

DOI: 10.3876/j.issn.1000-1980.2008.06.017

颗粒材料力学特性的数值模拟

郭培玺^{1,2}, 俞 缙³, 林绍忠⁴, 程展林⁴, 周 密⁴

(1 河海大学岩土工程科学研究所, 江苏 南京 210098; 2. 中冶集团武汉勘察研究院有限公司, 湖北 武汉 430080;
3. 南京水利科学研究院岩土工程研究所, 江苏 南京 210024; 4. 长江科学院, 湖北 武汉 430010)

摘要: 针对颗粒介质特殊的力学特性, 研究了二维颗粒堆积体中力的传递与分布, 应用离散元理论建立数值模拟模型, 并计算了堆积体中的接触力。结果表明, 计算结果与物理试验现象较为吻合, 在模拟中同时反映了颗粒介质中的拱效应和双峰现象。

关键词: 颗粒材料 力学特性 颗粒流 应力-应变关系 数值模拟

中图分类号: TU441⁺.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1980(2008)06-0806-04

岩土材料中, 颗粒介质较为普遍, 如砂粒、粗粒料等, 它们组成了大量的颗粒介质集合。颗粒介质的实际应用相当广泛, 采矿业中煤和矿石的开采运输, 建筑业中砂石料在地基、路基中的使用以及铁路工程中的道渣铺设等。颗粒堆积体通常是一个自然的非线性系统, 颗粒与颗粒之间无黏性连接, 没有变形协调约束, 颗粒集合具有很强的动态性和多变性。随着外界因素的变化, 系统通过“自组织”对各种扰动作出反应, 其工程性能也随之改变。颗粒介质具有许多复杂而奇异的特性, 如应力链、崩塌、剪胀性等, 对它们的研究具有重要的基础科学意义和工程应用价值^[1]。

岩土工程中都采用连续介质弹塑性理论处理颗粒堆积体的静力问题, 但是近年的研究表明, 块状颗粒组成的颗粒堆积体内部力的分布并不满足连续介质弹性理论, 颗粒堆积体与连续介质有着不同的力学特性。由于离散特征, 粗粒料的很多现象都难以用现有的连续体力学理论予以解释。应力、应变, 这些连续介质中的变量在离散颗粒系统的每一点都不连续, 只具有统计意义。

数值模拟可以获得粗粒料的细观力学行为, 形成离散颗粒的本构关系。但是单纯的数值模拟, 或者是试验都无法完整地反映粗粒料的特性, 只有将两者结合才是比较好的研究方法。本文将数值模拟结果与物理试验现象进行对比, 尝试反映其颗粒介质的特性, 如拱效应和双峰现象。

1 颗粒堆积体中力的传递

颗粒堆积体中有序对称排列的二维颗粒堆积体大多是由相互接触的、同一尺寸和同一形状的统一小颗粒体组成, 加压实验是将颗粒堆装入一个带有水平底面的刚性框内, 通过施加一个垂直的集中荷载, 观察颗粒堆积体中力扩散的范围, Goldenberg 描述的有序对称排列颗粒介质集合中荷载力传递的路径如图 1 所示, 说明了颗粒堆积体中主要力的传递分布在两侧^[2]。

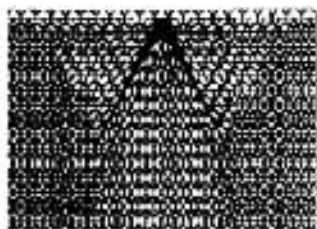


图 1 颗粒堆积体中力的传递
Fig.1 Force transfer in granular packs

蒋红英等^[2]应用随机理论, 建立了一个二维有序对称排列的颗粒堆积体中力的传递模型。在有序对称排列的柱状颗粒堆积体中每个颗粒承受来自上面两邻近颗粒传递下来的力, 同样又将力传递给下面的两邻近颗粒, 如图 2 中位于 $(x_0, z_0 + \Delta z)$ 位置上的颗粒 1 将力传递给它下层 $(x_0 - \Delta x, z_0)$ 位置上的颗粒 2 和 $(x_0 + \Delta x, z_0)$ 位置上的颗粒 3。

根据能量传递原理, 推导传导-扩散方程为

收稿日期: 2007-12-12

基金项目: 国家自然科学基金委员会、二滩水电开发有限责任公司雅砻江水电开发联合研究基金(50639050)

作者简介: 郭培玺(1979—), 男, 甘肃兰州人, 博士研究生, 主要从事岩石力学与工程及数值模拟研究。

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{C}{2} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{D}{2} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \tag{1}$$

其中, $\frac{C}{2}, \frac{D}{2}$ 分别为力波动能 ϵ_i 在 x 方向的偏移系数和扩散系数.

