

基于 Voronoi 图的复杂对象空间方位关系的推理计算

杨永清¹,冯 钧²,王志坚²

(1.河海大学海岸灾害及防护教育部重点实验室,江苏 南京 210098;

2.河海大学计算机与信息工程学院,江苏 南京 210098)

摘要 在分析总结前人研究成果的基础上,研究了复杂对象之间的空间方位关系,提出了基于 Voronoi 图的空间方位关系的推理模型,并详细论述了该模型的算法实现过程及步骤.实例计算表明该模型是正确和有效的.模型无需区分源目标与参考目标,具有自反性,不受对象的形状、大小、位置和距离等的影响,容易与基于 Voronoi 图的空间拓扑关系的相关理论结合,形成统一的推理模型.

关键词 Voronoi 图 空间方位关系 复杂对象

中图分类号 P208

文献标识码 A

文章编号 1000-1980(2008)03-0414-04

地理信息系统(geographical information systems, GIS)空间关系主要分为拓扑关系、方位关系、度量关系三大类.拓扑关系是指拓扑变换下的拓扑不变量,如空间目标的相邻和连通关系以及表示线段流向的关系等.方位关系用于描述目标在空间中的某种排序,如前后、上下、左右、东南西北等.度量关系是用某种度量空间中的度量来描述的目标间的关系,如目标间的距离.到目前为止,度量和拓扑关系的研究相对比较完善,而方位关系的研究则相对比较落后.空间方位关系的描述模型主要有 7 大类:圆锥模型^[1]、投影模型^[1]、双十字模型^[2]、2D 字符串模型^[3]、MBR(minimal bounding rectangle)模型^[4-5]、方向关系矩阵模型^[6-7]、基于 Voronoi 图的 MBR 模型^[8].圆锥模型和投影模型属于经验模型,比较直观、简易,但不能精确描述,误差较大.在基于投影方法的基础上,通过引入“视点”,进一步提出了双十字模型,该模型也比较直观,缺点也是误差较大.2D 字符串模型的基本思想是采用符号投影的方法,将不同二维空间目标的边界沿 x 轴和 y 轴作正射投影,分别生成有顺序关系的字符串,以表达和判断目标间的空间关系,因此,该模型是用一维的方法来解决高维的问题,难以保证可靠性与完备性,也没有显式地表达拓扑关系,并难以向三维空间扩展.MBR 模型和方向关系矩阵模型描述空间方位关系比较直观,但对于直径比较大的 2 个空间对象而言,用 MBR 模型和方向关系矩阵模型描述其空间方位关系不准确.基于 Voronoi 图的 MBR 模型的基本思想是将空间实体 MBR 的 4 条边看作生成元,生成 4 边的 Voronoi 图,利用 2 个空间实体的 Voronoi 区域和 Voronoi 边界形式描述两者的方位关系,但是它也存在与 MBR 模型相同的缺点与不足,而且对于倾斜的线状对象而言,存在较大的误差.阎浩文等^[9-11]提出了基于 Voronoi 图的空间方位关系形式化描述模型,其缺点是模型计算复杂,对于距离较远的 2 个目标,描述没有 MBR 模型直观.为此,本文提出了一种新的基于 Voronoi 图的模型来解决复杂对象空间方位关系的推理问题,该模型能很好地描述空间 2 个对象之间的方位关系,并通过实例的计算分析,证明了该模型的可行性、正确性与精确性.

1 基于 Voronoi 图的空间方位关系推理的算法描述

一个空间实体的 Voronoi 区域有一个特殊的含义,即它自己的“影响区域”,也就是包含距离自己比距离其他对象更近的所有点的集合.

定义 设有空间目标簇 $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\} \subseteq IR^2 (1 \leq n \leq \infty)$, P_i 可以是一个点对象 P_p , 或一个线对象 P_L 或一个区域对象 P_R . 区域对象不一定要是凸的,而且区域的中间可以有洞存在. P_i 的 Voronoi 区

域定义为 $V(P_i) = \{y \mid d_{y,P_i} \leq d_{y,P_j}, i \neq j\}$, 这里 d_{y,P_i} 表示点 y 和 P_i 之间的欧氏距离, $V(P_i)$ 被称为空间目标 P_i 的 Voronoi 多边形, $V(P) = \{V(P_1), V(P_2), \dots, V(P_n)\}$ 则被称为 Voronoi 图.

