

DOI: 10.3876/j.issn.1000-1980.2008.06.016

基于细观力学的混凝土有效弹性性能预测

何巨海, 张子明, 艾亿谋, 倪志强

(河海大学土木工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要:假定混凝土材料为由骨料和砂浆组成的二相复合材料,建立了混凝土随机骨料模型。按骨料与砂浆基体的弹性性能比值生成骨料较硬和较软两类试件进行有限元数值试验,系统研究了混凝土有效弹性性能预测中多种细观力学方法的优劣及各细观力学方法的适用范围。将细观力学方法预测结果与有限元数值试验得到的结果进行比较,并对这些细观力学方法预测精度及其变化规律进行了讨论。数值试验结果表明,当骨料体积和骨料与砂浆弹性模量比较大时,细观力学方法预测的结果误差较大,需要研究新的方法预测混凝土的有效弹性性能。

关键词:细观力学; 混凝土; 有效弹性模量; 数值模型

中图分类号: TU528.0

文献标识码: A

文章编号: 1000-1980(2008)06-0801-05

混凝土材料性能的研究对于充分发挥材料强度、提高工程结构的安全性都具有十分重要的意义,其弹性模量是结构分析和设计中的重要参数,国内外学者提出了多种模型来预测弹性模量与混凝土细观结构组分及相应力学性能的关系,以达到对混凝土材料进行优化设计的最终目的^[1-5]。将细观力学研究方法引入混凝土研究,既丰富了传统研究以试验为主的模式,也提供了进一步考虑混凝土内部力学行为和破坏机理的新途径。在预测混凝土宏观性能时,视其为骨料和水泥砂浆基体组成的二相复合材料,将 Fortran 语言与 AutoCAD 中的 Visual Lisp 结合,建立混凝土随机骨料模型,并采用 Marc 进行有限元分析,最后用细观力学中的稀疏分布模型、Mori-Tanaka 法、自洽法、广义自洽法和微分法对数值混凝土模型的有效弹性模量进行预测。本文通过 5 种细观力学方法预测结果与有限元数值试验比较,研究了各细观理论方法预测混凝土有效模量的适用性。

1 细观力学方法

1.1 稀疏分布模型

稀疏分布模型不考虑夹杂之间的相互影响,即假定夹杂的平均应变为嵌于无限弹性体中单颗夹杂的应变,并假设基体和夹杂均为连续、均匀和各向同性线弹性体,夹杂随机分布,代表体积单元的宏观响应也是各向同性的。由于不考虑夹杂之间的相互作用,则代表体积单元的有效性能可看作是单夹杂情况的简单叠加。对仅由夹杂和基体组成的二相复合材料,其有效体积模量 K 和有效剪切模量 μ 为

$$\frac{K}{K_0} = \left[1 + f \left(\frac{K_0}{K_0 - K_1} - \alpha \right) \right]^{-1} \quad \frac{\mu}{\mu_0} = \left[1 + f \left(\frac{\mu_0}{\mu_0 - \mu_1} - \beta \right) \right]^{-1} \quad (1)$$

其中
$$\alpha = \frac{1 + \nu_0}{3(1 - \nu_0)} \quad \beta = \frac{2(4 - 5\nu_0)}{15(1 - \nu_0)}$$

式中: K_0, μ_0 和 K_1, μ_1 ——基体和夹杂的有效体积模量和有效剪切模量; ν_0 ——基体的泊松比; f ——夹杂体积比。

1.2 Mori-Tanaka 法

Mori-Tanaka 法^[6]将夹杂嵌于无限大的基体之中,并假定受到的远场应力不是外部施加的应力,而是考虑了其他夹杂影响的有效应力(即基体的平均应力),所以这种方法也称为有效场方法。利用 Eshelby 等效夹杂原理^[7]和平均应力场方法,可得到复合材料的有效刚度张量:

收稿日期: 2007-11-23

基金项目: 国家自然科学基金(50808066)

作者简介: 何巨海(1981—),男,江苏宝应人,硕士研究生,主要从事混凝土基本理论及数值模拟研究。

$$L = L_0(I + fH)^{-1} \tag{2}$$

其中

$$H = \{L_0 + \Delta L[fI - (1 - f)S]^{-1}\} \Delta L \quad \Delta L = L_1 - L_0$$

式中: L ——复合材料的有效刚度; L_1, L_0 ——夹杂和基体的刚度; S ——四阶 Eshelby 张量; I ——四阶单位张量.

