

4ENF 黏聚解析模型分析

陈 瑛^{1 2}, 乔丕忠^{1 3}

(1. 河海大学水利水电工程学院, 江苏 南京 210098; 2. 山东大学土木系, 山东 济南 250061;

3. Department of Civil and Environmental Engineering, Washington State University, Pullman, WA 99164-2910, USA)

摘要: 建立了 II 型加载末端切口四点弯断裂试件黏聚模型, 给出了界面破坏经历的弹性阶段、弹性-软化阶段、弹性-软化-脱黏阶段相应界面应力分布的解析表达式. 为了验证该模型的正确性, 对 FRP-混凝土 4ENF 试件进行了有限元分析, 在 FRP-混凝土界面上设置黏聚单元, 界面混凝土和胶层的非线性损伤都由黏聚单元的软化来反映. 有限元分析与理论分析结果对照表明, 该解析黏聚模型能精确预测 4ENF 的界面破坏.

关键词: 黏聚模型; 4ENF; FRP; 混凝土; 界面; 断裂

中图分类号: TU37 文献标识码: A 文章编号: 1000-198X(2008)02-0234-04

黏聚模型^[1-2]是分析双材料界面断裂过程的有效工具. 该模型用黏聚强度和黏聚能 2 个参数来描述断裂过程区的破坏过程, 黏聚应力-裂纹滑移/张开位移曲线下所包围的面积为黏聚能^[3-4]. 线弹性断裂力学(LEFM)的单参数能量判据不能揭示断裂过程区的细节, 黏聚模型比 LEFM 能更有效地描述双材料界面的断裂破坏特性^[5-6].

目前黏聚模型分析双材料的研究仅限于将黏聚单元用于有限元进行数值分析. Yuan 等^[7]采用双线形的黏结-滑移关系曲线分析了 FRP(fiber reinforced plastics)-混凝土单剪试件的脱黏过程. 这种非线性的黏结滑移关系本质上是黏聚法则. 本文采用黏聚模型分析 II 型加载末端切口四点弯断裂试件 4ENF^[8](four-point bending end-notched specimen), 黏聚模型采用图 1 所示的双线形黏聚法则.

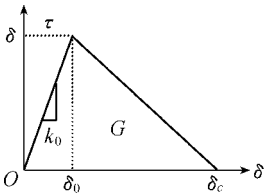


图 1 双线形黏聚模型
Fig. 1 Bi-linear cohesive model

1 黏聚区域界面剪应力控制方程

图 2 所示的 4ENF 试件切口长度为 a , 宽度为 $b_t = b_b$. 当 4ENF 试件的刚度对界面对称, 且 $a \gg h$, 则切口处的上、下 2 层梁的横向变形相同. 4ENF 为 II 型加载断裂试件. 根据黏聚模型, 4ENF 的界面破坏过程可分为 3 个阶段: 弹性阶段、弹性-软化阶段、弹性-软化-脱黏阶段.

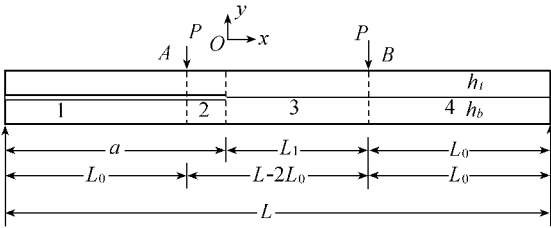


图 2 4ENF 模型与荷载
Fig. 2 4ENF specimen and loading

在公式推导过程中采用如下假定: (a)上、下 2 亚层为线弹性; (b)各亚层符合平面截面假定; (c)剪应力沿界面层均匀分布. 各亚层纵向应变是弯矩和剪应力共同作用的结果. 一般情况下界面层的剪切变形远大于弯曲变形, 故忽略界面层的弯曲变形, 认为界面层只产生剪切变形.

1.1 弹性阶段 ($\delta \leq \delta_0$)

此时 4ENF 承受的荷载很小, 整个界面层处于弹性阶段.