实际上,空间实体的 Voronoi 图是更加接近人类感知的. 若用形象的比喻来说,可看作是这组生长点以同等速度向四周扩张,直到相遇为止,扩张过程全部结束就形成了如图 1 中虚线所示的 Voronoi 图.

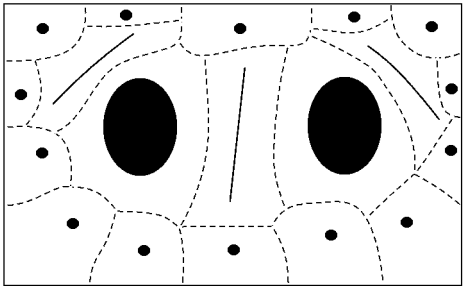


图 1 点、线和区域的 Voronoi 图
Fig.1 Voronoi diagram of point, line and region objects

在 GIS 应用研究领域,空间方位是用方位来描述 2 个空间对象之间的位置关系. 由于 2 个目标的空间方位具有复杂性、多样性,指向线也有多条,逐个找出每条指向线也不现实. 如果考虑每条指向线的法线就可发现,这些法线形成了两对象之间的 Voronoi 边(图 2),也就是 E_0 所示的曲线,具体的证明过程可参见文献[10]. 因此,如果空间 2 个对象之间的 Voronoi 图已知,则 Voronoi 边已知,可根据方位与 Voronoi 边互相垂直的关系来判断

其方位关系,所以问题的关键就在于如何计算 Voronoi 边所在的方位. 本文提出了以下算法来计算 Voronoi 边所在的方位:在二维欧氏空间中,在笛卡尔坐标系 xOy 平面内,对于 2 个空间对象 A 和 B 所共有的 Voronoi

边,其曲线方程为 $f(x, y)$,此曲线方程可分为 2 部分,一部分为直线段或射线,另一部分为曲线. 具体实现过程如下:(a)对于直线段部分,只需找出此线段的 2 个端点即可求出斜率. 若为射线,只需 1 个端点再加射线上任意一点也可求出斜率. (b)对于曲线部分,则分别求出其极值点和拐点,然后依次连接这些极值点和拐点,分别计算出各直线段的斜率. (c)计算各直线段的长度以及所有斜率所对应的倾角,求出直线段的总长以及各直线段长度与总长的比值,按此比值求出各直线段倾角的加权平均值,各直线段的权重即为此直线段的长度与总长的比值,则此加权平均值即为 Voronoi 边所在的平均倾角,由前述正交特性可求出 2 个空间对象 A 和 B

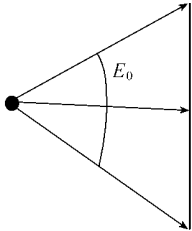


图 2 Voronoi 边与指向线的关系
Fig.2 The relation between Voronoi border and directional line

之间的方位倾角.

具体计算步骤如下:

a. 计算各直线段端点(包括极值点、拐点、直线段的 2 个端点)坐标,坐标沿 Voronoi 边依次为 (x_0, y_0) , $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$, 其中 $(x_0, y_0), (x_n, y_n)$ 为公共 Voronoi 边的起点和终点. 各直线段的斜率为

$$k_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \quad (x_i \neq x_{i-1}, i = 1, 2, \dots, n) \tag{1}$$

如果为射线,由方位与斜率正交的性质可直接根据此射线的斜率来确定 2 个对象的方位.