球形颗粒增强二相复合材料的有效体积模量 K 和有效剪切模量 μ 为

$$\frac{K}{K_0} = 1 + \frac{f(K_1 - K_0)}{K_0 + \alpha(1 - f)(K_1 - K_0)} \quad \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \frac{f(\mu_1 - \mu_0)}{\mu_0 + \beta(1 - f)(\mu_1 - \mu_0)} \tag{3}$$

1.3 自洽法

Kroner^[8]提出自洽法,并用来研究多晶体材料的弹性性能,Hill^[9]和 Budiansky^[10]进一步将其应用于复合材料有效弹性模量的预测.自洽法假定夹杂嵌于‘等效基体’之中,此‘等效基体’的模量为均匀化有效模量.球形颗粒增强二相复合材料的有效体积模量 K 和有效剪切模量 μ 为

$$\frac{K}{K_0} = 1 + \frac{f[(K_1/K_0) - 1]}{1 + \bar{\alpha}[(K_1/K) - 1]} \quad \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \frac{f[(\mu_1/\mu_0) - 1]}{1 + \bar{\beta}[(\mu_1/\mu) - 1]} \tag{4}$$

其中

$$\bar{\alpha} = \frac{1 + \nu}{3(1 - \nu)} \quad \bar{\beta} = \frac{2(4 - 5\nu)}{15(1 - \nu)} \quad \nu = \frac{3K - 2\mu}{2(3K + \mu)}$$

式中 ν 为复合材料的泊松比.

显然,式(4)是关于复合材料有效模量 K 和 μ 的非线性代数方程组,必须采用数值方法求解.

1.4 广义自洽法

广义自洽法假定将一个夹杂及周围的基体嵌入无限大有效介质内.这相当于将一个简化了的代表体积单元嵌入复合材料中,因此,广义自洽法比自洽法更合理,但也增加了问题求解的难度.对于圆球形夹杂嵌于各向同性基体之中的二相复合材料,有效体积模量为

$$\frac{K}{K_0} = 1 + \frac{f(K_1 - K_0)}{K_0 + (1 - f) \frac{1 + \nu_0}{3(1 - \nu_0)}(K_1 - K_0)} \tag{5}$$

有效剪切模量 μ 的解析表达式非常复杂,其 Taylor 展开式为

$$\frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \alpha_\mu f + \frac{2(4 - 5\nu_0)}{15(1 - \nu_0)} \alpha_\mu^2 f^2 + \frac{4(4 - 5\nu_0) + 54}{225(1 - \nu_0)^2} \alpha_\mu^3 f^3 - \frac{12}{25(1 - \nu_0)^2} \alpha_\mu^3 f^{11/3} + o(f^4) \tag{6}$$

其中

$$\alpha_\mu = (\mu_1 - \mu_0) / \left[\mu_0 + \frac{2(4 - 5\nu_0)}{15(1 - \nu_0)} (\mu_1 - \mu_0) \right]$$

1.5 微分法

微分法起初用于研究悬浮液体的性能,后来被 McLaughlin^[11]等进一步发展,用来研究复合材料有效性能.微分法假定体积为 V_0 的均匀基体材料,其刚度张量为 L_0 .从基体中取出微量体积 δv_0 ,并用 δv_0 的夹杂填充,则均匀化后的有效刚度为 $L_0 + \delta L$ 如此重复,直至夹杂含量达到所需体积比.据此可建立复合材料有效模量与基体、夹杂的弹性性能,及夹杂体积比之间的微分关系.球形颗粒增强二相复合材料的有效体积模量 K 和有效剪切模量 μ 的微分方程组为

$$\frac{dK}{df} = \frac{(K_1 - K)(3K + 4\mu)}{(1 - f)(3K_1 + 4\mu)} \quad \frac{d\mu}{df} = \frac{5\mu(\mu_1 - \mu)(3K + 4\mu)}{(1 - f)[(9K + 8\mu) + 6\mu_1(K + 2\mu)]} \tag{7}$$

初始条件为: $K|_{f=0} = K_0, \mu|_{f=0} = \mu_0$. 式(7)为高度非线性且耦合的微分方程组,需采用数值方法求解.

