DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2008.05.018

岩石的弹塑性扰动状态本构模型

吴 刚,何国梁

(上海交通大学土木工程系,上海 200240)

摘要:假定岩石的相对完整状态符合分级单屈服面(HISS)模型并考虑其各向同性硬化,岩石的完全调整状态对应于理想刚塑性,通过定义扰动函数,则岩石应力峰值后的软化行为可用HISS模型叠加扰动进行描述,从而建立基于扰动状态概念理论的岩石弹塑性本构模型.利用RMT-150B对焦作砂岩进行单轴、三轴压缩破坏试验,以确定本构模型中的材料参数.应用建立的弹塑性本构模型,对岩石在单轴应力状态下的力学响应进行了描述.研究结果表明,建立的弹塑性本构模型能描述单轴下岩石的应力-应变全过程.

关键词:岩石;弹塑性;本构模型;扰动状态概念

中图分类号:TU452 **文献标识码**:A **文章编号**:1000-1980(2008)05-0663-07

工程材料的本构模型及其力学响应的相关测试是当前研究的热点.岩石作为一种天然的地质材料,是由固、液、气三相组成的混合物,其结构具有多样性.岩石材料的特性决定了其力学行为的复杂性.要建立一个能描述岩石应力-应变性质的本构模型存在较多困难,尤其是对岩石应变软化段的模拟,经典本构理论难以适用,致使实际工程中的许多岩石力学问题得不到很好的解决.

由美国学者Desai[1]提出的扰动状态概念(disturbed state concept,DSC)理论,为工程材料提供了一种全新的本构模拟方法,已经在多种材料的本构关系研究上获得应用.近年来,有关学者[2-9]已进行了关于岩石材料DSC本构模拟的研究.本文基于DSC理论,对岩石弹塑性本构关系进行初步探索,以期为岩石本构模拟研究提供一种新方法.

1 本构模型

1.1 分级单屈服面(HISS)模型

Desai综合了有关试验结果和各种经典塑性模型,提出了分级单屈服面模型(hierarchical single-surface,HISS),该模型为描述材料的力学行为提供了一种一般化公式.分级是分级单屈服面模型的一个重要特性,HISS可分为δ_0,δ_1,δ_2及δ_{vp}等几个等级,分别用于描述材料不同复杂状态下的响应,如各向同性和各向异性的硬化,以及关联和非关联的黏弹塑性等行为[10].

HISS-δ_0模型是最简单和基本的类型,可表示材料各向同性硬化和关联塑性.其他各种模型,如von Mises模型、Mohr-Coulomb模型、Drucker-Prager模型、损伤力学模型及临界状态模型等可看作是HISS对某一具体材料的特殊化.本文选用HISS-δ_0模型,其屈服函数为

$$F = \frac{J_{2D}}{P_a^2} - \left[-\alpha\left(\frac{J_1 + 3R}{P_a}\right)^n + \gamma\left(\frac{J_1 + 3R}{P_a}\right)^2 \right](1 - \beta S_r)^m = 0 \tag{1}$$

或写成

$$F = \bar{J}_{2D} - (-\alpha\bar{J}_1^n + \gamma\bar{J}_1^2)(1 - \beta S_r)^m = 0 \tag{2}$$

或简写为

$$F = \frac{J_{2D}}{P_a^2} - F_b F_s = 0 \tag{3}$$

收稿日期:2008-05-18

基金项目:国家自然科学基金(40272115)

作者简介:吴刚(1962—),男,重庆人,副教授,博士,主要从事岩土力学研究.

$$F_b = -\alpha\left(\frac{J_1 + 3R}{P_a}\right)^n + \gamma\left(\frac{J_1 + 3R}{P_a}\right)^2 \qquad F_s = (1 - \beta S_r)^m$$

式中:J_1——应力张量的第1不变量;J_{2D}——应力偏量的第2不变量;$\bar{J}_{2D} = \frac{J_{2D}}{P_a^2}$;$\bar{J}_1 = \frac{J_1 + 3R}{P_a}$;$P_a$——大气压强常数;$R$——黏结应力,在受压时反映材料的抗拉强度,在受拉时与材料的抗压强度有关;n——阶段改变参数,与体积变化由压缩转为膨胀或由膨胀转为压缩时的应力状态有关;m——对于岩土材料,m常取为-0.5[1];γ——与最终屈服面或极限状态包络线有关的参数;β——F在主应力空间中与形状有关的参数;S_r——应力比;α——硬化或生长函数,可表示为内部变化的函数,如塑性剪应变迹线或累计塑性应变,以及塑性功或耗散能量.α的一个简单形式为

$$\alpha = \frac{\alpha_1}{\xi^{\eta_1}} \tag{4}$$

式中:ξ——塑性应变迹线,即累积塑性变形;α_1,η_1——材料参数.

$$\xi = \int (\mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}}\,\mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}})^{\frac{1}{2}} \tag{5}$$

式中$\mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}}$是塑性应变增量.

