

DOI :10.3876/j.issn.1000-1980.2009.02.022

跃移颗粒单步运动的统计规律

唐立模¹,王兴奎²

(1.河海大学水利水电工程学院,江苏 南京 210098 ;
2.清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室,北京 100084)

摘要 :采用三维粒子示踪测速技术,通过分别变化示踪粒子的粒径、密度以及水力比降等条件,观测了 6 种不同水沙条件下推移质颗粒的单步运动,并对大量粒子的运动规律进行统计分析.观测结果表明,颗粒单步步长以及跳跃高度均随水流速度增大而增大,随颗粒粒径和密度增大而减小.统计规律表明,跃移颗粒单步步长的概率密度服从 Γ 分布,颗粒起跃段步长与总步长之比接近一个常数.

关键词 :推移质颗粒;单步运动;概率密度分布

中图分类号 :TV142.2 文献标识码 :A 文章编号 :1000-1980(2009)02-0232-04

推移质颗粒的运动一般是以滚动(间或滑动)、跃移等形式进行的,对于细颗粒而言,跳跃颗粒往往占有相当大的比例,但粒径较大或水流强度不是很大时,颗粒通常并不是在起动之后随即跃起,而往往需要先滚动一段距离.Tsuchiya 对颗粒沿床面的滚动和跳跃作了力学及统计分析,认为颗粒从开始起动到跃移是以带滑动的滚动形式进行的,并求出了滚速方程,计算了颗粒的跳跃高度^[1].Hu 等^[2]进行了大量的颗粒跃移试验,并采用高速摄影技术记录了粒子的跃移轨迹,在此基础上对水流中推移质颗粒的跃移规律进行了理论分析,取得了颗粒跃移的运动学和动力学特征及跃长跃高等有关参数的关系式,对跃移颗粒的运动规律研究作出了重要贡献.McNamara 等^[3]对粒径 7.2 ~ 9.2 cm 的砂石推移运动进行了研究,利用植入砂样的感应器确定其在测量时间内的位置变化,认为推移质颗粒运动时间远小于静止时间,用 Γ 分布来表示运动与休止周期比用指数分布更符合实测资料.Nikolai 等^[4]讨论了明渠流中球形颗粒的跳跃运动,并对颗粒与床面间的碰撞回弹过程进行了数值模拟,用随机数学方法计算了跃高和碰撞角等参数.此外,White 等^[5-8]也利用试验和数值模拟等手段对跃移颗粒的运动规律进行了有益的探讨.

笔者利用三维粒子图像示踪测速(3D PTV)系统^[9]对 6 种不同水沙条件下大量推移质颗粒的单步运动进行了观测和比较,统计分析了推移质跃移运动规律,探讨了跃长、跃高等参数随水沙条件的变化规律.

1 试验条件

试验在长 20 m、宽 0.295 m 的自循环可变坡玻璃水槽中进行,利用高精度的压力传感器测量水槽沿程水位,由 4 部 CCD 摄像机组成的 3D PTV 系统测量颗粒的三维运动轨迹,进而计算颗粒在 3 个方向上的速度分量.

试验选用了 2 种不同密度的试验沙,在恒定均匀流和光滑床面的条件下,保持各组试验水深 $h = 0.054$ m 不变,分别按照不同密度、不同粒径和不同水力比降 3 个变化系列,共进行了 6 组试验,每组试验采集了上万颗沙粒的运动轨迹.所有沙样的密度和颗粒沉速都由试验实际测量给出,结果见表 1.

在本文的计算分析中,当颗粒在一步运动中的最高点离开床面超过 $1D$ 高度后,即认为其进行跃移运动.定义 L 为粒子跃移的单步步长; L_1 为颗粒起跃至达到最高点的长度(以后简称起跃段长); H 为跃高; d 为颗粒单步运动横向摆动幅度; u_o 、 v_o 、 w_o 分别为起跃点的纵向、垂向和横向速度; u_e 、 v_e 、 w_e 则为降落点的纵向、垂向和横向速度.记起跃角为 $\eta = \arctan(v_o/u_o)$,降落角为 $\varphi = \arctan(v_e/u_e)$,可以描述粒子跃移和降落时在垂向上的运动幅度,颗粒横向摆动幅角为 $\delta = \arctan(d/L)$,用来描述颗粒在一次单步运动过程中的横向