若 (x_0, z_0) 为力 $F(0)$ 所在的初始位置, 则转移概率密度为

$$p[x, z | x_0, z_0] = \frac{1}{\sqrt{\pi \frac{d}{2\sqrt{3}} |z - z_0|}} \exp \frac{-\left[x - x_0 - \frac{1}{2\sqrt{3}} (2m - 1) |z - z_0|\right]^2}{\frac{d}{2\sqrt{3}} |z - z_0|} \tag{2}$$

式(2)表示作用在初始位置 (x_0, z_0) 处的力波动能 ϵ_i 在传导到位于 (x, z)

位置颗粒上的概率. 力波动能 ϵ_i 在 x 方向的平均位移为 $\frac{1}{\sqrt{3}} (2m - 1) |z -$

$z_0|$, 并伴随有 $\frac{d}{4\sqrt{3}} |z - z_0|$ 的 Gaussian 涨落. 可见, 力沿着颗粒堆积体深度下传时, 力波动能 ϵ_i 在 x 方向上的

转移受到常数 m 的控制, 而所到达平均位置的偏差程度随着颗粒堆积体深度的增加而加大. 当 $m = \frac{1}{2}$ 时 (对称分布), 偏移系数 $C = 0$, 扩散方程便退化为

$$\frac{\partial p(x, z)}{\partial z} = \frac{d}{8\sqrt{3}} \frac{\partial^2 p(x, z)}{\partial x^2} \tag{3}$$

由于颗粒堆积体中的搭拱效应及力波动能 ϵ_i 在 x 方向上的偏移, 使集中荷载力引起的内力传递随颗粒层深度增加向两边传导、扩散, 在一定深度范围内, 集中力作用线处 (颗粒堆积体的中心位置) 不是受力最大位置. 因此, 该模型在定性上与实验现象吻合得较好.

2 PFC^{2D}基本原理

PFC^{2D} (particle flow code in 2 dimensions) 即二维颗粒流程序, 通过离散单元方法来模拟圆形颗粒介质的运动及其相互作用. 最初, 这种程序是研究颗粒介质特性的一种工具, 它采用数值方法将物体分为有代表性的数百个颗粒单元, 期望利用这种局部的模拟结果来研究边值问题连续计算的本构模型. 以下 2 个因素促使 PFC^{2D} 方法产生变革与发展: (a) 通过现场试验来得到颗粒介质本构模型相当困难; (b) 随着微机功能的逐步增强, 用颗粒模型模拟整个问题成为可能, 一些本构特性可以在模型中自动形成. 因此, PFC^{2D} 便成为用来模拟固体力学和颗粒流问题的一种有效手段^[3-5].

颗粒流方法以牛顿第二定律与力-位移定律为基础, 对模型进行循环计算. 通过力-位移定律把相互接触的两部分的力与位移联系起来, 颗粒流模型中接触形式有‘颗粒-颗粒’接触与‘颗粒-墙体’接触 2 种.

对于颗粒-颗粒接触, 定义接触平面的单位法向量 n_i 为

$$n_i = \frac{x_{Bi} - x_{Ai}}{d} \tag{4}$$

式中: x_{Ai}, x_{Bi} ——颗粒 A 和 B 中心位置向量; d ——颗粒中心距离,

$$d = |x_{Ai} - x_{Bi}| \tag{5}$$

接触点处的叠合量可以表示为

$$U_n = \begin{cases} R_A + R_B - d & \text{(颗粒-颗粒)} \\ R_\varphi - d & \text{(颗粒-墙体)} \end{cases} \tag{6}$$

式中: U_n ——接触‘重叠量’; R_φ ——颗粒 φ 的直径.

