

DOI :10.3876/j.issn.1000-1980.2009.01.026

车灯线光源设计的数值模拟

丁根宏¹,董增川²

(1. 河海大学理学院,江苏 南京 210098 2. 河海大学水文水资源与水利工程科学国家重点实验室,江苏 南京 210098)

摘要:利用小平面对逼近抛物面的方法研究车灯线光源的设计问题,通过在抛物面内内接小平面对模拟抛物面反射光线的汇聚作用.统计能反射光线到指定点的小平面的个数,算出该点的光强.在满足测试光屏两指定点光强大小的条件下,求出使线光源总功率最小的灯丝长度,并对结果的合理性进行了分析.

关键词:光源设计;汇聚作用;数值模拟;车灯

中图分类号:O242 文献标识码:A 文章编号:1000-1980(2009)01-0125-04

随着汽车工业的发展,车灯光源设计越来越受到人们的重视.大多数光源主要是安放在反射曲面中轴线上,但有一种新型的线光源被放置在反射面焦点垂线上.对于这种新型的线光源的优化设计,由于无法用解析方法求解,目前,多数文献^[1-9]通过数值模拟的方法求解该问题,但方法的正确性有待证明.本文通过在抛物面内内接小平面的方法模拟抛物面反射光线的汇聚作用,给出了详细的求解步骤,最后对该方法的合理性进行了验证.

1 问题的提出及分析

现有一车灯线光源设计问题^[4]描述如下:安装在汽车头部的车灯的形状为一旋转抛物面,车灯的对称轴水平地指向正前方,其开口半径 36 mm,深度 21.6 mm.经过车灯的焦点,在与对称轴相垂直的水平方向,对称地放置一定长度的均匀分布的线光源.要求在某一设计规范下确定线光源的长度,使线光源的功率最小.

该设计规范简述如下:在焦点 F 正前方 25 m 处的 A 点放置一测试屏,屏与 FA 垂直,用以测试车灯的反射光.在屏上过 A 点作一条与地面相平行的直线,在该直线 A 点的一侧取 B, C 两点,使 $AC = 2AB = 2.6$ m.要求 C 点的光强度不小于某一额定值, B 点的光强度不小于该额定值的 2 倍(只需考虑一次反射).

一般解决问题的思路如下:由解析方法分析得到线光源上发光点与反射面及测试屏之间的一系列反射方程.对于灯丝上的一点 S ,可通过抛物面上某反射点 R 将点 S 发出的光线反射到 B 点或 C 点,此处的反射点 R 并非为抽象意义上的点,而为一微元 D_1 . S 点发出的光线经反射后,在测试屏上得一微元 D_2 , D_2 和 D_1 之间有一个面积比,即为雅可比行列式的绝对值,而 D_1 处光强可求,所以 D_2 处的光强可求,最后对灯丝积分,得 B 点(C 点)处的光强.但是,用该解析方法解题有困难,对于抛物面上的某些点,其雅可比行列式的分母为 0,无法实现数值积分.因此,试图用解析方法求解该问题,目前理论上还不可行.

本文将抛物面进行离散化处理,利用内接小平面对模拟抛物面反射光线,统计反射光线平面镜的个数,进而求得测试屏上指定点的光强,经优化计算得到使功率最小的线光源长度.

2 内接小平面对逼近

2.1 建立坐标系

所建坐标系如图 1 所示.以车灯的底部为原点,以 FA 为 z 轴,与其垂直的过原点的水平线为 y 轴,根据右手法则可确定 x 轴,各坐标轴均以 mm 为单位.于是,在该坐标系下,车灯的抛物面方程可表示为 $x^2 + y^2 = 60z$.

收稿日期:2007-11-01

作者简介:丁根宏(1962—),男,江苏泰州人,副教授,主要从事优化控制和水文水资源研究.

图 1 中, S 为线光源上一点, R 为内接小平面镜上的反射点, M 为 S 关于小平面镜的镜像点.