应力比S_r的表达式为

$$S_r = \frac{\sqrt{27}}{2}\frac{J_{3D}}{J_{2D}^{3/2}} \tag{6}$$

材料的弹塑性本构张量$\boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{ep}}$可表示为

$$\boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{ep}} = \boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}} - \frac{\boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}}\frac{\partial Q}{\partial \sigma_{mn}}\frac{\partial F}{\partial \sigma_{uv}}\boldsymbol{C}_{uvkl}^{\mathrm{e}}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}}\frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} - \frac{\partial F}{\partial \xi}\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}}\frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}}\right)^{\frac{1}{2}}} \tag{7}$$

式中$\boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}}$为材料的弹性本构张量.

根据塑性增量理论

$$\mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}} = \lambda\frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} \tag{8}$$

式中:$\mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}}$——塑性应变增量;$\lambda$——塑性流动因子;$Q$——塑性势函数.如果采用关联流动法则,则$Q = F$.

由相容条件

$$\mathrm{d}F = 0 \tag{9}$$

可得

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\right)^{\mathrm{T}}\mathrm{d}\sigma_{ij} + \frac{\partial F}{\partial \xi}\mathrm{d}\xi = 0 \tag{10}$$

$$\mathrm{d}\xi = [(\mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}})^{\mathrm{T}}\mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}}]^{1/2} = \left[\lambda\left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}}\right)^{\mathrm{T}}\lambda\frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}}\right]^{1/2} = \lambda\left[\left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}}\right)^{\mathrm{T}}\frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}}\right]^{1/2} = \lambda\gamma_F$$

$$\gamma_F = \left[\left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}}\right)^{\mathrm{T}}\frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}}\right]^{1/2}$$

因此,由式(9)推出

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\right)^{\mathrm{T}}\mathrm{d}\sigma_{ij} + \frac{\partial F}{\partial \xi}\lambda\gamma_F = 0 \tag{11}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}}\,\mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{\mathrm{e}} + \frac{\partial F}{\partial \xi}\lambda\gamma_F = 0 \tag{12}$$

将$\mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{\mathrm{e}} = \mathrm{d}\varepsilon_{ij} - \mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}}$代入,得

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}}(\mathrm{d}\varepsilon_{ij} - \mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}}) + \frac{\partial F}{\partial \xi}\lambda\gamma = 0 \tag{13}$$

于是,将式(8)中的$\mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}}$代入,得

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}}\,\mathrm{d}\varepsilon_{ij} - \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}}\lambda\frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial F}{\partial \xi}\lambda\gamma_F = 0 \tag{14}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}}\, \mathrm{d}\varepsilon_{ij} - \lambda\left[\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}} \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} - \frac{\partial F}{\partial \xi}\gamma_F\right] = 0 \tag{15}$$

$$\lambda = \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}}\, \mathrm{d}\varepsilon_{ij}}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}} \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} - \frac{\partial F}{\partial \xi}\gamma_F} \tag{16}$$

本构方程可表示为

$$\mathrm{d}\sigma_{ij} = \boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}}(\mathrm{d}\varepsilon_{ij} - \mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{\mathrm{p}}) = \left[\boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}} - \frac{\boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}} \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}}}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}} \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} - \frac{\partial F}{\partial \xi}\gamma_F}\right] \mathrm{d}\varepsilon_{ij} =$$

$$\left[\boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}} - \frac{\boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}} \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}}}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}} \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} - \frac{\partial F}{\partial \xi}\left[\left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}}\right)^{\mathrm{T}} \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}}\right]^{\frac{1}{2}}}\right] \mathrm{d}\varepsilon_{ij} \tag{17}$$