图 3 为黏聚区的微分段 dx , 弹性阶段的剪应力用 $\tau_i(x)$ 表示. $M_i(x)$, $N_i(x)$ 和 $Q_i(x)$ ($i = t, b$) 分别为各亚层的弯矩、轴力和剪力, 下标 t, b 分别代表上、下 2 亚层. M_T , N_T 和 Q_T 为荷载产生的截面 x 的总的弯矩、轴力和剪力. 规定图 3 中弯矩、剪力、轴力和荷载为箭头所指的方向为正.

界面层的剪应力为

$$\tau_c(x) = k_0 \left[u_b(x) - u_t(x) + y_t \frac{dw_t}{dx} + y_b \frac{dw_b}{dx} \right] \quad k_0 = \frac{G_a}{t_a} \quad (1)$$

式中 y_t, y_b 分别为上亚层底部和下亚层顶部对其各自中性轴的距离。

根据 Euler-Bernoulli 梁理论：

$$N_i(x) = E_i A_i \frac{du_i(x)}{dx} \quad M_i(x) = -E_i I_i \frac{d^2 w_i}{dx^2} \quad (2)$$

式中 $E_i, G_i, A_i, I_i (i = t, b)$ ——各亚层的弹性模量、剪切模量、横截面积和面积矩； u, w ——轴向和横向位移。

根据图 3 由力的平衡条件：

$$M_T = M_t + M_b - N_t \left(y_t + \frac{t_a}{2} \right) + N_b \left(y_b + \frac{t_a}{2} \right) \quad \frac{dN_t}{dx} = -b\tau_c(x) \quad \frac{dN_b}{dx} = b\tau_c(x) \quad (3)$$

将式 (2) 的一次微分式代入式 (1) 的二次微分式，结合式 (3) 并考虑到由于 4ENF 上、下 2 亚层对称

得
$$\frac{d^2 \tau_c(x)}{dx^2} - k_0 \left[\frac{(y_t + y_b)(y_t + y_b + t_a)}{2E_t I_t} + \frac{1}{E_t A_t} + \frac{1}{E_b A_b} \right] b\tau_c(x) = -k_0 \frac{y_t + y_b}{2E_t I_t} \frac{dM_T}{dx} \quad (4)$$

式 (4) 的通解为

$$\tau_c(x) = B_1 e^{\lambda_1 x} + B_2 e^{-\lambda_1 x} + B_T \frac{dM_T}{dx} \quad (5)$$

其中
$$\lambda_1 = \sqrt{k_0 b \left[\frac{(y_t + y_b)(y_t + y_b + t_a)}{2E_t I_t} + \frac{1}{E_t A_t} + \frac{1}{E_b A_b} \right]} \quad B_T = \frac{1}{\lambda^2} k_0 \frac{y_t + y_b}{2E_t I_t}$$

$$M_T(x) = PL_0 \quad \frac{dM_T}{dx} = 0 \quad (0 \leq x \leq L_1)$$

$$M_T(x) = P(L_0 + L_1 - x) \quad \frac{dM_T(x)}{dx} = -P \quad (L_1 \leq x \leq L_1 + L_0)$$

界面层剪应力表达式中的待定系数可由下列边界条件和连续条件确定：

$$N_b(0) = 0 \quad N_t(0) = 0 \quad M_t(0) = M_b(0) = \frac{PL_0}{2} \quad (6)$$

$$\tau_c(L_1^-) = \tau_c(L_1^+) \quad \frac{d\tau_c(L_1^-)}{dx} = \frac{d\tau_c(L_1^+)}{dx} \quad \tau_c(L_1 + L_0) = \tau_c \quad (7)$$

其中
$$\tau_c = \kappa \frac{3P}{4bh_t}$$

式中： τ_c ——按无裂纹经典梁理论得到的中性轴的剪应力； κ ——剪力修正因子。

1.2 弹性-软化阶段

在弹性-软化阶段，黏结区界面的剪应力分布分 I、II 2 个亚区，亚区 I 处于弹性阶段 ($\delta_0 < \delta < \delta_c$)，亚区 II 为弹性软化阶段 ($0 < \delta < \delta_0$)。

