

DOI :10.3876/j.issn.1000-1980.2009.03.013

黏性土被动土压力计算的库仑数值解

胡晓军¹, 谭晓慧²

(1. 合肥学院建筑工程系, 安徽 合肥 230022; 2. 合肥工业大学资源与环境工程学院, 安徽 合肥 230009)

摘要:针对库仑土压力理论中图解法计算黏性土被动土压力过程繁琐及精度较低的问题,应用库仑平面滑裂面假定,考虑填土黏聚力及其与挡土墙背接触面上的黏着力,建立了可用于编程试算的黏性填土挡土墙的被动土压力计算公式。算例分析表明,对符合朗肯或库仑理论假设条件的情况,公式的计算结果与经典的朗肯或库仑公式相同。考虑与不考虑墙背上的黏着力,计算结果差异较大,该差异随着墙背上的黏着力增大而增大。公式计算简便快捷,精度可靠,易于在工程中推广应用。

关键词:黏性土 黏聚力 黏着力 被动土压力 库仑数值解

中图分类号: TU432 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1980(2009)03-0304-04

朗肯和库仑土压力理论自问世以来,解决了大量的土压力计算问题,目前在工程中仍有着广泛的应用,但经典的朗肯理论要求墙背直立光滑,填土面水平,实际工程中难以严格满足,库仑理论则假定墙后填土为无黏性土,而实际工程中常遇黏性土。文献[1-2]假定土压力与位移关系曲线为双曲线型,得到与土体位移有关的土压力计算公式,但未能考虑土体黏聚力的影响。文献[3]采用极限平衡变分法和 Culmann 法对黏性土的被动土压力问题进行了研究,文献[4]假定土体为库仑材料,根据极限平衡理论和库仑破坏准则,提出被动土压力的计算通式,但两者均假定挡土墙直立、填土面水平,应用范围仍受到限制。文献[5-6]采用有限单元法对作用于挡土墙上的被动土压力进行数值分析,但理论性较强,难以为工程技术人员所掌握。以库仑土压力理论为基础解决工程中黏性土的被动土压力计算问题,现有的方法基本上是一些图解法^[7],图解法过程较为繁琐,且精度也略显粗糙。研究表明,在挡土墙与黏性填土产生相对位移时,墙背与填土之间不仅存在摩擦力,同时还将产生一定的黏着力^[7-9]。本文应用库仑平面滑裂面假定,考虑填土黏聚力及其与挡土墙背接触面上的黏着力,建立了可用于编程试算的黏性填土挡土墙的被动土压力计算公式。

1 土压力公式的推导

如图 1 所示挡土墙,墙体与填土参数为 $\alpha, \beta, \delta, H, \rho, q, c, c_w, \varphi$, 设当墙体发生推向填土的位移,填土的抗剪强度全部发挥时,形成图中 ABC 的滑动体。对滑动土体进行受力分析,作用力有:(a)土体自重 W_1 及填土表面超载 q 的合力 W_2 (两者之和为 W),对均质黏性土,根据几何关系有

$$W_1 = \frac{1}{2} \rho g H^2 \frac{\cos(\theta - \alpha) \cos(\alpha - \beta)}{\cos^2 \alpha \sin(\theta - \beta)} \quad (1)$$

$$W_2 = qH \frac{\cos(\theta - \alpha) \cos \beta}{\cos \alpha \sin(\theta - \beta)} \quad (2)$$

(b) BC 上的反力 R (与 W 的夹角 $\theta + \varphi$); (c) BC 上的总黏聚力

$C = c \frac{H \cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \sin(\theta - \beta)}$ (与 R 的夹角为 $90^\circ - \varphi$); (d) 墙背 AB 上的总黏着力

$C_w = c_w \frac{H}{\cos \alpha}$ (与 E 的夹角为 $90^\circ - \delta$); (e) 墙背 AB 上的反力 E (与 W 的夹角为 $\psi = 90^\circ - \alpha + \beta$)。