对于关联屈服模型($\mathrm{HISS}\text{-}\delta_0$),则其本构方程为

$$\mathrm{d}\sigma_{ij} = \left[\boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}} - \frac{\boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{uv}} \boldsymbol{C}_{uvkl}^{\mathrm{e}}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{e}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} - \frac{\partial F}{\partial \xi}\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}}\right)^{\frac{1}{2}}}\right] \mathrm{d}\varepsilon_{ij} \tag{18}$$

1.2　模型参数的确定

根据不同围压下岩石常规三轴试验的峰值应力点,可以作出 $J_1 - \sqrt{J_{2D}}$ 空间中的屈服包络线,由屈服包络线的斜率和截距用回归方法可以求得 γ,β. m 这里取为 -0.5.

阶段改变参数 n 反映了零体积改变时的应力状态. 图 1 为岩石单轴压缩试验的轴向应力–体应变关系. 体应变的变化率 $\mathrm{d}\varepsilon_V = 0$,$n$ 的计算表达式为

$$n = \left.\frac{2}{1 - \left(\frac{J_{2D}}{J_1^2}\right)\frac{1}{F_s\gamma}}\right|_{\mathrm{d}\varepsilon_V = 0} \tag{19}$$

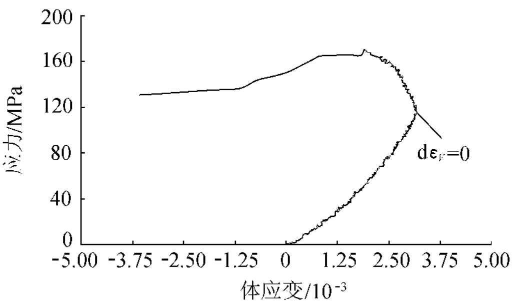

图 1　岩石单轴压缩试验的轴向应力–体应变关系

Fig.1　Axial stress-volume strain curve of rock in uniaxial compressive test

取峰值前一些应力值,代入屈服函数可以求出 α

$$\alpha = \gamma \bar{J}_1^{2-n} - \frac{\bar{J}_{2D}}{(1 - \beta S_r)^m \bar{J}_1^n} \tag{20}$$

根据式(4),得 $\ln\alpha + \eta_1 \ln\xi = \ln\alpha_1$,回归分析可得 α_1 和 η_1. 由于 α 表示屈服函数的生长,则初始屈服点和峰值应力点分别由对应的 α_0 和 α_{u} 确定.

1.3　岩石的弹塑性扰动状态本构方程

对于单轴应力状态,弹性本构张量 $C^{\mathrm{e}} = E$,E 为弹性模量,

$$\sigma_2 = \sigma_3 = 0 \qquad \frac{\partial F}{\partial \sigma_2} = \frac{\partial F}{\partial \sigma_3} = 0 \qquad \frac{\partial F}{\partial \sigma} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial \sigma_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

则岩石单轴受压的弹塑性本构方程为

$$\mathrm{d}\sigma_1 = \left[E - \frac{E^2 \frac{\partial F}{\partial \sigma_1}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_1} E - \frac{\partial F}{\partial \xi}}\right] \mathrm{d}\varepsilon_1 \tag{21}$$

对于单轴受压情况,有

$$J_1 = \sigma_1 \tag{22}$$

$$J_{2D} = \frac{1}{6}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = \frac{1}{3}\sigma_1^2 \tag{23}$$

$$J_{3D} = J_3 - \frac{2}{3}J_1 J_2 + \frac{2}{27}J_1^3 = \frac{2}{27}\sigma_1^3 \tag{24}$$

$$S_r = \frac{\sqrt{27}}{2}\frac{\frac{2}{27}\sigma_1^3}{\frac{1}{\sqrt{27}}\sigma_1^3} = 1 \tag{25}$$

对于 HISS 模型

$$F = \frac{\sigma_1^2}{3P_a^2} - \left[-\alpha\left(\frac{\sigma_1 + 3R}{P_a}\right)^n + \gamma\left(\frac{\sigma_1 + 3R}{P_a}\right)^2\right](1-\beta)^{-\frac{1}{2}} \tag{26}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_1} = \frac{2\sigma_1}{3P_a^2} - \left[-\frac{n\alpha_1}{\xi^{\eta_1}}\left(\frac{\sigma_1 + 3R}{P_a}\right)^{n-1}\frac{1}{P_a} + 2\gamma\frac{\sigma_1 + 3R}{P_a^2}\right](1-\beta)^{-\frac{1}{2}} \tag{27}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \xi} = -\frac{\alpha_1\eta_1}{\xi^{\eta_1+1}}\left(\frac{\sigma_1 + 3R}{P_a}\right)^n(1-\beta)^{-\frac{1}{2}} \tag{28}$$