亚区 II 随着荷载增加，切口端部的界面层变形 $\delta(0)$ 达到比例极限 δ_0 ，黏聚应力达 τ_0 ，此后部分界面进入软化阶段，其余的界面仍处于弹性阶段。设软化区域长度为 r ，软化阶段黏聚应力 $\tau_s(x)$ 和裂纹相对滑移的关系为

$$\tau_s(x) = \beta_1 - \beta_2 \left[u_b(x) - u_t(x) + y_t \frac{dw_t}{dx} + y_b \frac{dw_b}{dx} \right] \quad (8)$$

其中
$$\beta_1 = \frac{\delta_c \tau_0}{\delta_c - \frac{\tau_0}{k_0}} \quad \beta_2 = \frac{\tau_0}{\delta_c - \frac{\tau_0}{k_0}} > 0$$

采用与 1.1 节类似的步骤，得

$$\tau_s(x) = D_1 \cos(\gamma(x - r)) + D_2 \sin(\gamma(x - r)) + D_T \frac{dM_T}{dx} \quad (9)$$

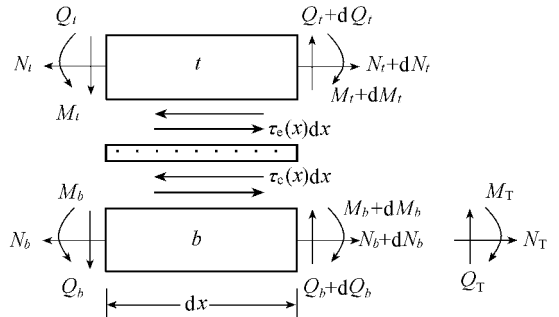


图 3 4ENF 梁黏聚区的微分段
Fig.3 Free body diagram of bi-layer 4ENF beam

其中

$$\eta = \sqrt{\beta_2 b \left[\frac{(y_t + y_b)(y_t + y_b + t_a)}{E_t I_t} + \frac{1}{E_t A_t} + \frac{1}{E_b A_b} \right]} \quad D_T = \frac{1}{\eta^2} \beta_2 \frac{y_t + y_b}{2 E_t I_t}$$

亚区Ⅰ剪应力的表达式与式(5)相类似。

1.3 弹性-软化-脱黏阶段

若荷载进一步增加,裂纹尖端的剪切变形超过临界值 δ_c ,界面开始脱黏。裂纹从 $x = 0$ 沿界面扩展一定长度 s ,脱黏区的剪应力为0。采用与1.2节类似的步骤,可以得到4ENF弹性-软化-脱黏阶段的界面剪应力,但将坐标向右平移 s 。

2 有限元数值模拟

为验证4ENF解析黏聚模型的正确性,本文对铝板调整CFRP(carbon fiber reinforced plastics)-混凝土4ENF进行了有限元分析。CFRP-混凝土试件下粘有铝板,通过调整铝板和混凝土的相对厚度可得到界面的Ⅱ型或混合型断裂,该试件称为“铝板调整CFRP-混凝土”4ENF^[8]。

4ENF试件的材料参数和尺寸如下:混凝土梁截面尺寸 $b_c \times h_t = 102 \text{ mm} \times 51 \text{ mm}$,铝板的尺寸为 $b_b \times h_b = 102 \text{ mm} \times 38 \text{ mm}$,梁跨度 $L = 686 \text{ mm}$, $L_0 = 229 \text{ mm}$, $a = 250 \text{ mm}$ (图2)。通过环氧树脂胶结剂将碳纤维布、混凝土梁和铝块

