

DOI :10.3876/j.issn.1000-1980.2009.04.018

浅水方程 Roe 型格式的平衡性

何 杰^{1 2} ,徐志扬^{1 3} ,辛文杰^{1 2}

(1.南京水利科学研究院河流海岸研究所,江苏 南京 210024;
2.南京水利科学研究院水文水资源与水利工程科学国家重点实验室,江苏 南京 210024;
3.苏州市环境监测中心站,江苏 苏州 215004)

摘要:采用类似对流项特征向量分解形式分裂底坡源项,证明了浅水方程中底坡源项和压力项的平衡性,有效避免了多变地形下伪流现象的产生.运用该模式对水下地形多变、岛屿星罗棋布的浙江省温岭龙门海域进行了潮流运动模拟.模拟计算结果与水文测验数据拟合程度较好.
关键词:Roe 格式;浅水方程;平衡性;伪流
中图分类号:TV131.2 文献标识码:A 文章编号:1000-1980(2009)04-0450-07

计算浅水动力学从 20 世纪 60 年代兴起以来,出现了有限差分法、有限元法和有限体积法等数值离散方法.有限体积法是一种结合有限元法改进的有限差分法,通过对每一个控制体积的积分达到严格满足物理量守恒的要求.计算网格剖分方面所采用的有矩形网格、变步长网格、贴体坐标网格以及无结构的三角形网格和不规则四边形网格等,无结构网格在计算水域边界拟合方面可以较真实地反映出水域边界的形状和尺寸.结合数值离散格式和计算网格剖分特点,基于无结构网格的有限体积法在浅水流动数值模拟方面具有非常好的发展前景.

在基于无结构网格离散计算区域采用有限体积法求解浅水方程的过程中,数值通量计算非常关键.求解数值通量的格式有多种,Roe 格式是常用的一种^[1].Roe 格式利用左右函数的常数态构造常数矩阵,可以将非线性问题转换为线性问题.在求解浅水方程的过程中,经常会出现伪流即静水的虚假流动现象,其根本原因在于压力项与底坡源项的不平衡.一些学者对此问题进行了研究,提出了一系列解决方法.Rogers^[2]通过平衡量的方法修正浅水方程,在不改变系数矩阵的情况下求解浅水方程.Hubbard 等^[3-5]通过分裂底坡源项的方法保证压力项和底坡源项的平衡性.Mohammadiar^[6]通过全水深和静水深度的变化来替代底坡源项的变化,证明了压力项与底坡源项的平衡性.潘存鸿等^[7-9]在该类问题的处理方式上借鉴了国外学者的一些做法,使得模型计算时效性有所提高.本文利用 Roe 格式求解浅水方程,参照对流项特征向量分裂形式对底坡源项进行分裂,对浅水方程的平衡性进行了证明,并通过水槽数值模拟和具体工程实例对模型进行了验证.

1 控制方程

在平面尺度远大于垂直尺度的情况下,可用平面二维浅水方程描述计算水域的水流运动.若不考虑水流紊动扩散因素、水面风力和科氏力影响,则水流控制方程可表示为

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} + \frac{\partial G(U)}{\partial y} = S(x, y, U) \tag{1}$$

其中

$$U = (d, ud, vd)^T \quad F = (ud, u^2d + gd^2/2, uvd)^T$$
$$G = (vd, vud, v^2d + gd^2/2)^T \quad S = S_0 + S_f = (0, S_{0x} + S_{fx}, S_{0y} + S_{fy})^T$$

式中: U ——守恒量向量; F, G ——通量向量; S ——源向量; $u(x, y, t), v(x, y, t)$ —— x, y 方向的流速分量; d ——实际水深($d = h + \eta$, h 为平均水平面下水深, η 为水面波动); g ——重力加速度; S_{0x}, S_{0y} —— x, y 方向的倾斜效应项即底坡源项($S_{0x} = -gd\partial z_b/\partial x, S_{0y} = -gd\partial z_b/\partial y, z_b$ 为河床底面高程); S_{fx}, S_{fy} —— x, y

收稿日期:2008-08-11
基金项目:水利部科技创新项目(SCX2003-03)
作者简介:何杰(1979—),男,河南焦作人,博士研究生,主要从事河口海岸工程研究.

