

DOI :10.3876/j.issn.1000-1980.2009.04.006

# 水资源配置决策的粒子群与投影寻踪耦合模型

屈吉鸿<sup>1,2</sup>,陈南祥<sup>2</sup>,黄 强<sup>1</sup>,徐建新<sup>2</sup>

(1.西安理工大学西北水资源与环境生态教育部重点实验室,陕西 西安 710048;  
2.华北水利水电学院资源与环境学院,河南 郑州 450011)

**摘要:**水资源配置决策涉及资源、经济、社会、生态环境等目标,属高维、非线性、非正态的系统决策问题。为此,利用投影寻踪技术对此决策问题进行降维处理,并采用粒子群算法优化投影指标函数,建立了水资源配置决策的粒子群与投影寻踪耦合模型。该模型直接由样本数据驱动,通过最佳投影方向计算决策方案的最佳投影值,可达到在低维空间进行水资源配置决策的目的,且易于编程实现。南水北调中线河南省水资源配置决策应用结果表明,粒子群与投影寻踪耦合模型的决策结果比模糊优选模型的决策结果合理,且分散性大。

**关键词:**水资源配置 方案决策 投影寻踪 粒子群

**中图分类号:**TV213.4      **文献标识码:**A      **文章编号:**1000-1980(2009)04-0391-05

水资源配置决策是水资源综合规划的一项重要内容,涉及资源、经济、社会、生态环境等诸多决策目标,具有多阶段、多层次、多目标、多决策主体等属性,属高维、非线性、非正态的系统决策问题<sup>[1-2]</sup>。常规的水资源配置决策模型与方法有层次分析模型、模糊综合评价法、人工神经网络、物元模型等<sup>[3-7]</sup>,这些决策方法的一个共同特点是采用“对数据结果或分布特征先作某种假定,按照一定准则建立显式评价函数,对建立的评价函数模型进行证实”的数据分析方法。由于形式化、数学化等的局限性,这类方法对某些高维、非线性、非正态评价问题的适应能力不强。投影寻踪(projection pursuit, PP)模型是一种直接由样本数据驱动的探索性数据分析模型,特别适用于分析和处理非线性、非正态高维数据<sup>[8]</sup>。本文针对南水北调中线河南受水区水资源优化配置方案,采用粒子群算法(particle swarm optimization, PSO)优化投影指标函数,建立了可以在低维空间进行水资源配置决策的粒子群和投影寻踪耦合模型。

## 1 水资源配置决策的投影寻踪模型

投影寻踪是处理多因素复杂问题的一种统计方法,其基本思路是将高维数据向低维空间投影,通过低维投影数据的散布结构来研究高维数据特征<sup>[8]</sup>。基于投影寻踪技术的水资源配置决策的具体思路为:将影响水资源配置决策的多因素指标通过投影寻踪聚类分析,得到反映其综合指标特征的投影特征值,建立投影特征值与因变量(影响因素)的一一对应关系函数,进而进行配置决策。用数学语言可描述为:假设某一决策方案数据的因变量为  $y(i) (i=1,2,\cdots,n)$ ,自变量为  $\{x^*(i,j) | i=1,2,\cdots,n; j=1,2,\cdots,p\}$ ,将所有的自变量  $x$  进行线性投影,得到对应的投影特征值  $z(i)$ ,以此特征值来反映所有自变量  $x$  的综合特征,那么可通过  $y=f(z)$  的函数关系来表示  $y=f(x)$  的函数关系,从而达到多元分析变一元分析的目的。建模步骤如下:

a. 决策指标归一化处理。设决策方案集为

$$\{x^*(i,j) | i=1,2,\cdots,n; j=1,2,\cdots,p\}$$

式中:  $x^*(i,j)$ ——第  $i$  个决策方案第  $j$  个决策指标值;  $n,p$ ——方案的数目和决策指标的数目。为消除各评价指标的量纲,统一各评价指标的变化范围,对指标进行归一化处理:

$$x(i,j) = \frac{x^*(i,j) - x_{\min}(j)}{x_{\max}(j) - x_{\min}(j)} \quad (\text{越大越优的指标}) \tag{1}$$

$$x(i, j) = \frac{x_{\max}(j) - x^*(i, j)}{x_{\max}(j) - x_{\min}(j)} \quad (\text{越小越优的指标}) \quad (2)$$