在扰动状态概念中,假设变形材料单元是由处于相对完整(relatively intact,RI)状态和完全调整(fully adjusted,FA)状态的 2 个基准状态的材料部分组成,则所观测到的材料响应可通过扰动函数由处于 RI 和 FA 2 个基准状态的材料响应来表达.

在此,假定岩石的相对完整状态(即应力峰值前的本构关系)符合 HISS 模型,则通过引入扰动函数叠加 HISS 本构关系即可模拟应力峰值后岩石的应变软化.假定单轴受压情况下岩石的完全调整状态为理想刚塑性状态,其能承受的压应力为 $\sigma^c = 20\,\mathrm{MPa}$,则实际状态应力张量为

$$\mathrm{d}\sigma_{ij}^a = (1-D)\mathrm{d}\sigma_{ij}^i - \mathrm{d}D(\sigma_{ij}^c - \sigma_{ij}^i) \tag{29}$$

式中,上标 a,i,c 分别代表观测状态 IR 状态和 FA 状态.

扰动函数 D 定义为

$$D = D_u[1 - \exp(-A\xi_{\mathrm{D}}^Z)] \tag{30}$$

式中:D_u——扰动的极限值,在此取为 1.0;ξ_{D}——累积偏塑性应变;A,Z——材料参数.

$$\mathrm{d}D = AZ\exp(-A\xi_{\mathrm{D}}^Z)\xi_{\mathrm{D}}^{Z-1}\mathrm{d}\xi_{\mathrm{D}} \tag{31}$$

令岩石 RI 和 FA 部分应变一致,即

$$\varepsilon_{ij}^a = \varepsilon_{ij}^i = \varepsilon_{ij}^c \qquad \mathrm{d}\sigma_{ij}^i = \boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{ep}}\mathrm{d}\varepsilon_{kl}^i$$

式中 $\boldsymbol{C}_{ijkl}^{\mathrm{ep}}$是相对完整状态部分的本构张量.

将式(17)代入,得

$$\mathrm{d}\sigma_{ij}^i = \left[\boldsymbol{C}^{\mathrm{e}} - \frac{\boldsymbol{C}^{\mathrm{e}}\frac{\partial Q}{\partial \sigma}\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}^{\mathrm{e}}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\boldsymbol{C}^{\mathrm{e}}\frac{\partial Q}{\partial \sigma} - \frac{\partial F}{\partial \xi}\left(\left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma}\right)^{\mathrm{T}}\frac{\partial Q}{\partial \sigma}\right)^{\frac{1}{2}}}\right]\mathrm{d}\varepsilon_{ij}^i \tag{32}$$

叠加了扰动的 HISS 的弹塑性本构方程可以表示为

$$\mathrm{d}\sigma_{ij}^a = (1-D)\left[\boldsymbol{C}^{\mathrm{e}} - \frac{\boldsymbol{C}^{\mathrm{e}}\frac{\partial F}{\partial \sigma}\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}^{\mathrm{e}}}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}^{\mathrm{e}}\frac{\partial F}{\partial \sigma} - \frac{\partial F}{\partial \xi}\left(\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^{\mathrm{T}}\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^{\frac{1}{2}}}\right]\mathrm{d}\varepsilon_{kl}^a - \mathrm{d}D(\sigma_{ij}^c - \sigma_{ij}^i) \tag{33}$$

于是,单轴下弹塑性扰动状态本构方程可简化为

$$\mathrm{d}\sigma_1^a = (1-D)\left[E - \frac{E^2\frac{\partial F}{\partial \sigma_1}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_1}E - \frac{\partial F}{\partial \xi}}\right]\mathrm{d}\varepsilon_1^a - \mathrm{d}D(\sigma_1^c - \sigma_1^i) \tag{34}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \xi} = -\frac{\alpha_1\eta_1}{\xi^{\eta_1+1}}\left(\frac{\sigma_1 + 3R}{P_a}\right)^n(1-\beta)^{-\frac{1}{2}} \qquad \frac{\partial F}{\partial \xi} = -\frac{\alpha_1\eta_1}{\xi^{\eta_1+1}}\left(\frac{\sigma_1 + 3R}{P_a}\right)^n(1-\beta)^{-\frac{1}{2}}$$

$$1 - D = \exp(-A\xi_D^Z) \qquad dD = AZ\exp(-A\xi_D^Z)\xi_D^{Z-1}d\xi_D$$

2　试 验 验 证

2.1　岩样

岩样为采自河南焦作某矿区的砂岩. 试验前,将其加工成□50 mm × 100 mm 的圆柱体标准试样.

