

DOI :10.3876/j.issn.1000-1980.2008.05.022

混凝土坝裂缝失稳扩展判据

包腾飞¹, 周 扬²

(1. 河海大学水利水电工程学院, 江苏 南京 210098; 2. 中国长江电力股份有限公司, 湖北 宜昌 443002)

摘要: 由于混凝土坝裂缝在失稳扩展前常发生亚临界扩展, 难以测量混凝土坝裂缝尖端张开位移, 且通过试验获得稳定的临界裂缝尖端张开位移比较困难, 因此不能直接应用裂缝尖端张开位移理论分析混凝土坝裂缝失稳扩展. 针对该问题, 推导了裂缝开度与裂缝尖端张开位移之间的几何关系, 通过类比建立了一个基于实测的裂缝开度 δ 的裂缝失稳扩展判据, 提出了以统计学原理及小概率法确定判据中临界裂缝开度 δ_c 的方法, 并给出了确定临界裂缝开度 δ_c 的具体步骤. 研究表明, 该判据具有一定的适用性和可操作性, 能直接应用于大坝的安全管理.

关键词: 混凝土坝 裂缝 断裂准则 裂缝尖端张开位移

中图分类号: TV642 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1980(2008)05-0683-06

混凝土坝中普遍存在裂缝. 据我国首次对已建的 96 座混凝土大坝安全定期检查, 发现几乎所有的大坝都存在裂缝, 有 70 余座大坝的裂缝可能危及大坝安全. 裂缝是混凝土坝老化和病变的主要反映, 对混凝土坝安全的危害很大, 严重的裂缝会影响大坝的强度和稳定, 破坏其整体性和抗渗性, 加速混凝土的老化, 降低混凝土的耐久性, 危及建筑物的安全运行. 在混凝土坝的运行过程中, 裂缝的稳定性问题始终是大坝安全监测的核心内容之一, 判断混凝土坝裂缝是否发生失稳扩展常采用应力强度因子准则(即 K 准则). 当应力强度因子 $K_I > K_{Ic}$ 时, 裂缝发生失稳扩展, 其中 K_{Ic} 为材料的临界应力强度因子或平面应变断裂韧度, 可由试验测定. 然而, 混凝土断裂韧度存在明显的尺寸效应, 而且应力强度因子与裂缝监测资料难以建立起联系.

1963 年, Wells^[1] 提出以裂缝初始缝端的张开位移作为断裂参量, 判别裂缝失稳扩展的近似工程方法. 不考虑裂缝体的形状、尺寸、受力大小和方式, 当裂缝尖端张开位移(crack tip opening displacement, CTOD)达到临界值 s_{CTOD_c} 时, 裂缝开始扩展. 临界裂缝尖端张开位移是表征材料性能的常数, 由试验得到. 裂缝尖端张开位移是表征弹塑性应力场、应变场的单一参量, 也是唯一可以直接测量的力学参量, 其临界值 s_{CTOD_c} 可作为金属材料弹塑性断裂韧度指标. 目前, 裂缝尖端张开位移已成为金属材料一个有效的断裂参数, 国内外已为其制定了相应的试验规范^[2-3]. 鉴于裂缝尖端张开位移概念在金属材料中的成功应用, 一些研究者将 CTOD 理论引入到混凝土断裂分析中, 通过采用大尺寸试件试验, 测得了与试件尺寸无关的临界裂缝尖端张开位移^[4-6], 并认为临界裂缝尖端张开位移可作为控制混凝土断裂的一个重要材料参数^[5-8]. 对于混凝土坝这样的大尺寸混凝土结构, 裂缝评定问题采用 CTOD 理论是可行的, 但在实际应用中还存在着一些困难, 主要有: (a) 测定稳定的临界裂缝尖端张开位移需要采用大尺寸试件进行断裂试验, 这在普通实验室难以实现; (b) 用常规测定临界裂缝尖端张开位移的方法, 需要事先测出混凝土的塑性旋转因子, 但至今还没有一个有意义的测定塑性旋转因子的方法^[5]; (c) 测量混凝土坝裂缝尖端张开位移非常困难, 因为混凝土裂缝在发生失稳扩展前常发生亚临界扩展^[9], 裂缝初始缝端的准确位置难以确定; (d) 采用数值计算方法确定的裂缝尖端张开位移, 其可信度值得怀疑. 如, 采用有限元方法计算混凝土坝的裂缝尖端张开位移, 其结果受单元的类型、位移模式、边界条件、断裂模型等的影响. 综上所述, CTOD 理论不能直接应用到混凝土坝裂缝失稳扩展分析中, 需要建立合适的失稳扩展判据.