方向的底摩擦效应项($S_{fx} = -\frac{gn^2u\sqrt{u^2+v^2}}{d^{1/3}}$, $S_{fy} = -\frac{gn^2v\sqrt{u^2+v^2}}{d^{1/3}}$, n 为曼宁系数). 水深相关量如图 1 所示.

2 数值求解

为了便于计算 , 统一采用三角形单元对计算区域进行离散 , 并将单一的网格单元作为控制元 , 物理变量配置在每个单元的中心 . 令 $E=(F,G)$ 则式 (1) 转换为

$$U_t + \nabla \cdot E = S \tag{2}$$

对式 (2) 在计算域内进行积分 , 利用 Green 公式将面积分化为线积分 , 可得

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_E U d\Omega + \oint_{\partial\Omega} (E \cdot n) dl = \int_E S d\Omega \tag{3}$$

第 i 个单元积分结果可表示为

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} A_i + \oint_{\partial\Omega_i} (E \cdot n) dl = \int_{\Omega_i} S d\Omega_i \tag{4}$$

式中 : A_i ——第 i 个单元的面积 ; l ——三角形的边长 , 对应三角形有 $\oint_{\partial\Omega_i} (E \cdot n) dl \approx \sum_{k=1}^3 (E_k \cdot n_k) l_k$.

求解该单元某边(如图 2 中单元 i 和 j 的交界边 l , R 和 L 分别表示边 l 两侧) 通过的数值通量时可采用 Reo 型格式 , 计算形式如下^[10] :

$$E \cdot n = \frac{1}{2} [(E \cdot n)_R + (E \cdot n)_L - |J_n| (U_R - U_L)] \tag{5}$$

数值通量 $(E \cdot n)$ 的 Jacobin 矩阵为

$$J_n = \frac{\partial (E \cdot n)}{\partial U} = \frac{\partial F}{\partial U} n_x + \frac{\partial G}{\partial U} n_y$$

矩阵形式为
$$A = \frac{\partial (E \cdot n)}{\partial U} = \begin{bmatrix} 0 & n_x & n_y \\ (\bar{c}^2 - \bar{u}^2)n_x - \bar{u}\bar{v}n_y & 2\bar{u}n_x + \bar{v}n_y & \bar{u}n_y \\ -\bar{u}\bar{v}n_x + (\bar{c}^2 - \bar{u}^2)n_y & \bar{v}n_x & \bar{u}n_x + 2\bar{v}n_y \end{bmatrix}$$

矩阵中的 $\bar{u}$, $\bar{v}$ 和 $\bar{c}$ 采用质量加权平均方法进行计算^[11] , 即

$$\bar{u} = \frac{u_R \sqrt{d_R} + u_L \sqrt{d_L}}{\sqrt{d_R} + \sqrt{d_L}} \quad \bar{v} = \frac{v_R \sqrt{d_R} + v_L \sqrt{d_L}}{\sqrt{d_R} + \sqrt{d_L}} \quad \bar{c} = \sqrt{\frac{g(d_R + d_L)}{2}}$$

矩阵 A 的特征值为 $\lambda_1 = \bar{u}n_x + \bar{v}n_y + \bar{c} \quad \lambda_2 = \bar{u}n_x + \bar{v}n_y \quad \lambda_3 = \bar{u}n_x + \bar{v}n_y - \bar{c}$

对应的特征向量为 $e_1 = (1, \bar{u} + \bar{c}n_x, \bar{v} + \bar{c}n_y)^T \quad e_2 = (0, -\bar{c}n_y, \bar{c}n_x)^T \quad e_3 = (1, \bar{u} - \bar{c}n_x, \bar{v} - \bar{c}n_y)^T$

采用特征值和特征向量来表示 , 即

$$|J_n| (U_R - U_L) = \sum_{k=1}^3 \alpha_k |\lambda_k| e_k$$

其中对应系数分别为

$$\alpha_{1,3} = \frac{\Delta d}{2} \pm \frac{1}{2\bar{c}} [\Delta (du) n_x + \Delta (dv) n_y - (\bar{u}n_x + \bar{v}n_y) \Delta d]$$
$$\alpha_2 = \frac{1}{\bar{c}} [\Delta (dv) - \bar{v} \Delta d] n_x - [\Delta (du) - \bar{u} \Delta d] n_y$$

这里的 $\Delta(\cdot) = (\cdot)_R - (\cdot)_L$.