2.2　试验仪器、方法与过程

岩石的单轴和三轴压缩试验均在 RMT-150B 岩石力学试验系统上进行,在 RMT-150B 岩石力学试验系统下加压至破坏. 试验采用轴向应变控制方式,各岩样的应变速率均为 5.0×10^{-6}/s.

岩石单轴、三轴受压的全过程曲线通常可分为 5 个阶段,即:压密段、线弹性段、弹塑性强化段、破坏后阶段和残余变形段.

2.3　岩石单轴抗压试验的本构关系模拟

本文以岩石压密段的结束点作为本构模拟的起始点. 在峰值应力前,岩石符合 HISS 模型;峰值应力后,岩石的响应由 HISS 模型叠加扰动来模拟.

根据砂岩在 5 MPa 和 10 MPa 围压下常规三轴试验的峰值强度,可作出 $J_1 - \sqrt{J_{2D}}$ 空间极限包络线. 根据包络线斜率和截距求出 γ,β;m 取 -0.5;n 可由体积从压缩转为膨胀时的应力状态求出;由单轴抗压试验峰值应力前的一些点,代入屈服函数可以求出硬化函数 α;根据 $\ln\alpha$ 和 $\ln\xi$ 的线性关系,回归可以求得硬化参数 α_1,η_1;材料参数 A,Z 由峰值应力后的点根据本构方程(34)回归后可得到. 该回归分析为多元非线性情况.

单轴情况下岩石的塑性应变迹线的计算式为

$$\xi = \int (d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p)^{\frac{1}{2}} = \int [(d\varepsilon_1^p)^2 + 2(d\varepsilon_2^p)^2]^{\frac{1}{2}} \tag{35}$$

$$\xi_D = \int (dE_{ij}^p dE_{ij}^p)^{\frac{1}{2}} = \int \left[\left(d\varepsilon_{ij}^p - \frac{1}{3}d\varepsilon_{kk}^p\delta_{ij}\right)\left(d\varepsilon_{ij}^p - \frac{1}{3}d\varepsilon_{kk}^p\delta_{ij}\right)\right]^{\frac{1}{2}} =$$

$$\int [(d\varepsilon_1^p - d\varepsilon_V^p)^2 + 2(d\varepsilon_2^p - d\varepsilon_V^p)^2]^{1/2} \tag{36}$$

$$d\varepsilon_1^p = d\varepsilon_1^a - d\varepsilon_1^e = d\varepsilon_1^a - \frac{d\sigma_1^a}{E} \tag{37}$$

$$d\varepsilon_2^p = d\varepsilon_3^p = d\varepsilon_2^a - d\varepsilon_2^e = d\varepsilon_2^a - \mu\frac{d\sigma_1^a}{E} \tag{38}$$

式中 μ 为弹性阶段泊松比.

焦作砂岩本构模型中各参数的回归分析及拟合结果见表 1.

表 1　HISS 模型中的参数值

Table 1　Parameter values for the HISS Model

γ	β	n	α_1	η_1	A	Z
0.0653	0.7447	2.6972	3.766×10^{-5}	0.1085	−5023	1.533

将表 1 参数代入屈服函数中,作出 $J_1 - \sqrt{J_{2D}}$ 空间中的屈服函数,如图 2 所示.

由表 1 参数所对应的砂岩理论单轴应力-应变曲线如图 3 所示(弹性模量 $E = 20$ GPa).