2.2 用内接小平面镜逼近抛物面

分别以长度 Δx 和 Δy 等分 x 轴和 y 轴, xOy 平面被划分成若干网格. 规定网格中的上侧和右侧的边属于该网格, 另 2 条边不属于该网格. 将一网格的 4 个顶点 P_1, P_2, P_3 和 P_4 沿 z 轴投影到抛物面上, 得到抛物面上的 4 个点 Q_1, Q_2, Q_3 和 Q_4 . 容易证明 Q_1, Q_2, Q_3 和 Q_4 在同一平面上, 构成一个四边形, 记为 Ω . 将 Ω 看作是抛物面内接的一个小平面镜. 在灯丝上取定某一点 S 后, 以点 Q_1, Q_2, Q_3 和 Q_4 为反射点, 反射后在 $z = 25015$ 处的测试屏上得 4 个点 D_1, D_2, D_3 和 D_4 , 构成一个四边形, 不妨设为 Γ . 若四边形 Γ 包含 B 点(C 点), 则在平面镜 Ω 上存在唯一的一个反射点 Q , 把从点 S 发出的光线反射到 B 点(C 点).

固定灯丝上的 S 点, 对抛物面上小平面镜进行遍历, 若经一小平面镜将光线反射到 B 点(C 点), 则将平面镜计数 1 次, 于是得到可将此 S 点发出的光线反射到 B 点(C 点)的平面镜个数. 现将灯丝等分成若干小段, 对各小段均做上面的遍历, 就能得到从 S_i 发出的光线反射到 B 点(C 点)的平面镜总数 N_i , 这里 S_i 为长度微元, 近似为灯丝上的点光源.

因为旋转抛物面的大小相对于其到测试屏的距离很小, 故所有经抛物面反射到 B 点或 C 点的光线路长可分别近似取为 $L_B = \sqrt{25\,015^2 + 1\,300^2}$, $L_C = \sqrt{25\,015^2 + 2\,600^2}$.

设灯丝上一点 S_i 处的光强为 I_1 , 则经一块平面镜反射到测试屏上 B 点(C 点)处的光强为 $I_2 = \frac{I_1}{4\pi L^2}$ ^[10], 这里 L 为光线经过的路长, $I_2 N_i$ 即为灯丝上一点 S_i 发出的光线经所有平面镜反射后在 B 点(C 点)处的光强. 于是, 照此方法, 灯丝上各小段发出的光线经所有的平面镜反射后在 B 点(C 点)所形成的光强可求.

由物理学知, 任一光源发出的光强与该光源所消耗的功率成正比, 比例系数为常数 k . 设灯丝单位长度(每一小段)的功率为 w , 灯丝长为 m 个小区, B 和 C 两点的总光强分别为 I_B 和 I_C , 而 C 点的光强度不小于某一额定值 I_0 , 则可建立下列数学模型:

$$\begin{cases} \min P = mw \\ I_B \geq 2I_0 \\ I_C \geq I_0 \end{cases} \tag{1}$$

其中

$$I_B = kwN_B \frac{1}{4\pi L_B^2} \quad I_C = kwN_C \frac{1}{4\pi L_C^2}$$

这里 N_B 和 N_C 分别为将 m 个小区所发出的光线反射到 B 点和 C 点的平面镜数. 由于比例系数 k 为常数, 额定值 I_0 也为常数, 不妨设常数 k 和 I_0 均为 1, 因此约束条件可简化为 $I_B \geq 2, I_C \geq 1$.

下面讨论求解 N_B 和 N_C 的具体方法.

设线光源上的一点 S 的坐标为 $(0, y_s, 15)$, 内接平面镜 Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 4 个顶点的坐标按逆时针方向分别为 $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (x_3, y_3, z_3)$ 和 (x_4, y_4, z_4) , 则平面镜的法向量 $\mathbf{n} = \mathbf{Q}_1\mathbf{Q}_2 \times \mathbf{Q}_2\mathbf{Q}_3 = (x_1 + x_3, y_1 + y_3, -60)$, 并可由 S 的坐标及法向量 $\mathbf{n}$ 表示 S 关于平面镜的对称点 M 的坐标 (x_m, y_m, z_m) .

设光源上 S 点经小平面镜点 $R(x_r, y_r, z_r)$ 反射到测试屏上一点 D 的坐标为 (x_d, y_d, z_d) , 由于 M, R, D 共线, 从而满足 $\frac{x_d - x_r}{x_m - x_r} = \frac{y_d - y_r}{y_m - y_r} = \frac{z_d - z_r}{z_m - z_r}$, 故有

$$\begin{cases} x_d = x_r + [(x_m - x_r)(z_d - z_r)](z_m - z_r) \\ y_d = y_r + [(y_m - y_r)(z_d - z_r)](z_m - z_r) \end{cases} \tag{2}$$

在测试屏上 z_d 均为 25015, 从而灯丝上任一点 S 经平面镜上点 R 反射到测试屏上 D 的坐标 (x_d, y_d) 均可求得, 于是点 S 经小平面镜在测试屏上的投影范围可得到.