运动幅度。

表 1 水流参数及沙样特性

Table 1 Flow parameters and particle characteristics

组次	水流参数			沙样特性		
	坡降 $J/\%$	摩阻流速 $u_* /(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	粒径 D/mm	密度 $\rho_s /(\text{t}\cdot\text{m}^{-3})$	沉速 $\omega /(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	颗粒雷诺数 Re_*
1	0.10	0.0197	0.9	1.54	0.0492	17.7
2	0.10	0.0197	1.3	1.54	0.0638	25.6
3	0.10	0.0197	1.9	1.40	0.0767	37.4
4	0.10	0.0197	1.9	1.54	0.0820	37.4
5	0.20	0.0278	1.9	1.54	0.0820	52.8
6	0.30	0.0341	1.9	1.54	0.0820	64.8

2 实 测 资 料

试验测得颗粒跃移运动的各统计参数如表 2 所示。

表 2 颗粒跃移统计参数

Table 2 Statistical parameters of saltating particles

组次	L/D	H/D	$\bar{L}_1/\bar{L}$	$\eta/(\text{^\circ})$	$\varphi/(\text{^\circ})$	d/D	$\delta/(\text{^\circ})$	Θ
1	13.0~166.0	1.10~2.80	0.354	1.0~19.0	0.5~9.3	-6.95~4.74	-8.9~7.4	0.110
2	6.8~115.0	1.00~2.60	0.350	1.2~20.0	0.4~9.5	-9.78~9.44	-8.9~9.8	0.076
3	6.4~78.0	1.00~1.60	0.362	1.6~18.0	0.6~8.0	-8.72~9.39	-6.8~7.2	0.070
4	5.0~70.0	1.00~1.67	0.373	1.0~24.0	0.4~9.0	-6.16~5.05	-7.6~5.1	0.052
5	9.5~66.0	1.00~1.68	0.379	1.3~13.0	0.5~6.0	-5.11~4.37	-9.7~7.9	0.104
6	16.0~85.0	1.00~1.67	0.389	0.9~5.8	0.5~3.6	-4.79~5.84	-8.9~9.6	0.157

注： $\bar{L}_1$ 为颗粒起跃段长的平均值； $\bar{L}$ 为平均步长； Θ 为水流强度参数。

实测资料表明，颗粒单步步长最小值在 $10D$ 以下，最大则超过 $100D$ ，步长值与颗粒的本身性质及水流条件有关。根据表 2，步长随颗粒粒径和密度的增大而减小，随水流速度（比降）的增大而增大，颗粒的跃移高度与单步步长有相同的规律趋势。起跃角的变化范围是 $0.9^\circ\sim24.0^\circ$ ，降落角则为 $0.4^\circ\sim9.5^\circ$ ，从平均值来看，水流速度越快，起跃角和降落角越小，颗粒粒径和密度越大，颗粒跳跃的角度越小。从横向上的运动来看，颗粒在一次跳跃的过程中左右摆动的幅度最大不超过 $10D$ ，平均值则基本接近于零，横向摆动幅角的计算结果也体现了同样的规律，说明颗粒跃移时在横向上没有平均运动趋势。

实测资料表明， $\bar{L}_1/\bar{L}$ 值大致恒定，平均为 0.368 左右，也即 $\bar{L}/\bar{L}_1=2.72$ ，这与胡春宏等^[1]的研究结果是相当接近的（ $\bar{L}/\bar{L}_1=2.79$ ）。

3 单步运动参数的概率密度分布

关于跃高和跃长的概率密度分布，前人已经进行了比较多的讨论和研究，目前普遍认同 Γ 分布^[1]。试验结果表明，颗粒单步步长及跃高的概率密度均服从 Γ 分布，以粒径 1.3 mm 组的试验数据为例，图 1 和图 2 分别给出了跃长和跃高的概率密度分布拟合曲线。图中的点据为实测各区概率，曲线则为拟合的 Γ 分布概率曲线。 Γ 分布公式形式为