式中  $x_{\max}(i, j)$  和  $x_{\min}(i, j)$  分别为方案集中第  $j$  个评价指标的最大值和最小值。

b. 构造投影指标函数  $Q(a)$ . 利用 PP 模型将  $p$  维数据  $\{x(i, j) | j = 1, 2, \dots, p\}$  综合成以  $a = \{a(1), a(2), \dots, a(p)\}$  为投影方向的一维投影值  $z(i)$ .

$$z(i) = \sum_{j=1}^p a(j)x(i, j) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

在综合投影值时,要求投影值  $z(i)$  的散布特征为:局部投影点尽可能密集,最好能凝聚成若干个点团;而在整体上投影点团之间尽可能散开.基于此,投影指标采用 Friedman-Tukey 投影指标,指标函数构造为

$$Q(a) = S_z D_z \quad (4)$$

$$S_z = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [(z(i) - E(z))]^2}{n-1}} \quad (5)$$

$$D_z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (R - r(i, j)) u(R - r(i, j)) \quad (6)$$

式中  $S_z$ ——投影值  $z(i)$  的标准差;  $D_z$ ——投影值  $z(i)$  的局部密度;  $E(z)$ ——序列  $\{z(i) | i = 1, 2, \dots, n\}$  的均值;  $R$ ——局部密度的窗口半径,  $R$  选取时,既要使包含在窗口内的投影点的平均个数不太少,避免滑动平均偏差太大,又不能使它随  $n$  的增大而增加太多,对方案决策问题一般可取  $R = 0.1 S_z$ ;  $r(i, j)$ ——样本之间的距离,  $r(i, j) = |z(i) - z(j)|$ ;  $u(t)$ ——单位阶跃函数,  $t \geq 0$  时其函数值为 1,  $t < 0$  时其函数值为 0.

c. 优化投影指标函数. 当决策方案集给定时,  $Q(a)$  只随投影方向  $a$  的变化而变化,最佳投影方向就是最大可能暴露高维数据特征结构的投影方向,因此可以通过求解投影指标函数最优化问题来确定最佳投影方向,即

$$\begin{cases} \text{obj} & \max Q(a) = S_z D_z \\ \text{s. t.} & \sum_{j=1}^p a^2(j) = 1 \end{cases} \quad (7)$$

式(7)是以投影方向  $a$  为变量的复杂非线性优化问题.理论上一切最优化方法都可以实现投影方向的优化,然而,传统的优化方法往往需要目标函数连续、可导,用常规优化方法处理较困难,许多学者利用遗传算法优化投影方向<sup>[8]</sup>.由于遗传算法需进行遗传、交叉、变异等操作,编程复杂且容易陷入局部解,所以本文采用粒子群算法优化投影指标函数,建立基于粒子群算法的投影方向优化耦合模型.

d. 决策方案优选.把由步骤 c 求得的最佳投影方向  $a^*$  代入式(3)后即得各决策方案的投影值  $z^*$ .显然,  $z^*(i)$  值越大对应的决策方案  $i$  越优.

## 2 基于粒子群算法的投影方向优化耦合模型

粒子群优化算法是一种通用的启发式搜索技术,源于对鸟群捕食的行为研究<sup>[9-10]</sup>. PSO 求解优化问题时,问题的解对应于搜索空间中一只鸟,称之为“粒子”.首先初始化一群随机粒子(随机解),所有的粒子都有一个被优化的函数所决定的适应度以及位置和速度(决定它们飞行的方向和距离).在每一次迭代中,粒子通过跟踪 2 个“极值”来更新自己:一个是每个粒子在历代搜索过程中自身所达到的最优解,称为个体极值点;另一个是整个粒子群中所有粒子在历代搜索过程中所达到的最优解,称为全局极值点.