根据复合材料有效体积模量 K 和有效剪切模量 μ , 复合材料的有效弹性模量 $E = 9K\mu / (3K + \mu)$.

2 混凝土随机骨料模型

混凝土骨料分为细骨料和粗骨料.骨料按粒径分为小石(5 ~ 20 mm)、中石(20 ~ 40 mm)、大石(40 ~ 80 mm)、特大石(80 ~ 150 mm),它们依次称为一、二、三、四级配,当混凝土配比中包含这 4 种级配时,称为全级配混凝土.通常三级配骨料包含大石(40 ~ 80 mm)、中石(20 ~ 40 mm)、小石(5 ~ 20 mm) 3 个级配骨料,小于 5 mm 的骨料按砂浆计.为使混凝土产生最优化的结构密度,常采用富勒曲线来确定各粒径颗粒比例.富勒曲线是骨料在混凝土中的空间曲线,基于概率统计,Walraven 将富勒级配曲线转化为试件内截面具有骨料直径

$D < D_0$ 的内截圆出现的概率^[12] :

$$P_c(D < D_0) = P_k[1.065(D_0/D_{\max})^{1/2} - 0.053(D_0/D_{\max})^4 - 0.0012(D_0/D_{\max})^6 - 0.0045(D_0/D_{\max})^8 + 0.0025(D_0/D_{\max})^{10}]$$

(8)

式中 : D_0 ——筛孔直径 ; $D_{\max}$ ——最大骨料颗粒直径 ; P_k ——骨料体积占试件总体积的百分比.

随着计算机运行速度的提高,用有限元分析混凝土力学性能越来越受到重视^[13],而采用这种方法的前提就是建立数值混凝土模型.取 $300 \times 300 \text{ mm}^2$ 的正方形试件,取 $D = 50 \text{ mm}, 30 \text{ mm}$ 和 10 mm 为大、中和小石的代表粒径.根据式(8)计算各粒径骨料的颗粒数,并按蒙特卡罗方法生成随机骨料模型,见图 1.

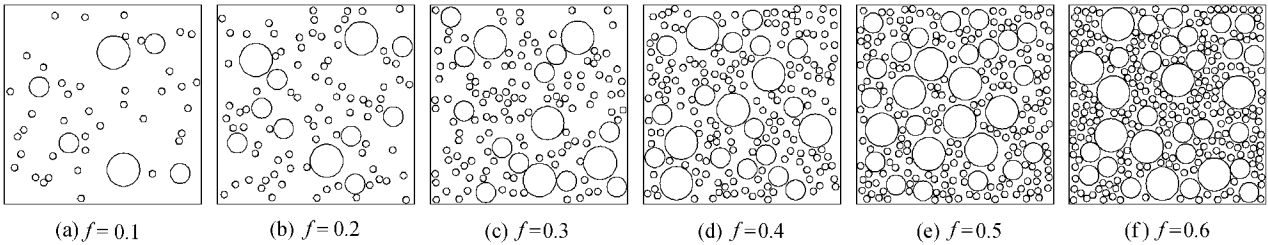


图 1 二相混凝土随机骨料数值模型

Fig.1 Numerical model for random aggregate of two-phase concrete

在有限元商业软件 Marc 中,对试件施加均匀应力边界条件,应用顶面位移法求出复合有效弹性模量.取砂浆和骨料的泊松比均为 0.2,砂浆的弹性模量 E_0 取为 23 GPa.将骨料设为较硬和较软 2 种情况进行试验:(a)假定夹杂比砂浆硬的情况,取骨料的弹性模量 E_1 为 $5E_0, 10E_0, 100E_0$;(b)假定骨料比砂浆软的情况,取骨料弹性模量 E_1 为 $(1/5)E_0, (1/10)E_0, (1/100)E_0$.依次取 $f = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ 和 0.6 进行计算.

