

DOI :10.3876/j.issn.1000-1980.2009.01.013

基于均匀设计思想的结构优化方法

张 慧 ,陈国荣

(河海大学土木工程学院 江苏 南京 210098)

摘要 : 为了寻求新的优化设计方法 , 引进了均匀设计——一种仅考虑试验点在试验范围内均匀散布的试验设计方法 . 对均匀设计表进行了一定的改进 , 提出了余表的构想 . 余表提供了优化过程中可能的迭代方向 , 解决了搜索方向的问题 . 借助配方试验设计思想提出了配方设计表的设计方案 , 利用此方案探讨了最佳初始迭代点的选择问题 . 通过算例考察了体积约束条件下两端简支和两端固支轴向受压柱的屈曲优化问题 , 给出了优化后柱体的形状 . 结果表明 , 均匀设计思想可以用于结构优化设计问题 .

关键词 : 结构优化设计 ; 均匀设计 ; 余表 ; 临界载荷 ; 屈曲

中图分类号 : O224 文献标识码 : A 文章编号 : 1000-1980(2009)01-0062-04

结构优化设计的目标在于寻求既安全又经济的结构形式 . 至今结构优化设计已给工程界带来了巨大的经济效益 , 且由于有限元的应用相对成熟和计算机的广泛应用 , 人们对结构优化设计的研究和应用更加关注 . 目前已有多种结构优化设计的算法 , 如优化准则法 , 数学规划法 , 遗传算法等^[1-8] . 为了寻求新的算法 , 本文借鉴了现代试验设计方法^[9-10] . 试验设计总是力求用最少的试验次数达到最佳试验效果 , 这与优化的思想一致 . 20 世纪 70 年代以来 , 我国广为流传和普遍使用的“优选法”和“正交设计”都是科学的试验方法 . “优选法”是单变量的最优调试法 , 因此不是一个很精确的近似方法 . “正交设计”可安排多因素试验 , 但当设计变量较多时 , 使用此法不太现实 . 王元等^[9]提出了一种仅考虑试验点在试验范围内均匀散布的试验设计方法——“均匀设计” . 采用“均匀设计”安排试验时 , 每个因素的每个水平仅需做 1 次试验 , 这解决了用最短时间和最少次数达到完整全面的试验效果这一难题 . 均匀设计已广泛应用于军事工程、医药工业、化学工业和电子工业等诸多领域 , 并取得了显著成效 . 本文尝试将均匀设计原理和方法引入结构优化设计问题 , 并取得了较好的结果 .

1 均匀设计

均匀设计是通过均匀设计表^[10]进行试验设计的 . 均匀设计表记为 $U_L(L^n)$. 其中 : L 表示试验数 , 也表示表的行数 ; n 表示列数 . 本文采用的均匀设计表是用“好格子点法”构造的 : 给定试验数 L , 寻找 $h(h < L)$, 使 L 与 h 互质 , h 的个数决定表的列数 .

若在某项试验中要求各因素相加为一定值 , 则需做配方试验 . 方开泰^[10]采用均匀设计思想做了配方设计 , 生成了配方均匀设计表 , 即 $UM_L(L^n)$. 其中 UM 表示配方均匀设计 . 具体生成方法是 : 给定 L , 生成均匀设计表 $U_L(L^n)$, 取表中前 $n-1$ 列元素组成 $U_L(L^{n-1})$, 新表中的元素记为 q_{ki} , 计算 $C_{ki} = (q_{ki} - 1/2)/L$, 其中 $k = 1, 2, \dots, L$; 再计算

$$\begin{cases} x_{ki} = n(1 - C_{ki}^{n-i}) \prod_{j=1}^{i-1} C_{kj}^{n-j} \\ x_{ki} = n \prod_{j=1}^{n-1} C_{kj}^{n-j} \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, n-1; k = 1, 2, \dots, L)$$

收稿日期 : 2008-01-16

基金项目 : 国家自然科学基金(10502019)

作者简介 : 张慧(1971—) , 女 , 安徽怀远人 , 讲师 , 博士研究生 , 主要从事结构优化与设计研究 .

式中 $\{x_{ki}\}$ 给出了对应 L, n 的配方均匀设计表.

本文还提出了一种带约束的设计方案 :由均匀设计表中每个元素乘以某因子后 ,每行因素相加为一定值 ,由此生成的表命名为配方设计表 ,记为 $UU_L(L^n)$,其中元素 $x_{ij} = u_{ij}n / \sum_{j=1}^n u_{ij}$. 配方设计表与相应的均匀设计表具有相同的均匀性.

2 均匀设计在结构优化中的应用

通常 ,优化需要 3 要素 :初始迭代点、迭代步长和搜索方向 . 给定初始迭代点后 ,可通过构造余表来提供可能的迭代方向 .