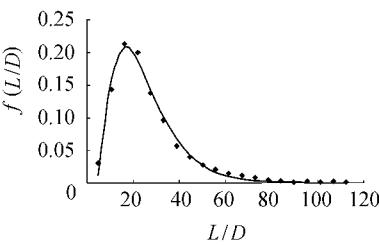


图 1 颗粒跃长的概率分布

Fig. 1 Probability density distribution of step length

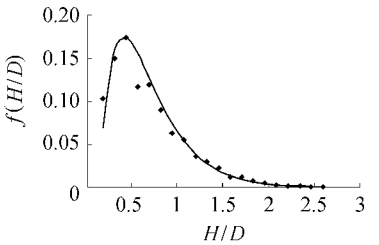


图 2 颗粒跃高的概率分布

Fig. 2 Probability density distribution of step height

$$f(x)=\begin{cases}A\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}(x-x_0)^{\alpha-1}e^{-\beta(x-x_0)}&x\geq x_0\\0&x<x_0\end{cases}\quad(1)$$

式中： A ——调整系数； α, β ——分布参数，当 $\alpha = 1$ 时为指数分布； x_0 ——分布曲线的起点参数。

其他几组试验的统计规律基本相同，具体参数值见表3和表4。第6组试验由于水流速度较大，所获得的典型跃移颗粒数较少，故不作统计。

表3 步长 Γ 分布的统计参数

Table 3 Statistical parameters of Γ distribution of step length

组次	A	α	β	x_0
1	8.50	2.85	9.3	5.0
2	5.60	2.45	8.5	4.2
3	3.95	2.75	4.1	2.3
4	3.65	2.70	4.8	3.5
5	2.90	3.35	4.9	6.3

表4 跃高 Γ 分布的统计参数

Table 4 Statistical parameters of Γ distribution parameters of step height

组次	A	α	β	x_0
1	0.135	2.40	0.33	0.01
2	0.130	1.95	0.28	0.12
3	0.076	1.42	0.17	0.09
4	0.075	1.26	0.24	0.09
5	0.075	1.55	0.20	0.11

为了使不同水流和泥沙条件下的实测资料能相互比较，胡春宏^[10]曾采用相对步长 $L/\bar{L}$ 来对不同水沙条件下的试验数据进行分析。笔者采用了相同的方法，对5组试验颗粒的单步运动距离进行统计，如图3所示。从图3可见，相对步长的概率分布依然服从 Γ 分布，并且不同粒径系列的3组试验数据基本重合，说明在本次试验研究的范围内，颗粒的相对步长概率分布不受粒径的影响，这与胡春宏^[10]的试验成果一致，但随着密度的减小或水流速度的增大，概率分布的峰值变小，也即在轻质沙或流速较大的条件下，颗粒的步长分布范围增大，说明颗粒的密度和水流速度对相对步长的概率分布有一定影响。

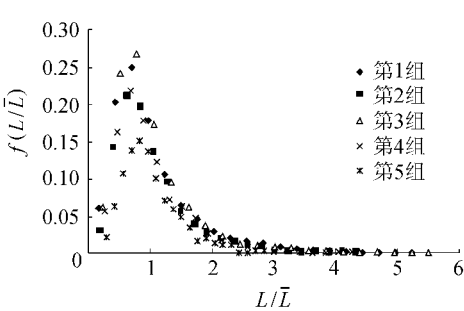


图3 相对步长的概率密度分布

Fig. 3 Probability density distribution of relative step length

4 结 论

- a. 颗粒的单步运动距离与其本身性质及水流条件有关，在试验范围内，单步步长随颗粒粒径和密度的增大而减小，随水流速度(比降)的增大而增大。颗粒的跃移高度与单步步长有相同的变化趋势。
- b. 跃移颗粒的平均起跃角和降落角随颗粒粒径和密度的增大而减小，随水流速度的增大也呈减小趋势。在横向上，颗粒在一次跳跃的过程中左右摆动幅度的平均值基本接近于零，横向摆动幅角的计算结果也体现了同样的规律，说明颗粒跃移时横向上没有运动趋势。
- c. 颗粒平均步长 $\bar{L}$ 与平均起跃段长 $\bar{L}_1$ 的比值大致恒定， $\bar{L}/\bar{L}_1 = 2.72$ 。
- d. 颗粒单步步长及跃高的概率密度均服从 Γ 分布，相对步长也具有相同的分布规律，但随着颗粒密度的减小或水流速度的增大，相对步长概率分布的峰值变小，而颗粒粒径的变化对相对步长的概率分布影响不大。

参考文献：

[1] 胡春宏，惠遇甲. 明渠挟沙水流运动的力学和统计规律[M]. 北京：科学出版社，1995.