3 各种方法的比较与讨论

图 2 给出了骨料与砂浆基体弹性模量比 E_1/E_0 取不同值时,采用混凝土有限元数值试验得到的有效弹

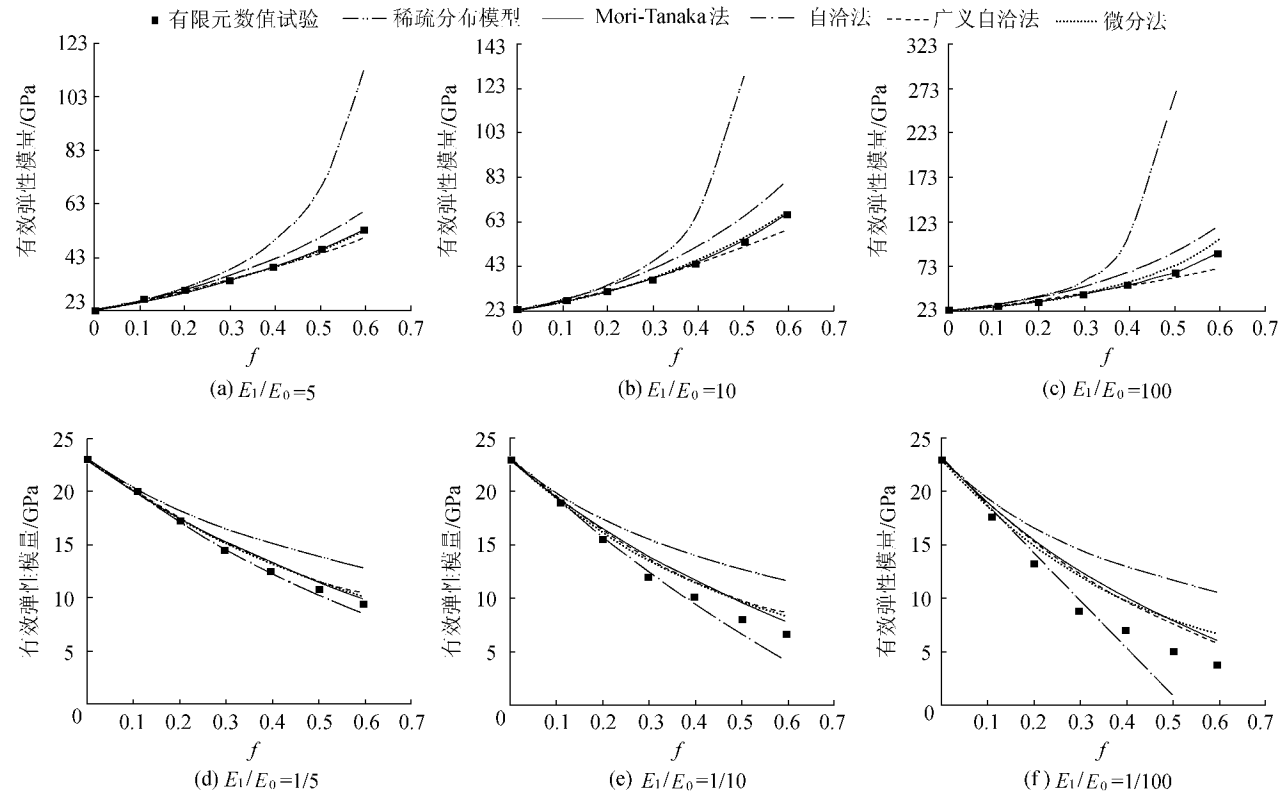


图 2 各细观力学方法预测结果与有限元数值试验结果比较

Fig.2 Comparison between predicated result by mesomechanical method and simulated result by finite element method