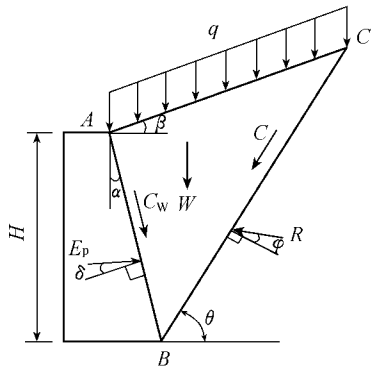


图 1 挡土墙与滑动土体

Fig. 1 Retaining wall and sliding wedge

收稿日期: 2008-06-10

基金项目: 国家自然科学基金(50748033); 安徽高校省级自然科学研究重点项目(KJ2009A158); 合肥学院引进人才科研启动项目(RC051)

作者简介: 胡晓军(1966—), 男, 安徽当涂人, 副教授, 博士, 主要从事岩土力学研究。

将以上 5 个力绘成如图 2 所示的力矢多边形, de 即为被动土压力 E . 为求出 E , 过 c 点作 de 的平行线交 ae 于点 f , 过 f 点作 cd 的平行线交 de 于点 g . 由几何关系, E 可写成

$$E = \overline{cf} + \overline{ge} \tag{3}$$

式中 $\overline{cf}$, $\overline{ge}$ 均可表达为 θ 的函数. $\overline{ge}$ 为无黏聚力 c 和黏着力 c_w 时的被动土压力, $\overline{cf}$ 相当于因滑裂面上的黏聚力 c 和墙背黏着力 c_w 的存在而增加的土压力.

E 的极小值即为被动土压力 E_p .

由图 2, 根据正弦定理:

$$\overline{ge} = \frac{W \sin(\theta + \varphi)}{\cos(\theta + \varphi + \delta - \alpha)} = \frac{(W_1 + W_2) \sin(\theta + \varphi)}{\cos(\theta + \varphi + \delta - \alpha)} \tag{4}$$

在 $\triangle acf$ 中应用正弦定理有

$$\overline{cf} = \frac{\overline{ac} \cos(\alpha_1 - \varphi)}{\cos(\theta + \varphi + \delta - \alpha)} = \frac{\overline{ac} (\cos \alpha_1 \cos \varphi + \sin \alpha_1 \sin \varphi)}{\cos(\theta + \varphi + \delta - \alpha)} \tag{5}$$

应用余弦定理, 则有

$$\overline{ac} = \sqrt{C^2 + C_w^2 - 2CC_w \cos(90^\circ + \theta - \alpha)} \tag{6}$$

由图 2 中几何关系, 并通过三角变换得

$$\sin \alpha_1 = \frac{C_w \sin(90^\circ + \theta - \alpha)}{\overline{ac}} \tag{7}$$

$$\cos \alpha_1 = \frac{\overline{ac}^2 + C^2 - C_w^2}{2 \overline{ac} C} = \frac{C - C_w \cos(90^\circ + \theta - \alpha)}{\overline{ac}} \tag{8}$$

将式(6)~(8)代入式(5)化简得

$$\overline{cf} = \frac{C \cos \varphi + C_w \sin(\theta + \varphi - \alpha)}{\cos(\theta + \varphi + \delta - \alpha)} \tag{9}$$

将 C, C_w 表达式代入式(9)得

$$\overline{cf} = \frac{cH \cos(\alpha - \beta) \cos \varphi + c_w H \sin(\theta + \varphi - \alpha) \sin(\theta - \beta)}{\cos \alpha \sin(\theta - \beta) \cos(\theta + \varphi + \delta - \alpha)} \tag{10}$$