设在一个  $D$  维的目标搜索空间中,由  $m$  个粒子组成的种群

$$P = \{P_1, P_1, \dots, P_m\}$$

其中第  $i$  个粒子位置为

$$X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD}) \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

速度为

$$V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})$$

$X_i$  对应的目标函数值称为粒子的适应值  $f_i$ , 粒子  $P_i$  自身目前的最优解称为个体极值  $O_{id}$ , 整个群体目前的最

优值称为全局极值  $G_d$ . 第  $k+1$  次迭代,粒子  $P_i$  按照式(8),(9)来更新自身的速度和位置<sup>[10]</sup>.

$$v_{id}^{k+1} = wv_{id}^k + c_1r_1(O_{id} - x_{id}^k) + c_2r_2(G_d - x_{id}^k) \tag{8}$$

$$x_{id}^{k+1} = x_{id}^k + v_{id}^{k+1} \tag{9}$$

式中: $k$ ——当前进化代数; $c_1, c_2$ ——学习因子,通常取  $c_1 = c_2 = 2$ ; $r_1, r_2$ —— $[0,1]$ 之间的随机数; $w$ ——惯性因子,调整其大小可以改变搜索能力的强弱,取值一般在  $0.1 \sim 0.9$  之间,如果  $w$  随迭代的进行而线性减小,将显著改善 PSO 算法的收敛性能,本文采用线性递减的自适应惯性权重; $v_{id}^k$ ——粒子  $P_i$  在第  $k$  次迭代中第  $d$  维的速度,为使粒子速度不致过大,可设定速度上限  $v_{\max}$ ,当  $|v_{id}| > v_{\max}$  时,取  $v_{id} = v_{\max}$ ; $x_{id}^k$ ——粒子  $P_i$  在第  $k$  次迭代中第  $d$  维的位置.

粒子群与投影寻踪耦合模型的求解步骤如下:

- a. 确定 PSO 算法的参数. 确定粒子群规模,即粒子的个数  $m$  和维度  $D$  设置初始的惯性因子  $w$ ,学习因子  $c_1$  和  $c_2$  以及迭代停止条件.
- b. 决策指标归一化处理.
- c. 生成关于投影方向  $a$  的初始粒子群体  $P$ . 为满足式(7)的等式约束条件,设投影方向为

$$a_i = (a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{iD})$$

在  $D$  维超球面空间中随机选取  $m$  组  $[0,1]$  区间的随机数

$$b_i = (b_{i1}, b_{i2}, \cdots, b_{iD}) \quad (i = 1, 2, \cdots, m)$$

令

$$a_{ij} = \frac{b_{ij}}{(\sum_{j=1}^D b_{ij}^2)^{1/2}}$$

则

$$\|a_i\| = 1 \quad (i = 1, 2, \cdots, m)$$

把每一组投影方向看成一个粒子,即生成了关于投影方向  $a$  的初始粒子群体  $P$ .

- d. 以投影指标函数作为适应度函数,计算每个粒子  $P_i$  的适应值  $f_i$ . 如果  $f_i$  优于  $O_{id}$  的适应值,则更新  $O_{id}$  为  $P_i$  的当前位置.
- e. 如果  $f_i$  优于  $G_d$  的适应值,则更新  $G_d$  为  $P_i$  的当前位置.
- f. 利用式(8),(9)更新粒子  $P_i$  的速度和位置,从而产生新的粒子群.
- g. 判断算法的终止条件是否满足. 若不满足,执行步骤 d 到步骤 g.
- h. 计算各决策方案的投影值.

### 3 决策实例

以南水北调中线工程河南受水区水资源优化配置决策为例,介绍基于粒子群与投影寻踪耦合的水资源配置决策模型的应用.