收稿日期: 2008-05-18

基金项目: 国家自然科学基金-雅砻江水电开发联合基金(50539030) 国家自然科学基金(50539010 50579010 50539110) 国家科技支撑计划(2006BAC14B03) 中国水电顾问集团项目(CHC-KJ-2007-02) 河海大学科技创新基金(2013/406069)

作者简介: 包腾飞(1974—), 男, 湖北黄冈人, 副教授, 博士, 主要从事水工结构安全监控研究.

在大坝安全监测中,常在裂缝处布置一些测缝计,测量裂缝的张开位移,即裂缝开度 δ . 裂缝开度 δ 测量的不是裂缝尖端张开位移,但是它们之间存在着几何关系. 据此,本文以实测资料为依据,建立一个较实用且基于裂缝开度 δ 的裂缝失稳扩展判据,并给出临界裂缝开度 δ_c 的确定方法. 这种失稳扩展判据不需要采用大尺寸试件试验确定临界裂缝尖端张开位移,也不需要测量或计算裂缝尖端张开位移. 虽然 δ_c 与临界裂缝尖端张开位移之间有紧密的联系,但它们之间也有区别. 临界裂缝尖端张开位移是混凝土材料性能常数,而 δ_c 除了与材料性能有关外,还与测缝计的布置位置有关.

本文根据裂缝开度 δ 与裂缝尖端张开位移之间的关系,提出一种裂缝失稳扩展判据,最后探索该判据中临界裂缝开度 δ_c 的计算原理与方法,并对确定 δ_c 的具体步骤给出了示例.

1 混凝土坝裂缝失稳扩展判据及其各指标的确定

由于应力强度因子准则(K 准则)无法与裂缝开度 δ 建立联系,CTOD 准则也不能作为裂缝失稳扩展判据,因此,本文基于 δ 的实测资料,建立一个实用的、可操作性强的裂缝失稳扩展判据.

1.1 裂缝开度 δ 与裂缝尖端张开位移的关系

在大坝安全监测中,为了监测混凝土坝裂缝发展演变情况,常在裂缝处布置测缝计以测量裂缝开度. 测缝计的典型布置如图 1 所示:一种是沿裂缝扩展方向布置,另一种是在裂缝口布置.

本文以沿裂缝扩展方向布置为例,说明裂缝开度与裂缝尖端张开位移之间的几何关系,如图 2 所示.

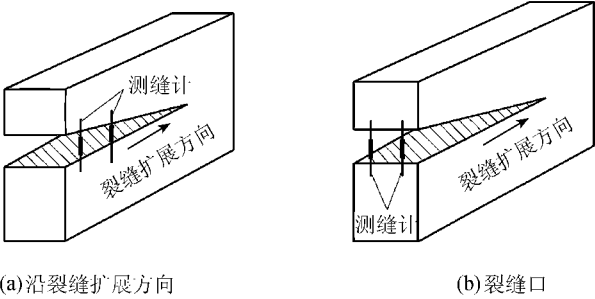


图 1 测缝计布置示意图

Fig.1 Sketch of typical layout of joint meters

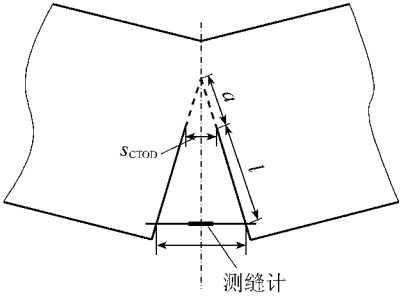


图 2 δ 与裂缝尖端张开位移的关系

Fig.2 Relationship between δ and s_{CTOD}

由图 2 几何关系,得:

$$\delta = \left(1 + \frac{l}{a}\right) s_{CTOD}$$
 (1)

式中: l ——测缝计到裂缝初始缝端的距离,一旦测缝计布置好后, l 为一定值; a ——裂缝亚临界扩展长度; s_{CTOD} ——裂缝尖端张开位移.