给定 L ,生成配方均匀表 $UM_L(L^n)$,其中每行元素之和都等于 n ,将每个元素减去 1 后得到的表称为余表 ,记为 $UN_L(L^n)$,其中元素为 η_{ij} ,可知 $\sum_{j=1}^n \eta_{ij} = 0$.

余表的意义在于 :给定一组变量 $u_1, u_2, \dots, u_n$,且满足 $\sum_{i=1}^n u_i = n$,将其与余表某行元素的倍数(ε)叠加后得到一组值 $u_{i1}^*, \dots, u_{in}^*$,且满足 $\sum_{j=1}^n u_{ij}^* = \sum_{j=1}^n (u_i + \varepsilon \eta_{ij}) = n$. 由此可见 , ε 相当于迭代步长 ,余表则从均匀性的角度提供了几种可能的优化方向 .

3 算 例 分 析

3.1 体积约束条件下轴向受压柱的屈曲优化问题

将柱沿轴向等分成 n 段 .对于第 i 段柱体 ,稳定性问题的基本方程为

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + k_i^2 \frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \quad x \in [\beta_{i-1}, \beta_i] \tag{1}$$

$$k_i^2 = \frac{Pl^2}{D_i}$$

式中 : x ——轴向坐标轴 ; y ——柱的挠度 ; β_i ——第 i 段柱体末端的坐标值 ; D_i ——第 i 段柱体的抗弯刚度 ; P ——轴向压力 ; l ——柱的轴向长度 . 令同体积等截面柱的抗弯刚度为 D_0 ,有 $k_0^2 = Pl^2/D_0$.

由阶梯折算法^[11]导出的第 i 段杆由矩阵表示的各量间的关系为

$$\begin{bmatrix} y(\beta_i) \\ \theta(\beta_i) \\ \frac{M(\beta_i)l}{D_0} \\ \frac{Q(\beta_i)l^2}{D_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{n} & \frac{1}{k_i^2 \delta_i} (F_1 - 1) & \frac{1}{k_i^3 \delta_i} (F_2 - k_i/n) \\ 0 & 1 & -\frac{1}{k_i \delta_i} F_2 & \frac{1}{k_i^2 \delta_i} (F_1 - 1) \\ 0 & 0 & F_1 & \frac{1}{k_i} F_2 \\ 0 & 0 & -k_i F_2 & F_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(\beta_{i-1}) \\ \theta(\beta_{i-1}) \\ \frac{M(\beta_{i-1})l}{D_0} \\ \frac{Q(\beta_{i-1})l^2}{D_0} \end{bmatrix} \tag{2}$$

其中 $\delta_i = D_i/D_0$ $F_1 = \cos(k_i/n)$ $F_2 = \sin(k_i/n)$

式中 : M ——弯矩 ; Q ——剪力 .

将矩阵方程 (2) 从 $\beta_0 = 0$ 至 $\beta_1 = 1$ 进行传递 ,可得

$$F(1) = A \cdot F(0) \tag{3}$$

这里令 $A = (a_{ij})_{4 \times 4}$.

由式 (3) 可求出各种边界条件下变截面柱屈曲问题的特征方程 . 本文具体考虑 2 种边界条件 :

a. 两端简支柱体 ,决定其临界载荷的特征方程为

$$a_{12} a_{34} - a_{32} a_{14} = 0 \tag{4}$$

b. 两端固支柱体 ,决定其临界载荷的特征方程为

$$a_{13} a_{24} - a_{23} a_{14} = 0 \tag{5}$$

式(4)(5)可归结为形如

f(k_0, \delta) = 0 \tag{6}

的超越方程,其中 \delta=(\delta_1, \dots, \delta_n)^T.

假设柱宽度固定,高度是变化的矩形截面柱,则

\delta_i = \left(\frac{D_i}{D_0}\right)^3 = h_i^3 \tag{7}

式中 h_i 为变截面柱的相对厚度值.由体积约束条件知 \sum_{i=1}^n h_i = n.

综上所述,优化问题表述为

\begin{cases} \max(\min k_0) \\ \text{s.t. } f(k_0, \mathbf{h}) = 0 & \mathbf{h} = (h_1, \dots, h_n)^T \\ \sum_{i=1}^n h_i = n \\ h_i > 0 \end{cases} \tag{8}

3.2 优化过程及结果

3.2.1 优化过程

- a. 给定某一 L,生成余表 UN_L(L^n).将杆等分成 n 段,以 h_0=(1, 1, \dots, 1)^T (即等厚度杆)作为初始迭代点,选择合适的步长 \epsilon,将 h_0=(1, 1, \dots, 1)^T 与余表各行元素的 \epsilon 倍叠加后得到一新表,表中每行元素均代表了初步迭代后杆的一种厚度分布,这组厚度分布就代表了一个可能的迭代点.从新表 L 个可能的迭代点中选择最优点,并将最优点作为下一次迭代的起始点,重复上述过程,多次迭代得到一组较理想的厚度分布.
- b. 再生成配方设计表 UU_L(L^n),其中每行元素都代表了一组杆的厚度分布.从中找出分布规律与 a 迭代结果相似的一组厚度值.若无,则迭代结束;若有,就以此为新的初始迭代点,重复上述迭代过程(以下优化过程中均未考虑杆的强度问题)[12].

