹, LI Bing-wei¹

(1. College of Civil Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China ;

2. Anhui and Huai River Water Resources Research Institute, Bengbu 233000, China)

Abstract: The indexes and methods for sand grain diameter evaluation at present were discussed based on their application. In consideration of the difference between the diameters of sieve plate holes adopted in different trades, a universal formula for calculation of the mean diameter of sand grains based on the original one proposed by Soviet scholars was deduced, and a group of correlation coefficients were obtained. The above work improves the formula for calculation of the mean diameter of sand grains in *Test Code for Hydraulic Concrete* (DL/T5151-2001) and *Specification on Investigation of Natural Building Material for Water Conservancy and Hydropower Engineering* (SL251-2000), and the universal formula for mean grain diameters is clear in physical meaning and can be used in different trades.

Key words: sand ; mean grain diameter ; diameter of sieve plate hole ; parameter