#### 3.1 决策指标

根据河南省水资源的特征以及经济、社会和生态环境的发展水平,本文从水资源配置的社会合理性、经济合理性、生态合理性和水资源利用合理性 4 个方面建立决策指标体系. 其中:社会合理性指标包括生活供水率  $x_1$ 、区域缺水率  $x_2$  和工业用水保证率  $x_3$ ; 经济合理性指标包括水利工程投资  $x_4$ 、GDP 年增长率  $x_5$  和人均粮食产量  $x_6$ ; 生态合理性指标包括污水处理率  $x_7$  和城市人均绿化面积  $x_8$ ; 水资源利用合理性指标包括人均水资源量  $x_9$ 、水资源开发利用效率  $x_{10}$  和外调水量  $x_{11}$ . 根据水资源优化配置的计算结果,本文选取 2010 水平年水资源配置方案中的 8 种方案(表 1),其决策指标值见表 2<sup>[11]</sup>.

#### 3.2 模型建立及决策分析

设置粒子群群体规模  $m = 100$ ,空间维数  $D = 11$ ,最大迭代数  $g_{\max} = 1000$ ,初始惯性权重  $w_{\text{ini}} = 0.9$ ,进化至最大代数时的惯性权重  $w_{\text{end}} = 0.4$ ,学习因子  $c_1 = c_2 = 2$ ,窗口半径  $R = 0.1S_z$ . 利用基于粒子群算法优化的投影寻踪模型求解,经过 1000 次迭代后运算结束. 模型经过 275 次迭代后,已求得投影指标函数的最大值为 0.2389,此时对应的最佳投影方向  $a^* = (0.0015, 0.1529, 0.2906, 0.0012, 0.1079, 0.4773, 0.7554, 0.2852,$

0.015 6, 0.022 6, 0.002 3),不同迭代代数所对应的投影指标函数值见图 1. 将最佳投影方向  $a^*$  代入式(3)后即得到 8 种水资源配置方案的投影值  $z^*(i) = (1.6430, 1.5010, 1.6569, 1.3705, 0.7376, 0.6612, 0.5442,$

表 1 2010 水平年水资源配置方案

Table 1 Schemes of water resources allocation (statistical year 2010)

| 方案 | 经济发展速度快 | 经济发展速度中 | 经济发展速度低 | 农业结构调整高 | 农业结构调整中 | 农业结构调整低 | 基本节水 | 强化节水 | 供水高 | 供水中 |
|----|---------|---------|---------|---------|---------|---------|------|------|-----|-----|
| 1  | ✓       |         |         | ✓       |         |         |      | ✓    |     | ✓   |
| 2  | ✓       |         |         |         | ✓       |         |      | ✓    |     | ✓   |
| 3  |         | ✓       |         |         | ✓       |         |      | ✓    |     | ✓   |
| 4  |         | ✓       |         |         |         | ✓       |      | ✓    |     | ✓   |
| 5  |         |         | ✓       |         | ✓       |         | ✓    |      | ✓   |     |
| 6  | ✓       |         |         | ✓       |         |         | ✓    |      | ✓   |     |
| 7  | ✓       |         |         |         | ✓       |         | ✓    |      | ✓   |     |
| 8  |         | ✓       |         |         | ✓       |         | ✓    |      | ✓   |     |

注:(a)“✓”表示采取的模式或措施。(b)“经济发展速度快”表示不考虑水资源和生态环境约束条件,经济快速发展;“经济发展速度中”表示协调经济发展与资环、环境之间的关系,经济发展速度适中;“经济发展速度低”表示立足于水资源现状,为尽快改善生态环境,经济低速发展。(c)“农业结构调整高”表示减少灌溉用水,压缩高耗水作物面积;“农业结构调整中”表示适当压缩高耗水作物面积;“农业结构调整低”表示不考虑水源条件,不压缩高耗水作物面积。(d)“供水高”表示中水利用维持现状,加大地下水开采;“供水中”表示加强中水利用,减少地下水开采。