将式(4), (10)代入式(3)得被动土压力的表达式:

$$E = \frac{(W_1 + W_2) \sin(\theta + \varphi)}{\cos(\theta + \varphi + \delta - \alpha)} + \frac{cH \cos(\alpha - \beta) \cos \varphi + c_w H \sin(\theta + \varphi - \alpha) \sin(\theta - \beta)}{\cos \alpha \sin(\theta - \beta) \cos(\theta + \varphi + \delta - \alpha)} = \frac{H \cos(\theta - \alpha)}{2 \cos^2 \alpha \sin(\theta - \beta)} [\rho g H \cos(\alpha - \beta) + 2q \cos \alpha \cos \beta] + \frac{cH \cos(\alpha - \beta) \cos \varphi + c_w H \sin(\theta + \varphi - \alpha) \sin(\theta - \beta)}{\cos \alpha \sin(\theta - \beta) \cos(\theta + \varphi + \delta - \alpha)} \tag{11}$$

按被动土压力的基本原理, 被动土压力应为所有可能的滑裂面倾角 θ 中所对应的土压力 E 的最小值, 相应的滑裂面为真正的滑裂面, 其倾角为 θ_{cr} . 理论上可先利用 $dE/d\theta = 0$, 解出 θ_{cr} , 再代入式(11)得到 E_p 的解析式, 但会相当复杂, 很难求出. 本文利用式(11), 假定不同的滑裂面, 试算求得 E 的最小值即为被动土压力 E_p , 同时获得真正滑裂面的倾角 θ_{cr} . 为方便计算, 笔者用 MATLAB 语言编写了计算程序^[10].

2 黏性成层土被动土压力的库仑数值解

实际工程中挡土墙墙后常遇双层或多层填土, 即成层土. 如图 3 所示挡土墙, 墙背 AB 与垂直方向的夹角为 α , 填土由 2 层组成, 高度分别 h_1, h_2 , 表面水平, 作用均布荷载 q , 密度、内摩擦角、黏聚力分别为 $\rho_1, c_1, \varphi_1, \rho_2, c_2, \varphi_2$, 填土与墙背的外摩擦角分别为 δ_1, δ_2 , 墙背与填

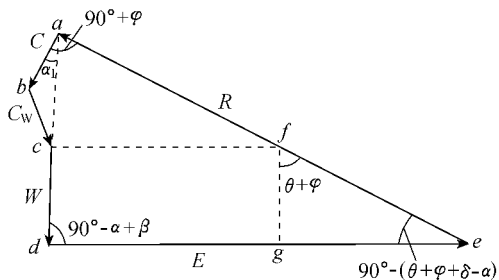


图 2 挡土墙被动土压力计算图

Fig. 2 Calculation of passive earth pressure on a retaining wall

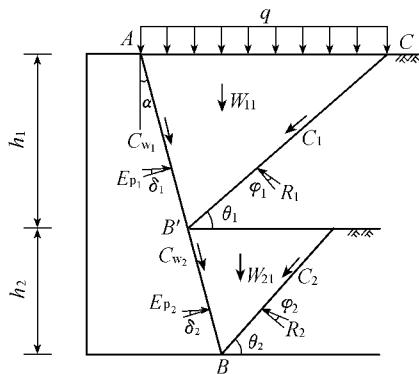


图 3 成层填土挡土墙与滑动土体

Fig. 3 Retaining wall with multiple soil layers and sliding wedge

土接触面上的单位黏着力分别为 c_{w1}, c_{w2} .

先求第 1 层土对挡土墙的主动土压力 E_{p1} ,如图 3 所示,可用式(12)试算求出:

$$E_1 = \frac{h_1 \cos(\theta_1 - \alpha)}{2 \cos \alpha \sin \theta_1} (\rho_1 g h_1 + 2q) + \frac{c_1 h_1 \cos \alpha \cos \varphi_1 + c_{w1} h_1 \sin(\theta_1 + \varphi_1 - \alpha) \sin \theta_1}{\cos \alpha \sin \theta_1 \cos(\theta_1 + \varphi_1 + \delta_1 - \alpha)}$$

(12)

将第 1 层土转化为第 2 层土表面的荷载,则作用在第 2 层土表面的荷载为

$$q_1 = \rho_1 g h_1 + q$$

(13)