有了上述的解算子 , 对于一般的二维浅水方程的数值解 , 就可以采用上述数值通量方法 , 通过求解每一个时间层的 Riemann 问题列 , 得到 Roe 型的数值流向量求解格式

$$(E \cdot n)_{RL} = \frac{1}{2} [E_R \cdot n + E_L \cdot n - \sum_{k=1}^3 \alpha_k |\lambda_k| e_k] \tag{6}$$

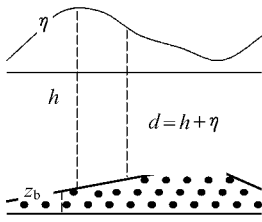


图 1 水深相关量
Fig. 1 Physical factors related with water depth

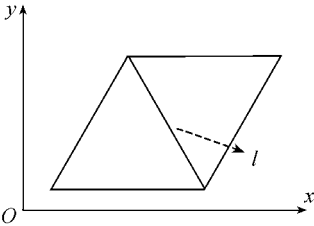


图 2 左右单元关系
Fig. 2 Relationship between left and right elements

3 源项处理

3.1 方程不平衡性

源项包括底坡源项和河床底部摩擦力项. 在 Roe 格式求解浅水方程的过程中, 底坡源项的处理非常重要. 造成浅水方程不守恒的原因如图 3 所示. 图 3(a)与(b)的区别在于水体最初处于静止状态时, 在不施加任何外力的情况下, 底部没有摩擦力, 表面也没有压力变化或风应力等表面切应力, 图 3(a)中的水体可以一直保持静止状态, 而图 3(b)中的水体在重力作用下将无法保持静止状态. 有限体积法在计算过程中无法分辨水位差是存在于底部还是存在于表面, 将会导致模拟底部地形多变的静止水体时水体产生虚假流动. 实例证明, 有限体积法适用于平底或一致斜坡的情况, 但在模拟多变地形的浅水流动时会产生错误^[12]. 因为有限体积法在将方程写成守恒型方程组时, 把表面梯度项人为地分成通量梯度项和底坡源项, 以 x 方向为例,

$gd \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} gd^2 \right) + gdS_{0x}$, 所以数值求解过程中会出现不平衡问题.

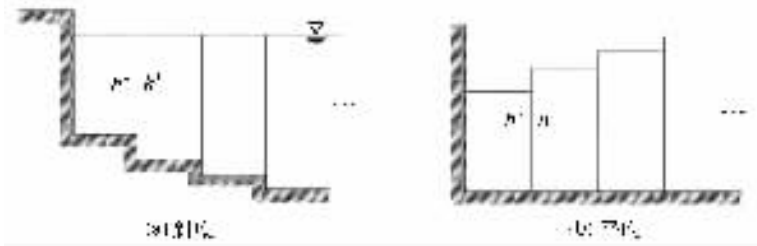


图 3 2 种不同水面的初始状态

Fig. 3 Two kinds of original water levels

如图 3(a)所示, 多变地形情况下, 水体一直处于静止状态, 此时 $\zeta = u = v = 0$. 为了模拟这一情况, 利用 Roe 型有限体积法对浅水波方程进行数值模拟, 通过第 i 单元第 l 边的数值通量用式(6)表示, 其中:

$$\sum_{k=1}^3 \alpha_k |\lambda_k| \mathbf{e}_k = \alpha_1 |\lambda_1| (1, \bar{u} + \bar{c}n_x, \bar{v} + \bar{c}n_y)^T + \alpha_2 |\lambda_2| (0, -\bar{c}n_y, \bar{c}n_x)^T + \alpha_3 |\lambda_3| (1, \bar{u} - \bar{c}n_x, \bar{v} - \bar{c}n_y)^T =$$
$$\frac{\Delta d}{2} \bar{c} (1, \bar{c}n_x, \bar{c}n_y)^T + 0 \cdot \bar{c} (0, -\bar{c}n_y, \bar{c}n_x)^T + \frac{\Delta d}{2} \bar{c} (1, -\bar{c}n_x, -\bar{c}n_y)^T = (\Delta d \bar{c} \quad 0 \quad 0)^T$$