表1 材料性质

Table 1 Properties of materials									
材料	E_1/GPa	E_2/GPa	E_3/GPa	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}	G_{12}/GPa	G_{13}/GPa	G_{23}/GPa
CFRP	196.0	47.6	4.76	0.0674	0.0674	0.482	13.0	13.0	1.1
混凝土	27.6	27.6	2.76	0.2000	0.2000	0.200	11.5	11.5	11.5
胶结剂	3.1	3.1	3.10	0.3800	0.3800	0.380	1.1	1.1	1.1
铝	70.0	70.0	70.00	0.3000	0.3000	0.300	11.7	11.7	11.7

粘结在一起。碳纤维布厚度为0.1651 mm。材料性质如弹性模量 E 、剪切模量 G 和泊松比 ν 见表1。

采用非线性黏结滑移关系曲线,可以描述FRP-混凝土界面的脱黏过程^[7]。一般情况下FRP-混凝土胶层的抗拉强度大于混凝土,界面脱黏是由界面混凝土破坏造成的。发生破坏的界面混凝土的厚度远小于混凝土梁,故可以采用黏聚单元模拟界面脱黏开裂破坏。混凝土单元和胶层的非线性损伤都由黏聚单元的软化来反映,黏聚模型的参数来自断裂实验^[8-10]。

数值模拟用通用有限元程序ABAQUS 6.5,采用平面应力模型,混凝土、铝板、CFRP采用四边形八节点单元和三角形六节点单元,FRP-混凝土界面布置一层双线性形黏聚单元。黏聚单元与混凝土和FRP实体单元共用节点,因此,黏聚单元的损伤过程与主体材料的变形相耦合。此外,在切口处的2个相邻面之间定义了接触单元以防止2个面相互穿透。靠近界面的网格划分得很密,单元形状接近正方形。单元最大尺寸为12.7 mm,沿接触面和黏聚单元的尺寸为1.6 mm,纵横比为1。图4为CFRP-混凝土4ENF界面剪应力分布随荷载增加的

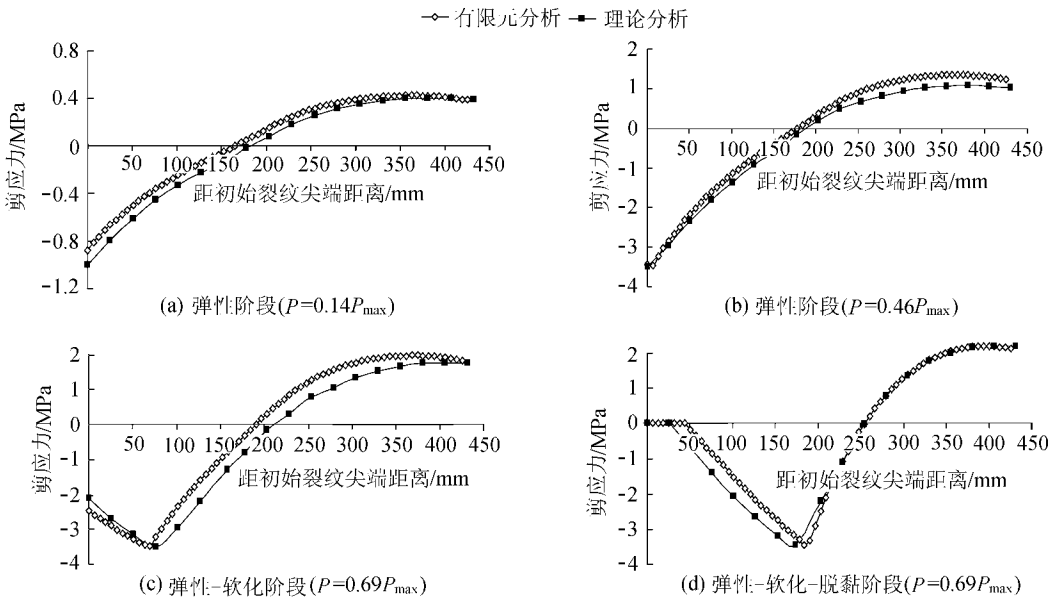


图4 4ENF界面剪应力分布有限元分析与理论分析结果对比

Fig.4 Comparison between analytical and finite element prediction of interface shear stress of 4ENF

变化情况.黏聚模型的理论分析和有限元分析均能反映 CFRP-混凝土界面破坏经历弹性阶段、弹性-软化阶段、弹性-软化-脱黏阶段的逐渐发展过程.解析解与有限元结果非常接近,说明了本文黏聚模型的正确性.