b. 长度、权重及倾角的计算. 各直线段的长度 d_i 、总长 d 、各直线段权重 w_i 、倾角 α_i 及平均倾角 α 分别为

$$d_i = \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2} \quad (x_i \neq x_{i-1}, i = 1, 2, \dots, n) \tag{2}$$

$$d = \sum_{i=1}^n d_i \tag{3}$$

$$w_i = \frac{d_i}{d} \tag{4}$$

$$\alpha_i = \arctan k_i \text{ (若 } x_i = x_{i-1}, \text{ 则 } \alpha_i = \pm \frac{\pi}{2}) \tag{5}$$

$$\alpha = \sum_{i=1}^n w_i \alpha_i \tag{6}$$

则此 Voronoi 边所在的平均倾角为

$$\bar{\alpha} = \begin{cases} \alpha, \pi + \alpha & 0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2} \\ \pi + \alpha, 2\pi + \alpha & -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0 \end{cases} \quad (0 \leq \bar{\alpha} < 2\pi) \quad (7)$$

c. 计算 2 个空间对象 A 和 B 之间的方位倾角:

$$\beta = \bar{\alpha} \pm \frac{\pi}{2} \quad (0 \leq \beta < 2\pi) \quad (8)$$

若以 A 为参考对象, B 位于 A 的方位倾角为 $\beta_{AB} = \bar{\alpha} + \frac{\pi}{2}$; 反过来, 若以 B 为参考对象, 则 A 位于 B 的方位倾角就为 $\beta_{BA} = \bar{\alpha} - \frac{\pi}{2}$. 这样根据 β 值就可判断空间 2 个对象之间的方位了, 同时还具有自反性.

根据上述算法计算出来的方位角值和八方向描述模型^[1]进行比较, 也可确定 2 个对象之间的空间方位关系.

2 实例分析

在 xOy 平面内, 已知 2 个复杂空间对象 A 和 B 的 Voronoi 边如图 3 所示, 是一条不规则的曲线, 若已知此边的极值点和拐点的坐标分别为 $(x_0, y_0) = (2, 4)$, $(x_1, y_1) = (3, 2)$, $(x_2, y_2) = (6, 6)$, $(x_3, y_3) = (9, 3)$, $(x_4, y_4) = (11, 4)$, $(x_5, y_5) = (17, 10)$, 由上述模型的算法就可快速计算出 A 与 B 的方位关系: (a) Voronoi 边的平均倾角

$\bar{\alpha} = 0.294$; (b) A, B 之间的方位倾角 $\beta = \bar{\alpha} + \frac{\pi}{2} = 1.865$.

由此结果可知, 该方位倾角真实地反映了 A, B 2 个空间对象之间的方位关系, 同时也证明了上述模型的可行性、正确性与精确性. 该模型的算法计算过程简单易懂, 为复杂对象空间方位关系的推理提供了一种行之有效的方法.

3 结 语

空间方位关系是一种很重要的空间关系, 其推理模型也是空间关系研究的重点内容之一, 在 GIS 的空间推理、空间查询、空间关系数据库的建立中有广泛的用途. 本文证明了基于 Voronoi 图来描述复杂对象空间方位关系的模型是可行的, 同时也证明了该模型的正确性与精确性. 该模型具有以下优点: (a) 计算过程简单易懂, 计算结果精确, 无需区分源目标与参考目标, 具有自反性; (b) 不受对象的形状、大小、位置和距离等的影响, 只需要确定 Voronoi 多边形的边即可; (c) 容易与基于 Voronoi 图的空间拓扑关系的相关理论结合, 形成统一的推理模型, 这也是将来的一个发展方向. 其不足之处在于当地图复杂时, Voronoi 图的计算复杂.

参考文献:

- [1] ANDREW U F. Qualitative spatial reasoning about cardinal directions [C]//MARK D, WHITE D. Proceeding of the 7th Austrian Conference on Artificial Intelligence. Baltimore: Morgan Kaufmann, 1991: 157-167.
- [2] CHRISTIAN F. Using orientation information for qualitative spatial reasoning [C]//FRANK A U, CAMPARI I, FORMENTINI U. Proceeding of the Int'l Conference on GIS. Berlin: Springer-Verlag, 1992: 162-178.
- [3] CHANG S K, SHI Q Y, YAN C W. Iconic Indexing by 2-D string [J]. IEEE Trans Pattern Anal Machine Intelligence, 1987(9): 413-428.
- [4] HUANG P W, LEE C H. Image database design based on 9D-SPA representation for spatial relations [J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2004, 16(12): 1486-1496.
- [5] GOYAL R, EGENHOFER M J. Similarity of cardinal directions [C]//JENSEN C S, SCHNEIDER M, SEEGER B, et al. Advances in Spatial and Temporal Databases. Redondo Beach: Springer-Verlag, 2001: 36-55.
- [6] YANG Y Q, FENG J, WANG Z J. The reasoning models of direction and topology relations in road network [J]. Journal of Computational Information Systems, 2006, 12(2): 713-718.
- [7] 何建华, 刘耀林. GIS 中拓扑和方向关系推理模型 [J]. 测绘学报, 2004, 33(2): 156-162.