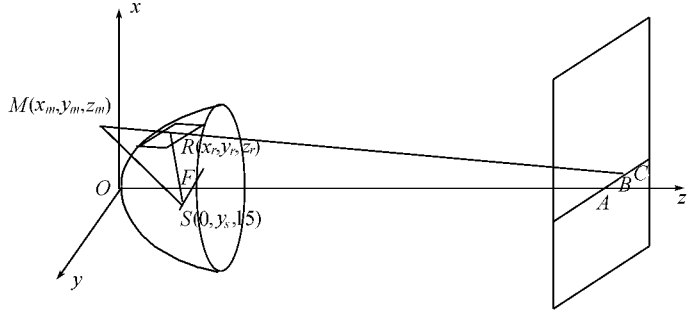


图 1 光线反射示意图

Fig. 1 Reflection of light rays

接下来判别测试屏上的投影是否包含 B 点或 C 点. 设按式(2)求出的该投影四边形 4 个顶点的坐标分别为 $D_1(x_{d1}, y_{d1}), D_2(x_{d2}, y_{d2}), D_3(x_{d3}, y_{d3})$ 和 $D_4(x_{d4}, y_{d4})$, 当下列 4 个不等式成立时, 可判定四边形包含 $U(x, y)$ 点.

$$\begin{cases} (x_{d2} - x_{d1})(y - y_{d1}) \geq (y_{d2} - y_{d1})(x - x_{d1}) \\ (x_{d3} - x_{d2})(y - y_{d2}) \geq (y_{d3} - y_{d2})(x - x_{d2}) \\ (x_{d4} - x_{d3})(y - y_{d3}) > (y_{d4} - y_{d3})(x - x_{d3}) \\ (x_{d1} - x_{d4})(y - y_{d4}) > (y_{d1} - y_{d4})(x - x_{d4}) \end{cases} \quad (3)$$

分别对 B 点或 C 点遍历线光源上点 S 同时遍历所有的小平面镜即可统计出 N_B 和 N_C .

2.3 运行结果

根据上述模型, 编制 2 个程序来计算平面镜的总数和总功率. 程序 1 统计出灯丝上不同点(离散为小段)发出的光线能反射到 B 点或 C 点的小平面镜总数, 部分结果见表 1.

表 1 中 $b_{\text{sum}}, c_{\text{sum}}$ 分别为从 S 反射到 B, C 的小平面镜总数. 表中数字为 0 表示此处灯丝上点光源无法经小平面镜反射到 B 点或 C 点.

程序 2 按以下思路来计算灯丝的最优长度: 设灯丝小段长度固定, 灯丝分成 m 小段(m 为变量), 取定一 m , 由式(1)中约束条件 $I_B \geq 2, I_C \geq 1$ 求出每小段功率的最小取值 w , 则对应的总功率为 mw . 比较不同 m 下对应的总功率, 找出最小总功率对应的段数, 该段数乘以小段的长度得灯丝的最优长度.

运行程序得一半灯丝(从焦点开始位于负轴的半根)的最优长度为 1.916 mm, 即灯丝的最优总长度为 3.832 mm, 此时功率最小.

3 合理性分析

已知抛物面方程为 $x^2 + y^2 = 60z$, 设在焦点 F 处有一发光点, 其光强为 1. 抛物面上有一点 Q 为反射点, FQ 的长为 L (图 2), 由光学原理知 Q 的光强理论值为 $\frac{1}{4\pi L^2}$. 光线经 Q 反射到测试屏上 D 点, 由于 QD 是一束平行光线, 故 D 的光强与 Q 的光强相等.

现用内接小平面镜来逼近抛物面. 设光线从焦点 F 经小平面镜反射到测试屏 D 所经过的路程为 L_1 , 焦点 F 处的光强为 1, 则在一块平面镜的反射下测试屏上点 D 处的光强为 $I = \frac{1}{4\pi L_1^2}$, TI 即为焦点 F 发出的光线经所有平面镜反射后在 D 处的光强模拟值, 这里 T 为从 F 反射到 D 的小平面镜总数, 由程序 1 求得.

表 2 给出了光强理论值与光强模拟值的比较结果.