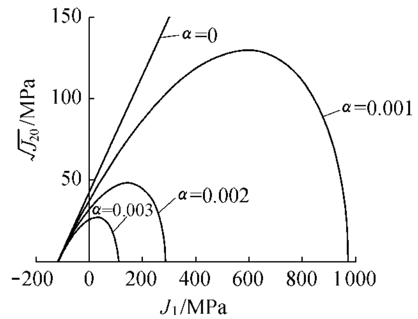

图 2　$J_1 - \sqrt{J_{2D}}$ 空间中的屈服函数

Fig.2　Yield function in $J_1 - \sqrt{J_{2D}}$ space

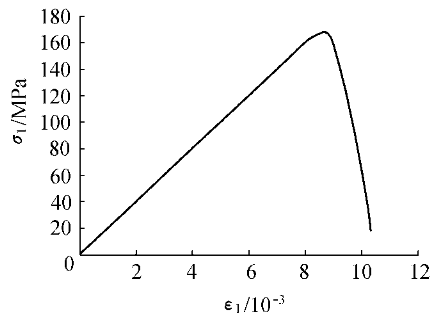

图 3　理论单轴应力-应变曲线

Fig.3　Theoretical stress-strain curve under uniaxial compression

利用基于扰动状态概念的本构模型表达式(34),使用表 1 中的参数值,弹性模量采用各岩样试验实测值,可对岩石在单轴压缩下的应力-应变全过程进行模拟.通过计算,得到单轴下 3 个典型砂岩岩样的本构关系,其试验与理论的对比情况如图 4 所示.

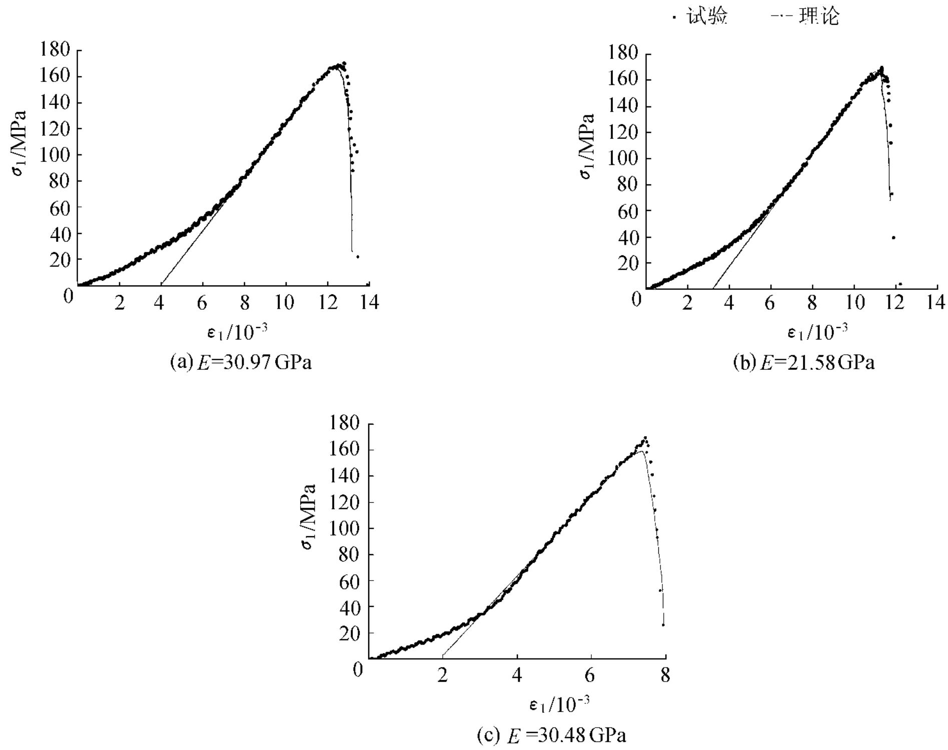

图 4 砂岩的试验应力-应变关系与模型曲线

Fig.4 Comparison of experimental and simulated stress-strain curves of sandstone specimens

由图 4 可以看出,模型曲线与试验结果符合较好.这表明,本文建立的弹塑性本构模型能模拟岩石的单轴应力-应变全过程.

3 结 论

a. 本文根据扰动状态概念理论及分级单屈服面模型,提出了岩石的弹塑性扰动状态本构模型以及该模型各参数的确定方法.

b. 通过对焦作砂岩的单轴、三轴压缩破坏试验,拟合出 HISS 模型参数,并利用建立的本构模型对单轴压缩下砂岩的应力-应变关系进行了模拟.结果表明,本文提出的本构模型能较好地描述单轴受压状态下岩石的力学行为,特别是岩石应力峰值后的应变软化行为.

c. 由于岩样个体间存在较大差异,同类岩石的试验结果在弹性参数、初始屈服点、峰值强度以及破坏后区的残余变形等均有所不同,用统一的本构方程描述其力学行为有较大难度.此外,由于缺乏更多应力路径(如拉伸、剪切等)的试验结果,对模型进行了一定的简化和假设,使模型的效用性受到一定影响.