3 结 语

本文得到 4ENF 黏聚模型的解析解,用来描述界面的整个断裂过程.在该解析解的推导过程中,2 个亚层为线弹性,界面本构关系符合双线形黏聚法则.根据黏聚法则,界面的破坏经历了 3 个阶段:弹性阶段、弹性-软化阶段、弹性-软化-脱黏阶段.本文对每个阶段都给出了相应的界面应力分布的解析表达式.

为了验证该模型的正确性,本文还对 FRP-混凝土 4ENF 试件进行了有限元分析,在 FRP-混凝土界面上设置黏聚单元,界面混凝土和胶层的非线性损伤都由黏聚单元的软化来反映.混凝土和 FRP 简化为线弹性材料,界面裂纹的相对滑移是胶层和界面混凝土共同开裂变形的结果.有限元分析与理论分析结果对照表明,本文的解析黏聚模型能精确预测 4ENF 的界面破坏.该模型不但适应于 FRP-混凝土材料,还适于类似的其他双材料 4ENF 界面的研究.

参考文献:

- [1] DUGDALE D S. Yielding in steel sheets containing slits[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids ,1960 8 :100-104.
- [2] BARENBLATT G I. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture[C]//DRYDEN H ,KARMAN T V. Karman Advances in Applied Mechanics. New York : Academic Press ,1962 55-129.
- [3] BUDIANSKY B ,HUTCHINSON J W ,EVANS A G. Matrix fracture in fiber reinforced ceramics[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids ,1986 34 :167-189.
- [4] ROSE L R F. Crack reinforcement by distributed springs[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids ,1987 34 :383-405.
- [5] BAO G ,SUO Z. Remarks on crack-bridging concepts[J]. Applied Mechanics Review ,1992 24 :355-366.
- [6] COX B N ,MARSHALL D B. Concepts for bridged cracks in fracture and fatigue[J]. Acta Metallurgica et Materialia ,1994 42 :341-363.
- [7] YUAN H ,TENG J G ,SERACINO R ,et al. Full-range behavior of FRP-to-concrete bonded joints[J]. Engineering Structures ,2004 26 :553-565.
- [8] 陈瑛. 双材料梁界面力学及其在 FRP-混凝土界面断裂研究中的应用[D]. 南京:河海大学,2006.
- [9] LU X Z ,TENG J G ,YE L P ,et al. Bond-slip models for FRP sheets/plates bonded to concrete[J]. Engineering Structures ,2005 27 :920-937.
- [10] TALJSTEN B. Strengthening of concrete prisms using the plate bonding technique[J]. International Journal of Fractures ,1996 82 :253-266.

Cohesive analytic model of 4ENF specimen

CHEN Ying^{1,2}, QIAO Pi-zhong^{1,3}

(1. School of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Department of Civil Engineering, Shandong University, Jinan 250011, China;

3. Department of Civil and Environmental Engineering, Washington State University, Pullman, WA 99164-2910, USA)

Abstract: A cohesive-zone model of four-point bend end-notched flexure (4ENF) specimen under mode II loading is developed. Expressions for the interfacial shear stress distribution and the load-displacement responses are derived for different loading stages. The analytical solution is verified using the finite element modeling of 4ENF specimen containing fiber-reinforced plastic (FRP) composite-concrete interface, in which a cohesive model is embedded along the line ahead of the interface crack tip. The nonlinear damage in the concrete element is simulated by lumping it into the softening of the interface element instead of allowing it in the concrete elements. Comparison of the FEM analysis results with analytical results shows that the cohesive zone model proposed in this study is capable of analyzing and predicting debonding and failure processes of bi-material interfaces.

Key words: cohesive model; 4ENF; FRP; concrete; interface; crack