由式(1)可以看出,裂缝开度 δ 与裂缝尖端张开位移之间存在着确定性数量关系.

1.2 裂缝失稳扩展判据

由式(1)可得

$$s_{CTOD} = \frac{\delta}{\left(1 + \frac{l}{a}\right)}$$
 (2)

形式上可以采用式(2)计算初始裂缝尖端张开位移,然后用 CTOD 准则判断裂缝是否发生失稳扩展. 事实上,裂缝在失稳扩展之前发生了缓慢的亚临界扩展,而测量亚临界扩展长度 a 是非常困难的. 另外,裂缝的亚临界扩展也使探测裂缝初始缝端产生困难,造成测缝计到初始缝端之间距离 l 无法确定. 因此,用式(2)反算裂缝尖端张开位移是不可行的.

由式(1)可以注意到:当裂缝发生失稳扩展时,裂缝尖端张开位移达到临界值 s_{CTOD_c} . 与此同时, δ 也应该达到临界值 δ_c . 因此可以避开裂缝尖端张开位移,直接利用 δ 建立裂缝失稳扩展判据:当 $\delta < \delta_c$ 时,裂缝处于稳定状态;当 $\delta = \delta_c$ 时,裂缝处于临界状态;当 $\delta > \delta_c$ 时,裂缝发生失稳扩展.

1.3 临界裂缝开度 δ_c 的确定

1.3.1 基本原理

坝体运行多年,经过各种荷载组合的考验,裂缝发生失稳扩展可视为 1 个小概率事件^[10],即在 δ 的变化过程中,其达到 δ_c 的概率应该是很小的.本文利用小概率法确定 δ_c .在实测资料中,选择不利荷载组合时的裂缝开度 x_i, x_i 为随机变量.由观测资料序列可得到 1 个子样数为 n 的样本空间:

$$X = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\} \tag{3}$$

估计样本的统计参数,如对于正态分布可估计均值 $\bar{x}$ 和方差 σ :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \tag{4}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \right)} \tag{5}$$

然后,用统计检验方法对其进行分布检验,确定其概率密度 $f(x)$ 的分布函数 $F(x)$.

令 x_c 为裂缝开度的临界值,当 $X > x_c$ 时,裂缝发生失稳扩展,其概率为

$$P(X > x_c) = \alpha_c = \int_{x_c}^{+\infty} f(x) dx \tag{6}$$

求出 x_i 的分布后,利用裂缝失稳概率 α_c ,可由分布函数直接求出 x_c . α_c 是一个先验概率.目前,在大坝安全监测领域中已经积累了大量的裂缝原型观测资料,利用这些资料可以统计分析得到 α_c .

1.3.2 样本序列的统计分布

1.3.2.1 子样的选择

裂缝尖端张开位移是间接反映缝端应力场、应变场的一个参量,而裂缝开度 δ 与裂缝尖端张开位移存在着确定性关系,因此,裂缝开度 δ 与裂缝尖端张开位移具有同等含义.缝端过大的应力与应变会导致裂缝扩展,此时相应的裂缝开度 δ 也大,因而 δ 的大小与裂缝的稳定有直接联系.为此,选择观测资料序列中每年 δ 的最大值作为样本,记每年 δ 的最大值为 $x_i (i = 1, \cdots, n)$.

1.3.2.2 统计分布函数的选择

样本的直方图法是通过观察随机变量 X 密度分布函数的形状来主观判断结果,没有一个客观的标准.因此,本文采用统计分布检验来选择分布函数.假设实测数据近似服从正态分布、威布尔分布、伽玛分布 3 种不同的分布函数,其统计参数的估计采用极大似然法.

本文将经验分布函数定义为

$$F_n(x) = \begin{cases} 0 & (x < x_{(1)}) \\ \frac{i}{n} & (x_{(i)} \leq x < x_{(i+1)}) \\ 1 & (x \geq x_{(n)}) \end{cases} \tag{7}$$

式中 $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \cdots \leq x_{(n)}$ 为样本 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 的次序统计量.