因而

$$(\mathbf{E} \cdot \mathbf{n})_{il} = \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ gd_L^2 n_x / 2 \\ gd_L^2 n_y / 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ gd_R^2 n_x / 2 \\ gd_R^2 n_y / 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta d \bar{c} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} -(d_R - d_L) \bar{c} / 2 \\ [gn_x(d_L^2 + d_R^2)/2]/2 \\ [gn_y(d_L^2 + d_R^2)/2]/2 \end{bmatrix}$$

简化方程组, 在第 1 个方程中将出现 $-(d_R - d_L) \cdot \bar{c} / 2 = 0$, 而在多变地形情况下一般 $d_L \neq d_R$, 从而导致在模拟静止水体时产生了虚假流动. 因此, 为了使 FVM 能正确应用到多变地形浅水流的数值模拟中, 必须对压力项和底坡源项进行平衡处理.

3.2 处理方法

为了保证底坡项和压力项的平衡, 将底坡源项改写成^[3] (h 表示静水深)

$$S_0 = (0, S_{0x}, S_{0y})^T = (0, -gd \frac{\partial z_b}{\partial x}, -gd \frac{\partial z_b}{\partial y})^T =$$
$$(0, gd \frac{\partial h}{\partial x}, gd \frac{\partial h}{\partial y})^T = (0, gd, 0)^T \nabla (h, 0) + (0, 0, gd)^T \nabla (0, h)$$

对底坡源项在三角单元各边进行积分, 可得

$$S_{il} = \begin{bmatrix} 0 \\ g \bar{d} \Delta h n_x \\ g \bar{d} \Delta h n_y \end{bmatrix} l_{il}$$

其中 $\bar{d} = \frac{d_R + d_L}{2}$, $\Delta h = h_R - h_L$. 参照对流项特征矩阵分解格式,令三角单元的每条边

$$\begin{bmatrix} 0 \\ g\bar{d}\Delta hn_x \\ g\bar{d}\Delta hn_y \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^3 \beta_k \mathbf{e}_k$$

系数表达式为

$$\beta_1 = \frac{1}{2} \bar{c} \Delta h \quad \beta_2 = 0 \quad \beta_3 = -\frac{1}{2} \bar{c} \Delta h$$

证明如下:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^3 \beta_k \mathbf{e}_k &= \beta_1 \mathbf{e}_1 + \beta_2 \mathbf{e}_2 + \beta_3 \mathbf{e}_3 = \frac{1}{2} \bar{c} \Delta h \begin{pmatrix} 1 & \bar{u} + \bar{c} n_x \bar{v} + \bar{c} n_y \end{pmatrix}^T + \begin{pmatrix} 0 & -\bar{c} n_y & \bar{c} n_x \end{pmatrix}^T - \\ &\frac{1}{2} \bar{c} \Delta h \begin{pmatrix} 1 & \bar{u} - \bar{c} n_x \bar{v} - \bar{c} n_y \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0 & \bar{c}^2 \Delta h n_x & \bar{c}^2 \Delta h n_y \end{pmatrix}^T = \\ &\begin{pmatrix} 0 & g(d_R + d_L)/2 \Delta h n_x & g(d_R + d_L)/2 \Delta h n_y \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0 & g\bar{d} \Delta h n_x & g\bar{d} \Delta h n_y \end{pmatrix}^T \end{aligned}$$

对其采用迎风格式处理平衡界面通量^[11]:

$$S_{il} = \sum_{k=1}^3 \frac{1}{2} [1 - \text{sign}(\lambda_k)] \beta_k \mathbf{e}_k l_{ij}$$

式中 $\text{sign}(x)$ 为符号函数.