表 2 河南省 2010 水平年水资源配置决策指标值

Table 2 Values of decision-making indices for water resources allocation in Henan Province (statistical year 2010)

| 方案 | 社会合理性指标  |          |          | 经济合理性指标         |          |                                     | 生态合理性指标  |                                      | 水资源利用合理性指标                           |             |                       |
|----|----------|----------|----------|-----------------|----------|-------------------------------------|----------|--------------------------------------|--------------------------------------|-------------|-----------------------|
|    | $x_1/\%$ | $x_2/\%$ | $x_3/\%$ | $x_4/\text{万元}$ | $x_5/\%$ | $x_6/(\text{kg}\cdot\text{人}^{-1})$ | $x_7/\%$ | $x_8/(\text{m}^2\cdot\text{人}^{-1})$ | $x_9/(\text{m}^3\cdot\text{人}^{-1})$ | $x_{10}/\%$ | $x_{11}/\text{万 m}^3$ |
| 1  | 100      | 12.75    | 98       | 90.45           | 10.54    | 740.52                              | 10       | 5.2                                  | 413.86                               | 62.70       | 85                    |
| 2  | 100      | 9.68     | 98       | 91.48           | 10.54    | 732.77                              | 10       | 5.2                                  | 413.86                               | 62.70       | 85                    |
| 3  | 100      | 7.12     | 98       | 93.50           | 9.08     | 732.77                              | 10       | 5.6                                  | 403.19                               | 62.70       | 80                    |
| 4  | 100      | 6.90     | 98       | 85.56           | 9.08     | 720.68                              | 10       | 5.6                                  | 403.19                               | 62.70       | 80                    |
| 5  | 95       | 3.91     | 93       | 90.55           | 8.06     | 732.77                              | 0        | 5.8                                  | 413.86                               | 66.72       | 82                    |
| 6  | 95       | 10.18    | 93       | 90.40           | 10.54    | 740.52                              | 0        | 5.2                                  | 423.77                               | 66.72       | 100                   |
| 7  | 95       | 4.89     | 93       | 91.00           | 10.54    | 732.77                              | 0        | 5.2                                  | 413.86                               | 66.72       | 98                    |
| 8  | 95       | 2.22     | 93       | 93.21           | 9.08     | 732.77                              | 0        | 5.6                                  | 413.86                               | 66.72       | 85                    |

0.710 7). 根据  $z^*(i)$  值越大对应的配置方案  $i$  越优的原则,则 2010 水平年 8 种水资源配置方案的优劣决策顺序为方案 3,方案 1,方案 2,方案 4,方案 5,方案 8,方案 6,方案 7,最佳方案为方案 3,即“经济发展速度中+农业结构调整中+强化节水+供水高”方案. 因此,在对河南省进行水资源优化配置时,应加强污水回用,这既可减轻污水排放对生态环境和河流水质的影响,又可节约资源,节省水利工程的投资,同时应加强节水,挖掘生活、工业和农业节水潜力. 而采用模糊优选模型进行水资源配置决策时,得到的配置方案的优劣顺序为<sup>[11]</sup>方案 3,方案 4,方案 2,方案 1,方案 7,方案 8,方案 5,方案 6. 从 2 种模型计算结果可知,决策顺序虽然存在一定的差异,但最优方案均为方案 3,而投影寻踪模型直接由水资源配置方案的数据驱动,评价结果分散性大,便于决策. 笔者还尝试采用了其他优化技术方法求解投影指标函数,如 MATLAB 的遗传算法工具箱、Pattern Search 算法,但存在寻优速度慢,甚至不收敛,得不到全局最优解的问题.

4 结 语

本文建立了基于粒子群优化算法和投影寻踪耦合的水资源配置决策模型,并应用该模型进行了南水北调中线河南受水区水资源配置决策. 与模糊优选模型相比,本文所建模型评价结果合理,分散性大,便于决策. 与遗传算法、Pattern Search 算法相比,本文所建模型具有寻优速度快、全局搜索能力强的优点. 依据投影

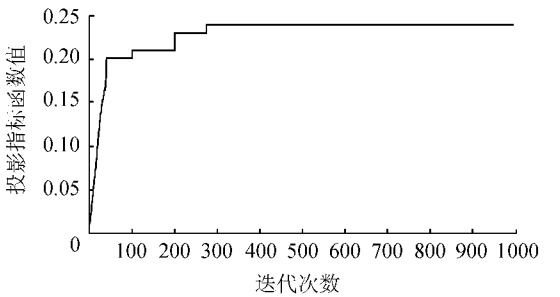


图 1 迭代次数与投影指标函数值的关系曲线  
Fig. 1 Relationship between iterations and values of projection index function

寻踪模型直接由水资源配置方案的数据驱动,评价结果分散性大,便于决策. 笔者还尝试采用了其他优化技术方法求解投影指标函数,如 MATLAB 的遗传算法工具箱、Pattern Search 算法,但存在寻优速度慢,甚至不收敛,得不到全局最优解的问题.