3.2.2 优化结果

3.2.2.1 两端简支柱体

同条件下的等截面柱的 k_0=3.1416,而优化后变截面柱的 \lambda=\max(\min k_0)=3.702,相比等截面情形提高了 17.84%.优化后柱的大致形状如图 1 所示, h_{\min}=0.19 在两端铰支座处, h_{\max}=1.23 在杆的跨中.

3.2.2.2 两端固支柱体

同条件下的等截面柱的 k_0=6.2832,而优化后变截面柱的 \lambda=\max(\min k_0)=7.23,相比等截面情形提高了 15%.优化后柱的大致形状如图 2 所示, h_{\min}=0.4044 在离固端 0.288 处, h_{\max}=1.27 在杆的跨中.



图 1 优化后两端简支柱的形状
Fig. 1 Optimum shape of simply supported columns

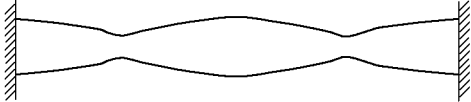


图 2 优化后两端固支柱的形状
Fig. 2 Optimum shape of fixed columns

4 结 语

为了合理地选择优化过程中的迭代方向,提出了余表的构想.从理论上讲,余表是从 n 维灵敏度空间中以均匀设计的思想寻求最佳搜索方向,利用均匀设计可以剔除灵敏度中非重要因素,这与优化中的灵敏度分析方法一致.为了寻求理想的初始迭代点,在均匀设计的基础上构造了配方设计表.算例表明,将均匀设计法用于结构优化问题是可行的.但将均匀设计引入结构优化问题只是一种尝试,仍有很多问题需要探讨,如迭代中步长如何最佳确定以及当所取单元数目不同时,各设计表之间如何建立联系等问题都是有待探索的问题.

参考文献：

- [1] OLHOFF N , TAYLOR J. On structural optimization[J]. Applied Mechanics , 1983 , 50(4b) :1139-1151.
- [2] FOLGADO J , RODRIGUES H. Structural optimization with a nonsmooth buckling load criterion[J]. Control Cybernetics , 1998 , 27(2) : 235-253.
- [3] HAN A E , OLHOFF N. Topology optimization of continuum structures : a review[J]. Applied Mechanics Review , 2001 , 54(4) :331-390.
- [4] ZHOU M , ROZVANY G I N. DCOC : an optimality criteria method for large system part II : algorithm[J]. Structural Optimization , 1992 , 6(3) :250-262.
- [5] SCHITTKOWSKI K , ZILLOBER C , ZOTENMANTEL R. Numerical comparison of nonlinear programming algorithms for structural optimization[J]. Structural Optimization , 1994 , 7(1) :1-19.
- [6] CHEN T Y. Improvements of simple genetic algorithm in structural design[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering , 1997 , 40(7) :1323-1334.
- [7] 陈芸. 拱形桁架最小重量设计中遗传算法的应用[J]. 河海大学学报 :自然科学版 , 2007 , 35(2) :205-208.
- [8] 杨迪雄 , 李刚 , 程耿东. 非线性函数的混沌优化方法比较研究[J]. 计算力学学报 , 2004 , 21(3) :257-262.
- [9] 王元 , 方开泰. 关于均匀分布与试验设计 :数论方法[J]. 科学通报 , 1981 , 26(2) :65-70.
- [10] 方开泰. 均匀设计与均匀设计表[M]. 北京 :科学出版社 , 1994.
- [11] 叶开沅 , 冯燕伟. 材料力学[M]. 北京 :高等教育出版社 , 1989.
- [12] 朱伯芳. 有限单元法原理及应用[M]. 北京 :中国水利水电出版社 , 1998.

Structural optimization based on concept of uniform design

ZHANG Hui , CHEN Guo-rong

(College of Civil Engineering , Hohai University , Nanjing 210098 , China)

Abstract : The uniform design , an experimental design method that the test points are uniformly scattered within the test range , was introduced in order to seek new optimum design methods. The uniform design table was modified and the concept of residual table was put forward. The residual table provided possible iteration direction during the process of optimization and solved the problem of seeding direction. Based on the design concept of a compound experiment , a design scheme for the compound was given to find the optimum initial iteration point. Two cases were employed to study the buckling optimum design of columns with simply supported ends and with fixed ends under volume constraint conditions. The optimum shapes of columns were given. The results show that the concept of the uniform design is efficient for the structural optimization.

Key words : structural optimization design ; uniform design ; residual table ; critical load ; buckling