1.3.2.3 统计分布函数的拟合性检验

在参数统计问题中,总是假定总体分布为某种类型的分布.但这个假定本身需要根据样本来检验.为了反映实际数据与原假设分布之间拟合的优劣程度,还应当进行分布函数拟合检验.

a. Kolmogorov-Smirnov 拟合检验 简称 K-S 检验^[11],对检验连续分布函数小样本数据较为精确.可检验经验分布函数与所拟合的分布函数之间的差异是否显著.

设 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 是从某总体 x 中抽取的样本, $F(x)$ 是 x 总体分布函数,希望通过 $F(x)$ 来检验假设:

$$H_0: F_0(x) = F(x) \quad H_1: F_0(x) \neq F(x)$$

式中 $F_0(x)$ 为某个已知的分布函数.

由于 $F(x)$ 是未知的,因此由 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 构造经验分布函数 $F_n(x)$,对 $F(x)$ 进行估计,并令:

$$D_n^* = \sup_{-\infty < x < +\infty} |F_n(x) - F_0(x)| = \max_{1 \leq k \leq n} \{ |F_n(x_k) - F_0(x_k)|, |F_n(x_{k+1}) - F_0(x_k)| \} \tag{8}$$

对已给定的显著水平 α ,查表可得 $D_n^*(\alpha)$,将它与 D_n^* 相比较,若 $D_n^* < D_n^*(\alpha)$,则接受 H_0 假设,否则拒绝 H_0 假设.

b. A^2 和 W^2 拟合检验^[12] 即从经验分布函数出发,导出其他有用的统计量,用这些统计量来进行检验假设。 A^2 和 W^2 拟合检验在某些方面比 K-S 拟合检验更为优越。K-S 拟合检验是用经验分布函数 $F_n(x)$ 和总体分布函数 $F(x)$ 差的上确界作为两者之间差别的一种度量。根据函数空间的观点,用式(9)来度量两者之间的差别更为明显。即

$$Z = n \int_{-\infty}^{\infty} [F_n(x) - F(x)]^2 \varphi(x) f(x) dx$$

(9)

式中: $f(x)$ ——总体分布函数 $F(x)$ 的概率密度函数; $\varphi(x)$ ——某个适当的函数。

若令 $\varphi(x) \equiv 1$,相应的统计量叫做 W^2 ,则有:

$$W^2 = n \int_{-\infty}^{+\infty} [F_n(x) - F(x)]^2 f(x) dx$$

(10)

或

$$W^2 = n \sum_{k=1}^{\infty} [F_n(x_k) - F(x_k)]^2 p_k$$

(11)

若令 $\varphi(x) = [F(x)(1 - F(x))]^{-1}$,相应的统计量叫做 A^2 ,则有:

$$A^2 = n \int_{-\infty}^{+\infty} [F_n(x) - F(x)]^2 [F(x)(1 - F(x))]^{-1} f(x) dx$$

(12)

或

$$A^2 = n \sum_{k=1}^{\infty} [F_n(x_k) - F(x_k)]^2 [F(x_k)(1 - F(x_k))]^{-1} p_k$$

(13)

对已给定的显著水平 α ,查表可得 $A_n^2(\alpha)$ 和 $W_n^2(\alpha)$ 。当 $A_n^2 < A_n^2(\alpha)$ 和 $W_n^2 < W_n^2(\alpha)$ 时,接受假设。

1.3.2.4 确定最优拟合分布

在选定的分布函数经过拟合检验后,一般可以有几种形式的分布函数。通常在概率纸上用相关系数的大小来区分最优拟合分布。但是相关系数并不是由曲线模型的残差平方和最小得到的,而是由变量替换所得的线性模型的残差平方和最小得到的。按式(14)定义的相关指数 R^2 是由每个观测值与相应拟合的分布函数值的残差平方和计算,因而能判断所配曲线拟合的好坏。

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n [F_n(x_i) - F_0(x_i)]^2}{\sum_{i=1}^n [F_n(x_i) - \overline{F_n}(x_i)]^2}$$

(14)