接触点的位置可以根据式(7)求得:

$$x_{Ci} = \begin{cases} x_{Ai} + (R_A - \frac{1}{2} U_n) n_i & \text{(颗粒-颗粒)} \\ x_{Bi} + (R_B - \frac{1}{2} U_n) n_i & \text{(颗粒-墙体)} \end{cases} \tag{7}$$

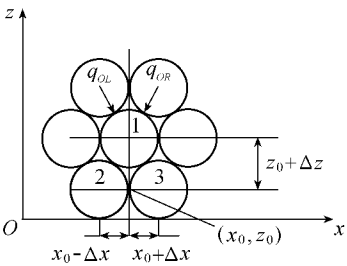


图 2 颗粒 1 将力传递给它下层的临近颗粒 2 和 3

Fig.2 Force transfer from Particle 1 to lower Particle 2 and Particle 3

接触力 F_i 可以分解为切向与法向分量：

$$F_i = F_{ni} + F_{si} \tag{8}$$

式中： F_{ni} ——法向分量； F_{si} ——切向分量。法向分量可以根据式(9)计算：

$$F_{ni} = K_n U_n n_i \tag{9}$$

式中 K_n 为接触点法向刚度矩阵,其值根据接触刚度模型计算.

3 颗粒流模拟

3.1 模拟模型

参照 Goldenberg 的模型,用 PFC^{2D}生成模拟模型,共 7 列 9 行,圆盘半径 0.1 m,如图 3 所示,圆形颗粒呈六边形排列,在顶部中间施加一向下的集中力.这个试验虽然简单,但是可以反映一个基本的问题,即粗粒料中力的传递,与传统意义上连续介质完全不同.

由图 3 可以看出,颗粒介质中力的传递与连续介质中力的传递存在很大区别.在顶部中间颗粒受集中力作用下,随深度的增加,内力向两边传递、扩散,同时在一定范围内,颗粒的中心位置并不是受力最大的位置.内力沿中心呈对称分布,近似成抛物线形,产生所谓的“拱效应”,这与物理试验是吻合的.

在某一水平面,以第 5 层(从上往下)为例,可以看出,力的传递在中间颗粒的两侧第 2 个颗粒具有最大值,这就是所谓的双峰现象(图 4,图 5).

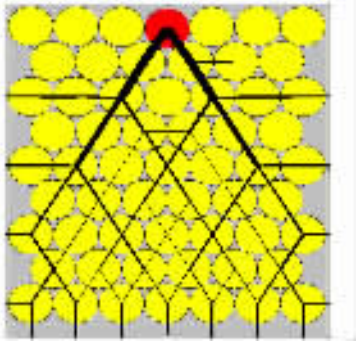


图 3 颗粒堆积体中力的传递模拟
Fig.3 Simulation of force transfer in granular packs

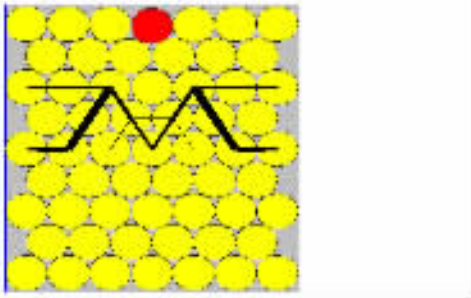


图 4 第 5 层颗粒的接触力

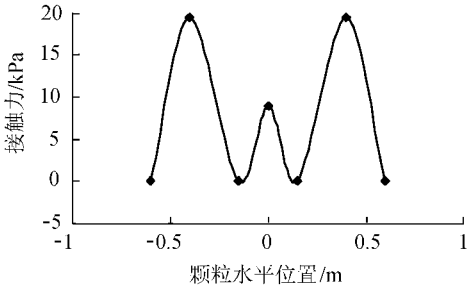


图 5 第 5 层颗粒接触力的竖向分力

Fig.4 Contact force of particles at the fifth layer

Fig.5 Vertical contact force of particles at the fifth layer

以第一排中间颗粒的形心为原点,向下为 y 轴,向右为 x 轴.图 6 是颗粒的位移图,可以看出,中心颗粒受力后,附近的颗粒向两边运动,往下与 y 轴大约 60° 方向,有 2 条比较明显的趋势线,说明颗粒的内力由上往下沿这 2 个方向传递,这与图 3 是一致的.