[2] HU Chun-hong , HUI Yu-jia . Bed-load transport I : mechanical characteristics [J]. Journal of Hydraulic Engineering , 1996 , 122(5) : 245-255.

[3] MCNAMARA J P , BORDEN C . Observations on the movement of coarse gravel using implanted motion-sensing radio transmitters [J]. Hydrological Processes , 2004 , 18(10) : 1871-1884.

[4] NIKOLAI L C , ZDENEK C , PAVEL V . 2D numerical model of particle-bed collision in fluid-particle flows over bed [J]. Journal of Hydraulic Research , 2006 , 44(1) : 70-78.

[5] WHITE B R , SHULZ J C . Magnus effect in saltation [J]. Journal of Fluid Mechanics , 1977 , 81(3) : 497-512.

[6] LEE H Y , HSU I S . Investigation of saltating particle motions [J]. Journal of Hydraulic Engineering , 1994 , 120(7) : 831-845.

[7] SEKINE M , KIKKAWA H. Mechanics of saltating grains[J]. Journal of Hydraulic Engineering , 1992 , 118(4) : 536-558.
[8] WIBERG P L , SMITH J D. A theoretical model for saltating grains in water[J]. Journal of Geophysics Research , 1985 , 90(4) : 7341-7354.
[9] 唐立模 , 禹明忠 , 刘春晶 , 等 . 三维粒子示踪测速技术的开发及初步应用[J]. 水利学报 , 2006 , 37(11) : 1378-1383.
[10] 胡春宏 . 水流中推移质颗粒跃移规律的力学和统计分析[D]. 北京 : 清华大学 , 1989.

Statistical analysis on motion characteristics of saltating particles

TANG Li-mo¹ , WANG Xing-kui²

(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering , Hohai University , Nanjing 210098 , China ;
2. State Key Laboratory of Hydrosience and Engineering , Tsinghua University , Beijing 100084 , China)

Abstract : Using the 3D particle tracking velocimetry(3D PTV) technique , six runs of experiments on saltating motion of bed-load particles were performed with steady uniform flows with various particle diameters , densities and hydraulic gradients . The motion characteristics of most saltating particles were statistically analyzed . The experimental results show that the step length and height of the particles increase with the increase of flow velocity , and decrease with the increase of grain diameters and densities . The probability density distribution of step length of the saltating particles shows a Γ distribution , and the ratio between the rising-phase length and the total step length is close to a constant .

Key words : bed load ; saltating motion ; probability density distribution

《河海大学学报(自然科学版)》征订启事

(邮发代号 28-63 ,CN32-1117/TV ,ISSN1000-1980 ,双月刊)

《河海大学学报(自然科学版)》是以水资源开发、利用与保护为重点的综合性学术期刊 ,主要刊登河海大学在水资源、水文、地质、测量、水利工程、水电工程、水运工程、海洋及海岸工程、水工结构、工程力学、水力学及河流动力学、岩土工程、计算机科学、电力工程、电子技术及自动化工程、工业与民用建筑、管理工程、水利经济、环境工程、机械工程等学科方面的科研成果、学术论文、学术讨论、研究动态等学术性文章 ,可供上述有关专业的科技工作者及大专院校师生阅读和参考。

《河海大学学报(自然科学版)》创办于 1957 年 ,是全国中文核心期刊、中国科技核心期刊 ,在国内工程技术界和学术界有较大影响 . 刊载的文章中 ,有不少国家科技攻关(重点)项目和各种科学基金资助项目的研究成果 ,部分达到了国内领先和国际先进水平 ,为我国水利、水电、水运工程及其他有关工程建设的规划、设计、施工和管理提供了科学理论、方法和具体建议 ,发挥了较大的社会效益和经济效益 ,深受工程界和科技界赞许 ,并获得首届中国高校优秀科技期刊奖以及中国期刊方阵“ 双效期刊 ”、江苏省优秀期刊、全国水利系统优秀期刊称号。

《河海大学学报(自然科学版)》每逢单月出版 ,国内外公开发行 ,每期定价 12.00 元 ,全年 6 期共 72.00 元 . 欢迎广大读者通过全国各地邮政局订阅或直接与编辑部联系。

编辑部地址 :210098 南京市西康路 1 号《河海大学学报(自然科学版)》编辑部

电话传真 :025-83786343

E-mail :xb@hhu.edu.cn

网址 :http://kkb.hhu.edu.cn/index_xb.htm