性模量与用不同细观力学理论方法预测结果的比较情况.由图2可得到:

a. 稀疏分布模型假定夹杂的平均应变为孤立夹杂嵌于无限大基体内的应变,而不考虑其他夹杂的影响,这就要求夹杂颗粒的体积比足够小,即颗粒间距足够大.比较结果表明,稀疏分布模型只在 f 很小时,预测结果才是可信的.

b. 当夹杂比基体硬(软)时,复合材料的有效弹性模量 E 比基体弹性模量 E_0 高(低),比夹杂弹性模量低(高).若假定夹杂置于弹性模量为 E_0 的无限大介质中,且施加相同均匀应力边界条件,则高(低)估了夹杂的应变,因此稀疏分布模型低(高)估了复合材料有效弹性模量;而自洽法将夹杂置于有效弹性模量为 E 的参考介质中,且施加相同的边界条件,则低(高)估了夹杂的应变,因此高(低)估了复合材料的有效刚度.因此在硬(软)骨料情况下,且 f 很小时,稀疏分布模型预测结果小(大)于有限元数值试验结果;而自洽法的预测结果大(小)于有限元数值试验结果.

c. 骨料较硬时,自洽法优于稀疏分布模型;而当骨料较软时,在其他几种方法预测结果都不好的情况下,自洽法在 E_1/E_0 不太大,且 f 较小时,预测的结果最好.研究^[14]表明,在预测含孔洞的弹性体的有效性能时,自洽法预测的有效性能出现零刚度现象,从比较结果可以看出,在 E_1/E_0 趋于零、 f 达到0.5时,自洽法预测的有效弹性模量趋于零.

d. Mori-Tanaka法通过改变远处应变或应力来考虑介质相互作用.骨料较硬时,这种考虑夹杂之间及夹杂与基体之间的相互影响的方法效果比较好,在 E_1/E_0 不是很大, f 也不是很大时,预测的结果精度较高;但在骨料较软的情况下,Mori-Tanaka法预测结果与有限元数值试验结果误差较大.

e. 在概念上,广义自洽法确实是对自洽法的改进,能较好考虑夹杂之间以及夹杂与基体之间的相互作用.从比较结果来看,在骨料较硬时,广义自洽法在 f 不是很大时,预测结果与有限元数值试验结果吻合较好,明显好于自洽法;骨料较软时,预测结果不是很好.

f. 微分法给出的表达式涉及高度非线性且耦合的微分方程组,给应用带来不便,但其微量替换的微分思想具有较好的精度.在骨料较硬、 f 不是很大时,预测结果与有限元数值试验结果较吻合,随着 f 的增大,预测结果大于有限元数值试验结果,这可能是因本文采用微分-自洽的思路进行求解造成的;骨料较软时,微分法不能给出较满意的估计.

g. 对于这几种细观力学方法,预测结果与有限元数值试验结果的误差都随着骨料与基体的弹性模量之比的增加而加大.随着 f 的增大,预测结果与有限元数值试验结果的误差也逐步增加.

4 结 语

(a)细观力学中的稀疏分布模型、Mori-Tanaka法、自洽法、广义自洽法和微分法在预测二相混凝土复合材料弹性性能时,需对 E_1/E_0 和 f 对预测精度的影响进行系统的理论分析;(b)尽管现有经典细观理论方法已经考虑了夹杂之间及夹杂与基体之间的相互作用,但考虑的程度不是过大就是过小,需提出更精确反映这种作用的假定,才能从本质上解决细观力学方法的缺陷;(c)对混凝土有效弹性模量预测还要考虑界面薄弱层和混凝土的初始缺陷,如孔隙、裂纹等的影响,目前的研究大都基于特殊情况的假定之上,如复合球模型等.因此,真正将细观力学方法应用于混凝土材料,还需要做进一步研究.