参考文献:

[1] DESAI C S. Mechanics of materials and interfaces :the disturbed state concept[M]. Baca Raton :CRC Press LLC,2001.

[2] 吴刚,张磊. 单轴压缩下岩石破坏后区的扰动状态概念分析[J]. 岩石力学与工程学报,2004,23(10) :1628-1634.

[3] WU Gang,ZHANG Lei. Studying unloading failure characteristics of a rock mass using the disturbed state concept[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences,2004,41(2A 18) :1-7.

[4] WU Gang,ZHANG Lei. Disturbed state model for analysis of the constitutive relationship of sandstone under different strain rates[J]. Key Engineering Materials,2004,274-276 :265-270.

[5] 王德玲,葛修润. 关于分级单屈服面模型的几个问题的探讨[J]. 岩土力学,2004,25(7) :1059-1062.

[6] 王德玲,葛修润. 岩石的扰动状态本构模型研究[J]. 长江大学学报 :自然科学版,2005,2(1) :91-95.

[7] 郑建业，葛修润，蒋宇，等. 扰动状态概念方法的参数标定及应用初探[J]. 上海交通大学学报，2004，38(6)：972-975.
[8] VARADARAJAN A，SHARMA K G，VENKATACHALAM K，et al. Testing and modeling two rockfill materials[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironemental Engineering，2003，129(3)：206-218.
[9] 何国梁. 岩石的弹塑性扰动状态概念模型及岩石高温、循环冻融试验研究[D]. 上海：上海交通大学，2006.
[10] DESAI C S，SOMASUNDARAM S，FRANTZISKONIS G. A hierarchical approach for constitutive modeling of geologic materials[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics，1986 (10)：225-257.

An elasto-plastic constitutive model of rock based on the disturbed state concept theory

WU Gang，HE Guo-liang

(*Department of Civil Engineering*，*Shanghai Jiaotong University*，*Shanghai* 200240，*China*)

Abstract：The relative intact (RI) state of rock is modeled with the hierarchical single-surface (HISS) model，and the fully adjusted (FA) state of rock is defined as a rigid perfectly plastic state. The behavior of material consists of the two states. By defining the disturbed function，an elasto-plastic constitutive model of rock is established based on the disturbed state concept (DSC). Uniaxial and triaxial compressive failure tests of Jiaozuo sandstone specimens are performed with an RMT-150B rock mechanics test system. The proposed constitutive model is used to predict the mechanics response of the sandstone specimens. The results show that the proposed constitutive model can simulate the complete stress-strain curves of sandstone specimens.

Key words：rock；elasto-plasticity；constitutive model；disturbed state concept

·简讯·

第四届亚洲土工合成材料学术与展览会在上海召开

由国际土工合成材料学会中国委员会与中国土工合成材料工程协会主办、上海勘测设计研究院与浙江大学承办的第四届亚洲土工合成材料学术与展览会于 2008 年 6 月 17 ~ 20 日在上海展览中心举行. 会议主要以特邀演讲、专题演讲、邀请报告、论文介绍、展览会和技术参观等形式展开. 会议主题是“土木工程与环境工程中的土工合成材料”. 会议议题包括：土工合成材料的基本原理与特性；土工合成材料的测试与标准；土体加固与改良；渗透、排水与侵蚀的控制；垃圾填埋场与其他环境工程；自然灾害的工程防预、减灾和修复；土工包容系统(土工管袋、土工包等)；交通(公路、铁路、隧道、港口、机场等)；水利工程结构(大坝、河道、水库等)；工程实例介绍等. 展览会的展览范围包括：土工织物、土工合成材料、复合土工合成材料及相关各类产品；各类土工合成材料所需原材料；各类土工合成材料的生产、加工、机械设备；土工合成材料测试仪器、设备；土工合成材料施工工艺与装备；土工合成材料理论研究与创新成果；土工合成材料工程应用、技术设计、技术研究、技术咨询、技术服务以及与土工合成材料技术相关的其他内容.

(本刊编辑部供稿)