寻踪理论建立的水资源配置决策模型,符合水资源配置方案自身的特性,无需预先给定各决策指标权重;用粒子群算法优化投影指标函数,不仅有利于提高投影寻踪模型的计算效率和求解的稳定性,而且易于编程实现.

水资源配置决策为一个高维、非线性、非正态的系统决策问题,建立科学合理的指标体系是保证决策科学的前提,如何构建并筛选决策指标体系值得进一步研究.

参考文献:

[1] 罗利民,谢能刚,仲跃,等.区域水资源合理配置的多目标博弈决策研究[J].河海大学学报:自然科学版,2007,35(1):72-76.

[2] 彭少明,黄强,张新海,等.黄河流域水资源可持续利用多目标规划模型研究[J].河海大学学报:自然科学版,2007,35(2):153-158.

[3] 符传君.海南省水资源配置决策的层次分析模型研究[J].中国水利水电科学研究院学报,2007,5(3):212-217.

[4] 姚荣,唐德善,张娜.基于模糊理论的水资源合理配置研究[J].水电能源科学,2005,23(6):5-7.

[5] 王济干,张婕,董增川.水资源配置的和谐性分析[J].河海大学学报:自然科学版,2003,31(6):702-705.

[6] 吴泽宁,左其享,丁大发,等.黄河流域水资源调控方案评价与优选模型[J].水科学进展,2005,16(5):735-740.

[7] 郭文献,夏自强,王鸿翔,等.基于模糊物元模型的水资源合理配置方案综合评价[J].灌溉排水学报,2007,26(5):75-78.

[8] 金菊良,张欣莉,丁晶.评估洪水灾情等级的投影寻踪模型[J].系统工程理论与实践,2002,22(2):140-144.

[9] EBERHART R C,KENNEDY J. A new optimizer using particle swarm theory [C]//Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science.Piscataway, USA:IEEE Service Center,1995:39-43.

[10] 张喆,孟庆春,薛任,等.一种非线性约束优化的微粒群新算法[J].哈尔滨工业大学学报,2006,38(10):1716-1718.

[11] 华北水利水电学院.南水北调中线工程建设对河南省水资源配置格局影响研究[R].郑州:华北水利水电学院,2007.

Coupled model of particle swarm optimization and projection pursuit for water resources allocation decision-making

QU Ji-hong<sup>1, 2</sup>, CHEN Nan-xiang<sup>2</sup>, HUANG Qiang<sup>1</sup>, XU Jian-xin<sup>2</sup>

(1. Key Laboratory of Northwest Water Resources and Environment Ecology of Ministry of Education, P. R. China, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China ;  
2. College of Resources and Environment, North China University of Water Conservancy and Hydroelectric Power, Zhengzhou 450011, China)

**Abstract:** Water resources allocation decision-making involves various resource distribution, economic, social and environmental objectives, and requires a multiple-dimensional, non-linear and non-normal decision-making system. Projection pursuit (PP) was adopted to reduce the dimensions of the decision-making problem and particle swarm optimization (PSO) was adopted to optimize the projection index function. A coupled model of PSO and PP was established for water resources allocation decision-making. It was directly driven by the sample data, and the optimum projection values of various schemes were calculated according to the optimum projection direction so as to realize the goal of water resources allocation in low-dimensional space. In addition, the programming of the model based on PSO is relatively easy. The application of water resources allocation decision-making in Henan Province for the Middle Route of South-to-North Water Transfer Project shows that the results of the coupled model of PSO and PP are more rational than those of the fuzzy optimization model.

**Key words:** water resources allocation ; decision-making of scheme ; projection pursuit ; particle swarm optimization