参考文献:

- [1] 马怀发,陈厚群,黎保琨.混凝土细观力学研究进展及评述[J].中国水利水电科学研究院学报,2004,2(2):124-130.
- [2] 张子明,张研,宋智通.基于细观力学方法的混凝土热膨胀系数预测[J].计算力学学报,2007,24(6):806-810.
- [3] 杨勇,任青文.钢纤维混凝土力学性能试验研究[J].河海大学学报:自然科学版,2006,34(1):92-94.
- [4] 陈龙,顾冲时.碾压混凝土坝层内弹性模量分布规律研究[J].河海大学学报:自然科学版,2005,33(4):409-412.
- [5] 杨成球,吴政.全级配混凝土基本力学特性试验研究[J].水利水电科技进展,2000,20(3):29-32.
- [6] MORI T, TANAKA K. Average stress in matrix and average of materials with misfitting inclusions[J]. Acta Metall, 1973, 21: 571-574.
- [7] 张研,张子明.材料细观力学[M].北京:科学出版社,2008:69-71.
- [8] KRONER E. Berechnung der elastischen Konstanten des Vielkristalls aus den Konstanten des Einkristalls[J]. Z Phys, 1958, 151: 504-518.
- [9] HILL R. Theory of mechanics of fiber-strengthened materials(III): self-consistent model[J]. J Mech Phys Solids, 1965, 13(4): 189-198.
- [10] BUDIANSKY B. On the elastic module of some heterogeneous materials[J]. J Mech Phys Solids, 1965, 13(4): 223-227.

[11] MCLAUGHLIN R. A study of the differential scheme for composite materials[J]. Int J Engng Sci, 1977, 15: 237-244.
[12] 高政国, 刘光廷. 二维混凝土随机模型研究[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2003, 43(5): 710-714.
[13] 杜成斌, 孙立国. 任意形状混凝土骨料的数值模拟及其应用[J]. 水利学报, 2006, 37(6): 662-667.
[14] WILLIS J R. Bounds and self-consistent estimates for the overall properties of anisotropic composites[J]. J Mech Phys of Solids, 1977, 25: 185-202.

Prediction of effective elastic properties of concrete based on mesomechanics

HE Ju-hai, ZHANG Zi-ming, AI Yi-mou, NI Zhi-qiang
(College of Civil Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Assume that the concrete is a kind of two-phase composite material composed by aggregate and mortar, a concrete random aggregate model were established. Numerical experiments on two kinds of aggregated specimens, that is, hard and soft specimens generated according to the ratio of elastic properties of aggregate and mortar, were conducted based on the finite element methods. The applicability of several mesomechanical methods in predicting the effective properties of concrete was then studied. The effective elastic moduli predicted by the mesomechanical methods were compared with those derived by the numerical experiments. The prediction accuracy and the variation laws of the mesomechanical methods were discussed. The numerical results show that when the aggregate volume and the ratio of elastic moduli of aggregate to mortar are relatively large, the results predicted by the mesomechanics methods are of large errors, and new methods should be provided to predict the effective properties of concrete.

Key words: mesomechanics; concrete; effective elastic modulus; numerical model

《水利经济》征订启事

中国科技核心期刊 全国水利系统优秀期刊 全国农业系统优秀期刊

(邮发代号 28-252, CN32-1165/F, 双月刊)

《水利经济》是河海大学与中国水利经济研究会共同主办的以技术性为主、兼顾学术性和管理性的科技期刊。《水利经济》1983 年创刊, 是全国唯一的水利经济研究方面的专业性期刊。经国家科委批准, 国内外公开发行。

主要刊登内容: 水利经济学理论、水利工程建设中的经济效益、社会效益和环境效益评价与分析, 水利工程经济评价和财务评价, 以及水利工程资本运作与费用分摊研究、水利工程管理研究, 以及水利事业和水利建设的管理体制、改革研究、水库移民经济研究、农业经济研究、生态与环境经济研究, 生态建设领域中的水资源可持续发展研究等。

主要读者对象: 从事水利经济、水利水电技术、经济管理、生态、环境、农业经济及管理工作的有关工程技术人员、科研人员、管理人员以及高等院校师生。

订阅办法: 读者可通过邮局订阅, 也可直接汇款至编辑部订阅。每期定价 6 元, 全年 6 期共计 36 元。

编辑部地址: 210098 南京市西康路 1 号 河海大学《水利经济》编辑部

联系电话/传真: (025) 83786350

E-mail: jj@hhu.edu.cn

网址: http://kkb.hhu.edu.cn/index_jj.htm