同理第 2 层填土被动土压力可用式(14)试算求出:

$$E_2 = \frac{h_2 \cos(\theta_2 - \alpha)}{2 \cos \alpha \sin \theta_2} [\rho_2 g h_2 + 2(q + \rho_1 g h_1)] + \frac{c_2 h_2 \cos \alpha \cos \varphi_2 + c_{w2} h_2 \sin(\theta_2 + \varphi_2 - \alpha) \sin \theta_2}{\cos \alpha \sin \theta_2 \cos(\theta_2 + \varphi_2 + \delta_2 - \alpha)}$$

(14)

若填土为 2 层以上,则第 i 层($i \geq 2$)填土对挡土墙的被动土压力可用式(15)试算求出:

$$E_i = \frac{h_i \cos(\theta_i - \alpha)}{2 \cos \alpha \sin \theta_i} [\rho_i g h_i + 2(q + \sum_{t=1}^{i-1} \rho_t g h_t)] + \frac{c_i h_i \cos \alpha \cos \varphi_i + c_{wi} h_i \sin(\theta_i + \varphi_i - \alpha) \sin \theta_i}{\cos \alpha \sin \theta_i \cos(\theta_i + \varphi_i + \delta_i - \alpha)}$$

(15)

3 算例分析

算例 1 某挡土墙墙高 $H = 8\text{ m}$,墙后填土为黏性土, $\rho = 1.86\text{ g/cm}^3$, $\varphi = 20^\circ$,填土表面作用均布超载 $q = 10\text{ kN/m}$,其他有关参数及计算结果列于表 1.

表 1 被动土压力算例参数及计算结果

Table 1 Parameters and calculated results of example of passive earth pressure

$\alpha/(\circ)$	$\beta/(\circ)$	$\delta/(\circ)$	c/kPa	c_w/kPa	$E_p/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-1})$		
					本文公式	朗肯公式	库仑公式
0	0	0	0	0	1377.1	1377.1	1377.1
0	0	0	10	0	1605.6	1605.6	
5	5	5	0	0	1675.1		1676.4
5	5	15	0	0	2233.4		2235.1
5	10	10	20	0	2963.1		
5	10	10	20	5	3030.5		
5	10	10	20	10	3097.9		
5	10	10	20	15	3162.7		

注 取 $g = 10.0\text{ m/s}^2$.

算例 2 某挡土墙墙高 $H = 8\text{ m}$,墙后填土为 2 层黏性土,填土表面水平,作用均布超载 $q = 10\text{ kN/m}$,填土的厚度、密度及内摩擦角分别为 $h_1 = 2\text{ m}$, $h_2 = 6\text{ m}$, $\rho_1 = 1.86\text{ g/cm}^3$, $\rho_2 = 1.95\text{ g/cm}^3$, $\varphi_1 = 20^\circ$, $\varphi_2 = 16^\circ$,其他有关参数及计算结果列于表 2.

表 2 成层土被动土压力算例参数及计算结果

Table 2 Parameters and calculated results of example of passive earth pressure of retaining wall with multiple soil layers

$\alpha/(\circ)$	$\delta_1/(\circ)$	$\delta_2/(\circ)$	c_1/kPa	c_2/kPa	c_{w1}/kPa	c_{w2}/kPa	$E_{p1}/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-1})$			$E_{p2}/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-1})$		
							本文公式	朗肯公式	库仑公式	本文公式	朗肯公式	库仑公式
0	0	0	0	0	0	0	111.7	111.7	111.7	1116.9	1116.9	1116.9
0	0	0	10	10	0	0	173.8	173.8		1276.1	1276.1	
0	0	0	10	10	5	5	187.5			1315.0		
5	10	5	0	0	0	0	138.9		138.9	1186.7		1186.7
5	10	5	10	20	0	0	204.5			1506.6		
5	10	5	10	20	5	10	216.7			1573.8		
10	10	5	0	0	0	0	130.0		130.0	1137.8		1137.8
10	10	5	10	10	0	0	187.6			1281.2		
10	10	5	10	10	5	5	198.6			1311.6		
10	10	5	20	20	0	0	244.9			1424.4		
10	10	5	20	20	10	10	267.2			1485.3		

注 取 $g = 10.0\text{ m/s}^2$.