下面对静水 ($\zeta = u = v = 0$) 情况下, Roe 型浅水方程的守恒性进行证明. 动量方程的守恒性从以上推导可得到证明, 只需证明连续方程的守恒性即可. 连续方程的源项表示为

$$\begin{aligned} S_{il} &= \sum_{k=1}^3 \frac{1}{2} [1 - \text{sign}(\lambda_k)] \beta_k \mathbf{e}_k = \frac{1}{2} [1 - \text{sign}(\lambda_1)] \beta_1 \mathbf{e}_1 + \frac{1}{2} [1 - \text{sign}(\lambda_2)] \beta_2 \mathbf{e}_2 + \frac{1}{2} [1 - \text{sign}(\lambda_3)] \beta_3 \mathbf{e}_3 = \\ &\frac{1}{2} (1 - 1) \frac{1}{2} \bar{c} \Delta h 1 + \frac{1}{2} (1 - 1) 0 \cdot 0 + \frac{1}{2} [1 - (-1)] \left(-\frac{1}{2} \bar{c} \Delta h \right) 1 = -\frac{1}{2} \bar{c} \Delta h \end{aligned}$$

对连续方程, 有

$$\begin{aligned} \frac{d_i^{n+1} - d_i^n}{\Delta t} &= -\frac{1}{A_i} \sum_{k=1}^3 [(\mathbf{E} \cdot \mathbf{n})_{il} - S_{il}] l_k = \\ &-\frac{1}{A_i} \sum_{k=1}^3 \left[-\frac{1}{2} \bar{c} \Delta d - \left(-\frac{1}{2} \bar{c} \Delta h \right) \right] l_k = -\frac{1}{A_i} \sum_{k=1}^3 \left[\frac{1}{2} (\Delta h - \Delta d) \right] l_k \end{aligned}$$

在静水情况下

因此
$$\frac{d_i^{n+1} - d_i^n}{\Delta t} \equiv 0$$

底部摩阻项不含偏微分项, 可以直接求解. 将计算区域用三角形单元进行剖分, 对每个三角单元采用上述方式计算对流项、底坡源项. 结合求解水域的初始条件和边界条件, 最终计算形式可表示^[12]

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n - \frac{\Delta t}{A_i} \left[\sum_{k=1}^3 (\mathbf{E} \cdot \mathbf{n} - S_0)_k l_k \right]_i^n + \Delta t (\mathbf{S}_f)_i^n \tag{7}$$

3.3 动边界处理

在进行潮汐河口潮流模拟时, 涨落潮过程中计算水域范围是不断变化的. 动边界处理的方法主要有 2 类: 一类为变网格法; 另一类为固定网格法. 变网格法处理非常复杂, 计算量大, 因而采用的较少. 固定网格法处理动边界的方法有多种, 常用处理方法有窄缝法、冻结法和最小水深假设法等. 本文采用 Sleight 等^[13]提出的限制水深的方法来处理动边界问题.

限制水深法处理动边界时, 把网格分为干、湿和半干 3 类^[14] (a) 干网格. 在 n 时刻, 若网格水深 $h < h_1$, 相邻单元的水深也小于 h_1 , 则没有流量和动量通过该公共边. 如果所有相邻单元水深都小于 h_1 , 则该单元为干单元. 通常限制水深 h_1 可以取为 0.000 1 m. (b) 半干网格. 在 n 时刻, 若 $h_1 < h < h_2$, 相邻单元的水深小于 h_2 , 则在相邻界面上只有流量通量而没有动量通量. 通常限制水深 h_2 可以取为 0.000 5 m. (c) 湿网格. 在 n 时刻, 网格水深 $h > h_2$.

4 计算实例

4.1 水槽计算实例

静水算例用来检验计算格式的和谐性,即数值离散后方程的平衡性.依照参考文献[15-16],计算域为正方形 $0 \leq x \leq 1$ 和 $0 \leq y \leq 1$,底高程 $z_b(x,y)$ 分布见图 4,表达式为

$$z_b(x,y) = 0.5 \exp\{-5[(x-0.5)^2 + (y-0.5)^2]\}$$

初始条件为静水,即流速 $u = v = 0$,水位 $h = 1.0\text{ m}$.计算网格分别为 50×50 , 100×100 和 200×200 .计算过程中整个计算域水位始终为 $h = 1.0\text{ m}$, $y = 0.5\text{ m}$ 剖面处的计算值与实测值的对比如图 5 所示.由于每个计算步长水位变化为 0,因此本方法最终的计算结果不存在累计误差.