3.2 讨论

连续介质弹性理论中法向受集中荷载的半平面体的解析解为

$$\sigma_x = -\frac{2P}{\pi} \frac{x^2 y}{(x^2 + y^2)^2} \tag{10}$$

$$\sigma_y = -\frac{2P}{\pi} \frac{y^3}{(x^2 + y^2)^2} \tag{11}$$

$$\sigma_{xy} = -\frac{2P}{\pi} \frac{xy^2}{(x^2 + y^2)^2} \tag{12}$$

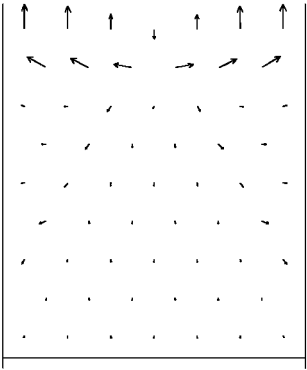


图 6 颗粒位移
Fig.6 Displacement of particles

由式(11),法向应力 σ_y 在 $x=0$ 处有最大值,但是本次模拟的结果说明,法向应力最大值并不在中心处,而是在中心两侧,由此说明将连续介质弹性理论应用于颗粒介质是不合适的.

通过数学模拟,应力 F 与坐标 x, y 的关系可以表示为

$$F=14.85+10.4x^{1.5}-13.56e^{-x}-11.25y-0.217y^2\ln y$$

(13)

以上只是数学拟合,不一定准确反映力学关系,但是可以认为是一次有意义的尝试.

4 结 论

- a. 二维颗粒堆积体受集中荷载作用,其内力传递与分布与连续体有很大区别,分布形式大致呈抛物线形,与经典弹性理论是不一致的.
- b. 根据颗粒堆积体应力链的传递线路可以看出内部力的分布,这说明在颗粒内部内力分布不均匀,并不是所有颗粒都受力.
- c. 组成堆积体的颗粒自身的形状及尺寸对堆积体内部的力的分布及有无拱效应有着很大的影响.
- 很多学者都试图从细观组构角度研究颗粒材料的力学特性^[6-11],上述模拟说明颗粒的排列方式对其力学性质产生了影响.沈珠江^[7]院士曾强调指出:土的结构性本构模型的建立将成为 21 世纪土力学的核心问题.因此今后的研究应该是进一步完善细观组构要素的量化问题以及将量化了了的细观组构要素与定量的力学性能很好地联系起来.

参考文献:

[1] 刘源,缪馥星,苗天德.二维颗粒堆积体中力的传递与分布研究[J].岩土工程学报,2005,27(4):468-473.

[2] 蒋红英,苗天德,鲁进步.二维颗粒堆中力传递的一个概率模型[J].岩土工程学报,2006,28(7):881-885.

[3] 周健,池永.颗粒流方法及 PFC2D 程序[J].岩土力学,2000,21(3):271-274.

[4] 周健,廖雄华.土的室内平面应变试验的颗粒流模拟[J].同济大学学报,2002,30(9):1044-1050.

[5] CUNDALL P A. PFC^{2D} User's manual, version 2.0[K]. Minnesota: Itasca Consulting Group Inc., 1990.

[6] 程展林,丁红顺.论堆石料力学试验中的不确定性[J].岩土工程学报,2005,27(10):1222-1225.

[7] 沈珠江.土体结构性的数学模型:21 世纪土力学的核心问题[J].岩土工程学报,1996,18(1):95-97.

[8] 秦红玉,史海峰,丰土根.粗粒料大型三轴试验研究中一些问题的探讨[J].河海大学学报:自然科学版,2001,29(增刊):120-123.

[9] 沈珠江.理论土力学[M].北京:水利水电出版社,2000.

[10] 吴为义.颗粒材料组构关系与本构关系的研究[D].武汉:武汉水利电力学院,1988.

[11] 钟晓雄,袁建新.颗粒材料的剪胀模型[J].岩土力学,1992,13(1):1-10.

Numerical simulation on mechanical properties of granular materials

GUO Pei-xi^{1,2}, YU Jin³, LIN Shao-zhong⁴, Cheng Zhan-lin⁴, Zhou Mi⁴

(1. Geo-technical Research Institute of Hohai University, Nanjing 210098, China ;

2. Wuhan Surveying-geotechnical Research Institute of China Metallurgical Construction Group, Wuhan 430080, China ;

3. Geotechnical Engineering Department, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210024, China ;

4. Yangtze River Scientific Research Institute, Wuhan 430010, China)

Abstract: For the special mechanical properties of granular materials, the transfer and distribution of the forces of two-dimensional granular packs were studied. A numerical model was established by use of the distinct element theory, and the contact forces in the packs were calculated. The simulated results agreed with the physical test phenomena. At the same time, the arching effect and two peak phenomena were also reflected during the simulation process.

Key words: granular material; mechanical property; particle flow code; stress-strain relationship; numerical simulation