表 1 光源上不同的 S 点发出的光线能反射到 B 点或 C 点的小平面镜总数

Table 1 Total number of small plane mirrors that can reflect rays to point B or C from different points S on light sources

y_s	b_{sum}	c_{sum}	y_s	b_{sum}	c_{sum}
-0.780	0	0	-1.564	1314	135262
-0.784	293080	0	-1.568	1286	83070
-0.788	156242	0			
-0.792	101052	0	-3.808	0	210
			-3.812	0	0
-1.560	1360	0			

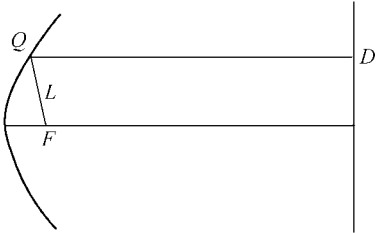


图 2 从焦点反射的一束平行光线
Fig. 2 Parallel light rays reflected from the focus

表 2 光强理论值与光强模拟值的比较

Table 2 Comparison between theoretical and simulated light intensities

例	QD 与 z 轴的距离/mm	FQ 的长 L /mm	测试屏上光强理论值	光线所经过的路程 L_1 /mm	小平面镜总数	测试屏上光强模拟值
1	30	30	$1.1111111 \times 10^{-3} / (4\pi)$	25030	695942	$1.11083959 \times 10^{-3} / (4\pi)$
2	20	65/3	$2.1301775 \times 10^{-3} / (4\pi)$	25030	1335492	$2.13166813 \times 10^{-3} / (4\pi)$
3	0	15	$4.4444444 \times 10^{-3} / (4\pi)$	25030	2702224	$4.44089386 \times 10^{-3} / (4\pi)$

从上面 3 例的比较结果来看, 理论值与模拟值的相对误差都小于 0.08%, 说明用内接小平面镜逼近抛物面来模拟抛物面反射光线汇聚作用的方法是比较合理的, 因而通过此方法计算所得的最小灯丝长度也具有

较高的可靠性.

4 结 语

通过在抛物面内内接小平面镜来模拟抛物面反射光线的汇聚作用,给出了求解指定点光强的方法,建立了数值优化模型,并求出最佳灯丝长度为 3.832 mm.利用特例分析验证了方法的合理性,为线光源的设计提供了一条新的有效解决问题的途径.

参考文献:

[1] 谭永基.车灯灯丝长度优化设计的数学模型和数值模拟[J].工程数学学报,2003,20(5):65-70.
[2] 张燕新,傅士太.关于车灯线光源优化设计的离散化解法[J].南京师范大学学报:自然科学版,2004,27(1):33-36.
[3] 赵良,管政,朱灵.计算机模拟在线光源车灯优化设计中的应用[J].灯与照明,2003,27(2):12-15.
[4] 邱望仁,黄祖庆.车灯线光源的离散法优化设计[J].数学的实践与认识,2004,34(1):103-107.
[5] 苟向锋,李万祥.车灯线光源设计及光照规律的计算机模拟研究[J].甘肃科技纵横,2003,32(1):25-26.
[6] 欧宜贵,李志林.基于 Matlab 的车灯线光源优化设计的实施方案[J].高等数学研究,2006,9(4):107-109.
[7] 孙雷,李洪波,陈英,等.基于遗传算法的车灯线光源优化设计[J].控制工程,2004,11(增刊):154-157.
[8] 王伟叶,姜文华,吴家麒.车灯线光源的优化设计[J].工程数学学报,2003,20(5):29-40.
[9] 郑洲顺,张泽京,苏达贤,等.车灯线光源优化设计及其反射光亮区的计算机模拟[J].计算机工程与应用,2004,40(4):219-223.
[10] 华金龙,王少杰,冯伟国.大学物理学:下册[M].上海:同济大学出版社,1996.

Numerical simulation of linear source design for headlights

DING Gen-hong¹, DONG Zeng-chuan²

(1. College of Sciences, Hohai University, Nanjing 210098, China ;
2. State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering ,
Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract : The linear source design for headlights was studied by the method using small plane mirrors to approximate a paraboloid. The convergence effect of reflected light was simulated in the paraboloid connected with small plane mirrors. The number of small plane mirrors that can reflect the rays to the given point was counted, and the light intensity at the point was calculated. The optimum length of filaments with the minimum power of the light sources was then solved when the condition of the light intensity of the given point was satisfied. The rationality of the results was analyzed through some cases.

Key words : light source design ; convergence effect ; numerical simulation ;headlight