式中: $F_n(x_i)$ ——样本 x_i 的经验分布函数值; $F_0(x_i)$ ——样本 x_i 的已知分布函数值。

R^2 的数值越大,即 R^2 越接近 1,表明经验分布函数与拟合分布函数的差别越小,因此相关指数通常作为最后确定最优拟合分布的重要指标。

一旦确定最优拟合分布函数,就可以利用式(6)确定临界裂缝开度 δ_c ($\delta_c = x_c$),其流程如图 3 所示。

2 实例分析

陈村拱坝 18 号坝段 105 高程裂缝的 I 测点,以 1977 ~ 2001 年每年的最大测值作为样本序列,对应于不利荷载工况的集合见表 1。

表 1 裂缝开度年最大值统计

Table 1 Annual maximum values of crack opening

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
最大值/mm	2.84	3.07	3.19	3.2	3.09	3.33	3.15	3.43	3.37	3.09	3.27	3.39	3.51
序号	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
最大值/mm	3.47	3.73	3.65	3.95	3.63	3.75	3.81	3.73	3.77	3.77	3.77	3.69	

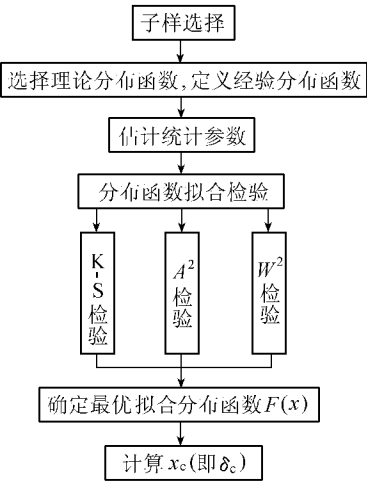


图 3 确定 δ_c 的流程

Fig.3 Flowchart of determination of critical crack opening δ_c

设样本序列服从正态分布、威布尔分布和伽玛分布。
正态分布的分布函数形式为

$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

(15)

威布尔分布的分布函数形式为

$$F(x) = 1 - e^{-(\lambda x)^{\alpha}}$$

(16)

伽玛分布的分布函数形式为

$$F(x) = \int_0^x \frac{\lambda (\lambda x)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} dx$$

(17)

首先,采用极大似然法对正态分布、威布尔分布、伽玛分布 3 个分布函数的统计参数进行估计,然后进行分布检验。统计检验方法分别采用相关系数检验、K-S 检验、 A^2 和 W^2 检验,并由相关指数 R^2 来确定其最优分布。其中,显著水平 $\alpha = 0.05$ 。表 2 为样本序列的统计分布检验结果,其中临界值 $D_n^*(\alpha) = 0.2641, A^2(\alpha) = 2.4920, W^2(\alpha) = 0.4610, r_c = 0.3810$ 。

从表 2 可以看出,相关系数和相关指数的值都大于 0.9,说明所采用的理论分布函数对样本序列的拟合是合理的。统计分布拟合检验结果表明,用正态分布、威布尔分布和伽玛分布拟合样本序列的概率分布函数都通过了严格的检验。图 4 是正态分布、威布尔分布和伽玛分布与经验分布之间的关系曲线。

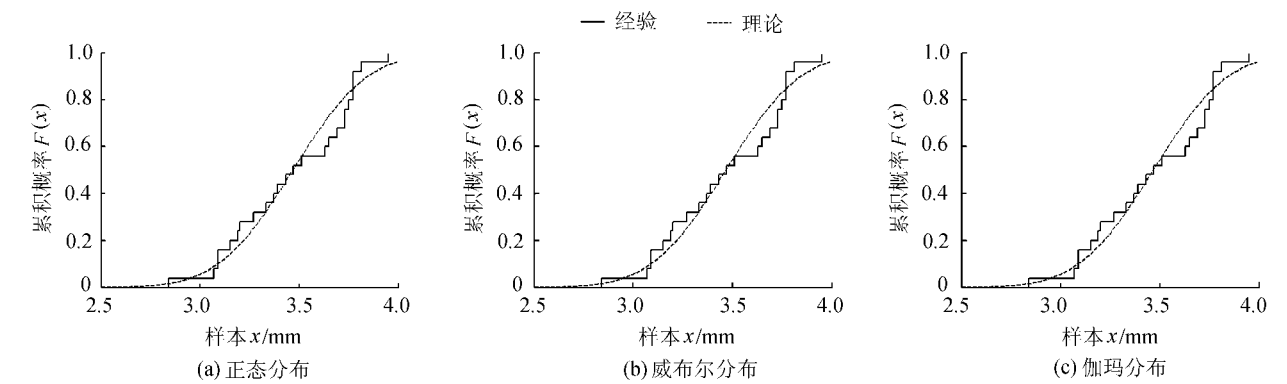


图 4 理论分布与经验分布关系曲线

Fig.4 Relationship between theoretical statistical distribution and empirical distribution
理论上说,正态分布、威布尔分布、伽玛分布都可作为样本序列的分布函数,但正态分布的相关指数最大,因此,最优分布为正态分布。其统计参数分别为 $\mu = 3.4660, \sigma = 0.2968$ 。