由表 1 和表 2 可看出 对符合朗肯假设条件的情况,本文公式与朗肯公式计算结果相同 对符合库仑理

论假设条件的,对地面水平的情况,本文公式与其完全相同,对地面倾斜的情况,计算结果相差小于 0.1%,原因是应用库仑理论时将地面超载折算成土层厚度时产生了误差,而本文公式则无此折算. 以上说明本文公式在朗肯或库仑理论假设的条件下与经典的朗肯或库仑土压力公式是一致的. 对考虑与不考虑墙背上的黏着力 c_w ,计算结果差异较大,且该差异随着 c_w 的增大而增大.

4 结 论

本文应用库仑平面滑裂面假设,考虑填土黏聚力及其与挡土墙墙背接触面上的黏着力,建立了可用于编程试算的黏性填土挡土墙的被动土压力计算公式,避免了图解法的繁琐过程与精度问题. 算例分析表明. 在朗肯或库仑理论假设条件下本文公式的计算结果与经典的朗肯或库仑土压力公式是一致的. 考虑黏着力 c_w 进行被动土压力计算是必要的. 对无黏性土,本文公式同样适用. 本文公式理论推导严密,精度可靠,对于黏性成层填土挡土墙,优势尤为明显.

参考文献：

[1] 姜志强,孙树林,李磊. 基坑开挖中土压力计算模型探讨[J]. 河海大学学报 :自然科学版,2003,31(3) :303-306.
[2] 张文慧,田军,王保田,等. 基坑围护结构上的土压力与土体位移关系分析[J]. 河海大学学报 :自然科学版,2005,33(5) :575-579.
[3] 李兴高,刘维宁. Coulomb 土压力理论的两解法[J]. 岩土力学,2006,27(6) :981-985.
[4] 王俊杰,朱俊高,魏松. 刚性挡土墙被动土压力的计算及影响分析[J]. 哈尔滨工业大学学报,2004,36(11) :1483-1486.
[5] 陈页开,汪益敏,徐日庆,等. 刚性挡土墙被动土压力数值分析[J]. 岩石力学与工程学报,2007,23(6) :980-988.
[6] CLOUGH G W, DUNCAN J M. Finite element analysis of retaining wall behavior[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundation, ASCE,1971,97(SM12) :1657-1673.
[7] 顾慰慈. 挡土墙土压力计算[M]. 北京 :中国建材工业出版社,2005 :210-228.
[8] 卢廷浩. 考虑黏聚力及墙背黏着力的主动土压力公式[J]. 岩土力学,2002,23(4) :470-473.
[9] 胡晓军. 黏性土主动土压力库仑精确解的改进[J]. 岩土工程学报,2006,28(8) :1049-1052.
[10] 王沐然. MATLAB 与科学计算[M]. 北京 :电子工业出版社,2003.

Coulomb numerical solution of passive earth pressure on cohesive soil

HU Xiao-jun¹, TAN Xiao-hui²

(1. Department of Civil Engineering, Hefei University, Hefei 230022, China ;

2. School of Resources and Environmental Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract : With regard to the complicated process and poor precision of using the graphical method of the Coulomb theory to calculate the passive earth pressure on cohesive soil, based on the hypothesis of the sliding plane, a formula of passive earth pressure on cohesive soil, which can be applied to the trial calculation by programming procedures, is proposed. It considers the cohesion force of filling soil and the adhesive force on interfaces of retaining walls. The case analysis shows that the calculated results are the same as those calculated by the Rankine or Coulomb theory under the conditions of the Rankine or Coulomb hypothesis. There is a great difference between the calculated results that consider the adhesive force and those that don't consider it, and the difference increases with the increase of the adhesive force on the interface of retaining walls. The present formula is convenient, reliable and easily applied in projects.

Key words : cohesive soil ; cohesion force ; adhesive force ; passive earth pressure ; Coulomb numerical solution