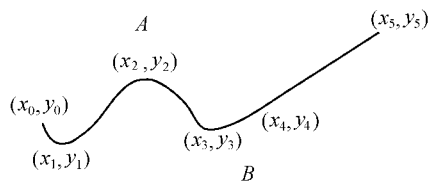


图3 Voronoi 边的极值点和拐点坐标

Fig.3 The coordinates of the extreme points and inflexion points on the Voronoi border

[8] 李成名,朱英浩,陈军.利用 Voronoi 图形式化描述和判断 GIS 中的方向关系[J].解放军测绘学院学报,1998,15(2) :117-121.

[9] 阎浩文,郭仁忠.基于 Voronoi 图的空间方向关系形式化描述模型[J].武汉大学学报 信息科学版,2003,28(4) :468-471.

[10] 阎浩文,郭仁忠.基于 Voronoi 图的空间方向关系形式化描述研究(一)[J].测绘科学,2002,27(1) :24-27.

[11] 阎浩文,郭仁忠.基于 Voronoi 图的空间方向关系形式化描述研究(二)[J].测绘科学,2002,27(3) :4-7.

Reasoning and calculation of spatial direction relationship
between complex objects based on Voronoi diagram

YANG Yong-qing¹, FENG Jun², WANG Zhi-jian²

(1. Key Laboratory of Coastal Disaster and Defence of Ministry of Education ,
Hohai University , Nanjing 210098 , China ;

2. College of Computer and Information Engineering , Hohai University , Nanjing 210098 , China)

Abstract : Spatial relationships between complex spatial objects are studied on the basis of past research achievements . A reasoning model based on the spatial direction relationships of Voronoi diagrams is presented and its algorithm and processes are described in detail . It is demonstrated from a case study that the model is practical , accurate and valid . This model , in which the source object and reference object don 't have to be distinguished , is reflexive and is not influenced by the shape , size , location or distance of objects . It is easy to combine the model with a topology model based on a Voronoi diagram and form a uniform reasoning model .

Key words : Voronoi diagram ; spatial direction relationship ; complex objects

· 简讯 ·

第 2 届全国水工岩石力学学术会议将在武汉召开

由中国岩石力学与工程学会等单位主办的第 2 届全国水工岩石力学学术会议将于 2008 年 10 月 25 ~ 26 日在湖北省武汉市召开 . 会议将围绕水工岩石力学基础理论、试验方法、高坝坝基稳定、高边坡稳定与治理、超大规模地下洞室群设计与安全控制以及深埋水工长隧洞建设等问题开展交流与讨论 .

会议主要议题如下 : 复杂地质高坝坝基设计理论与分析方法 ; 复杂地质高陡边坡岩石工程安全评价与治理 ; 复杂地质大型地下洞室群设计与安全控制 ; 基于 TBM 隧洞施工技术的岩石力学研究方法与应用 ; 复杂应力路径岩体力学特性与试验方法 ; 岩体应力场和渗流场测试与分析理论 ; 岩体结构描述和岩体断续介质力学方法研究进展与应用 ; 岩体非线性力学数值模拟技术与工程应用 ; 复杂地质岩体精确爆破技术与安全控制 ; 工程岩体形状测试与隐患探测及预报新技术 ; 复杂地质岩体灌浆与锚固新技术与工程实践 .

有关会议详细内容可到中国岩石力学与工程学会网站 (<http://www.csrme.com/cn/index.html>) 上查询 .

(本刊编辑部供稿)