根据 1.3 节的理论,临界裂缝开度可由式(18)确定

$$F(X > x_c) = \alpha_c = \int_{x_c}^{+\infty} \frac{1}{0.2968 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3.4660)^2}{0.17618}} dx$$

(18)

得 $\delta_c = x_c = 4.16 \text{ mm}$

由本文的方法确定的 δ_c 可作为监测陈村大坝 105 高程裂缝发生失稳扩展的限值。

3 结 论

由于混凝土断裂韧度存在明显的尺寸效应,而且 CTOD 理论不能直接应用于混凝土裂缝失稳扩展分析,因此,寻找一种合适的断裂准则成为不少学者努力探索的目标。本文从大坝安全监测的角度,建立了一个裂缝失稳扩展判据,并给出了该判据中临界裂缝开度 δ_c 的计算原理与方法,为分析裂缝的稳定性提供了一种新的思路。由于确定临界裂缝开度 δ_c 非常困难,本文只是给出了一种可能的方法,如何更合理地确定 δ_c 需要进一步研究。

参考文献:

- [1] WELLS A A. Application of fracture mechanics and at beyond general yielding[J]. British Welding Journal, 1963, 10(10) 563-570.
- [2] JB/T 4291—1999, 焊接接头裂纹张开位移 (CTOD) 试验方法[S].
- [3] ASTM E1290—1999, Standard test method for crack-tip opening displacement (CTOD) fracture toughness measurement[S].
- [4] VISALVANICH K, NAAMAN A E. Fracture methods in cement composites[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1981, 107(6) 1155-1171.
- [5] 徐世烺, 赵国藩. 混凝土裂缝稳定扩展过程与临界裂缝尖端张开位移[J]. 水利学报, 1989(4) 33-44.
- [6] 吴智敏, 赵国藩. 混凝土裂缝扩展的 $CTOD_c$ 准则[J]. 大连理工大学学报, 1995, 35(5) 699-702.
- [7] JENQ Y S, SHAH S P. A fracture toughness criterion for concrete[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1985, 21(5) 1055-1069.
- [8] JENG Y S, SHAH S P. Two parameter fracture model for concrete[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1985, 111(10) 1227-1241.
- [9] 于晓中, 张玉美, 郭桂兰. 混凝土断裂能 G_F [J]. 水利学报, 1987(7) 30-37.
- [10] 吴中如. 水工建筑物安全监控理论及其应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002 332-360.
- [11] 孙芳垂, 陈星焘, 胡世平. 工程规划中的概率概念[M]. 北京: 冶金工业出版社, 1985 129-134.
- [12] 方开泰. 统计分布[M]. 北京: 科学出版社, 1987 197-211.

A fracture criterion for cracks in concrete dams

BAO Teng-fei¹, ZHOU Yang²

(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China ;

2. China Yangtze Power Co., Ltd., Yichang 443002, China)

Abstract : It is difficult to measure the crack tip opening displacement (CTOD) of a concrete dam because the subcritical propagation of the crack often occurs before the fracture does. It is also difficult to obtain the stable critical crack tip opening displacement ($CTOD_c$) through fracture tests, so the $CTOD_c$ criterion cannot be directly applied to analysis of the fracture of cracks in concrete dams. Taking aim at this problem, the relationship between crack opening and crack tip opening displacement is derived. According to the relationship, a fracture criterion is presented based on the measured crack opening δ . Then, the method of determining the critical crack opening δ_c is developed based on the statistics principle and the low probability method. At last, an example is given to demonstrate the steps of determining the critical crack opening. The results show that the new criterion is practical and applicable to dam safety management.

Key words : concrete dam ; crack ; fracture criterion ; crack tip opening displacement