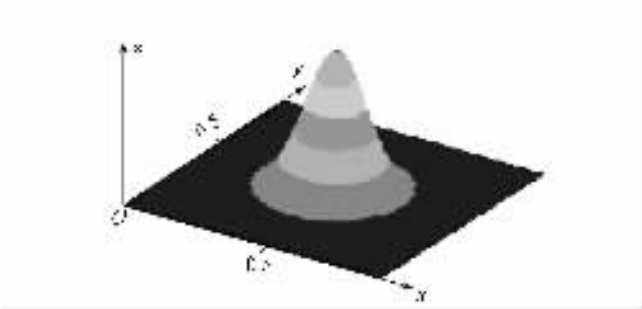


图 4 水槽底部高程示意图
Fig. 4 Bottom height of flume

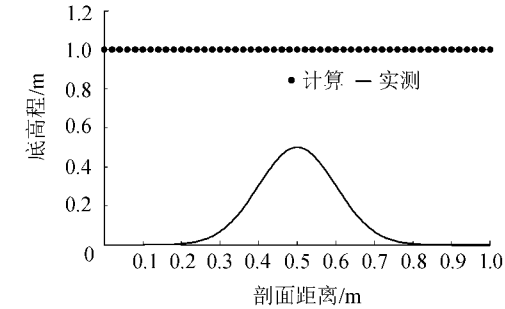


图 5 计算值与实际值的对比
Fig. 5 Comparison between calculated and actual values

4.2 温岭龙门海区潮流运动模拟

温岭龙门海域位于浙江中部沿海的椒江河口南侧.台州湾南部岛屿众多,多个岛屿连接形成岛链,积谷洋则由众多岛屿形成的岛链包围而成.积谷洋湾内水深较浅,西边有龙门岛、直大山和炮头山,北边有南港山和九门洞岛,东有南、北沙岛,南有斜头岛等岛屿,规划的温岭港区就选址在积谷洋海湾内(图 6).该工程海区岛屿众多,采用矩形网格或贴体坐标网格很难对该水域边界和岛屿进行拟合,而采用三角形网格可以达到很好的拟合效果,剖分效果见图 7.

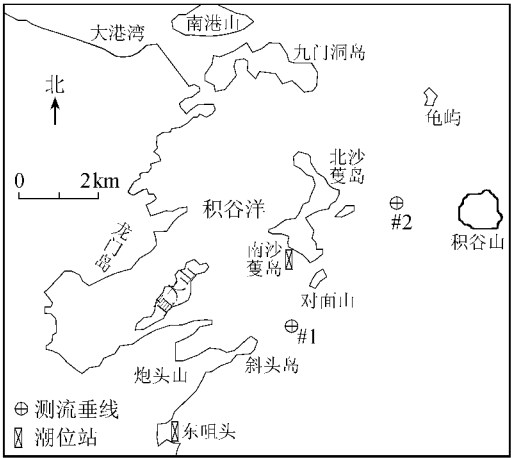


图 6 积谷洋形势图
Fig. 6 Position of Jigu Bay



图 7 工程海域网格剖分效果
Fig. 7 Grids for engineering sea area

根据港区前期建设规划研究需要,长江下游水文水资源勘测局对该工程海域进行了 3 站潮位和 7 条水文垂线的夏季大潮水文观测[17].采用上述计算模式对本次水文观测进行了潮位和流速的验证,部分验证结果见图 8(详情可见参考文献[18]),并对该海域的涨落潮潮流进行了模拟.为增加流态分布的均匀和美观性,这里对计算结果进行了网格点流速的加权处理.从图 9 模拟的平面流态图中可以看出,落潮时,外海主流为东南向,大港湾的退潮水流先往东流,在湾口处与外海潮流混合后转向东南.积谷洋湾内的水流由东口门(横礁—竹屿,下同)和东南口门(小斜头岛—对面山,下同)下泄,其中东南口门处流速明显较大,为潮流主要通道.东口门落潮水流与大港湾下泄水流汇合后受鬼屿岛和积谷山岛的约束由北向南流动,再与东南口门落

潮流汇合后一并往东南流.涨潮时,外海主流呈 NW 向,潮流由东口门和东南口门进入积谷洋,近海潮流受岛屿约束则由南向北流动.

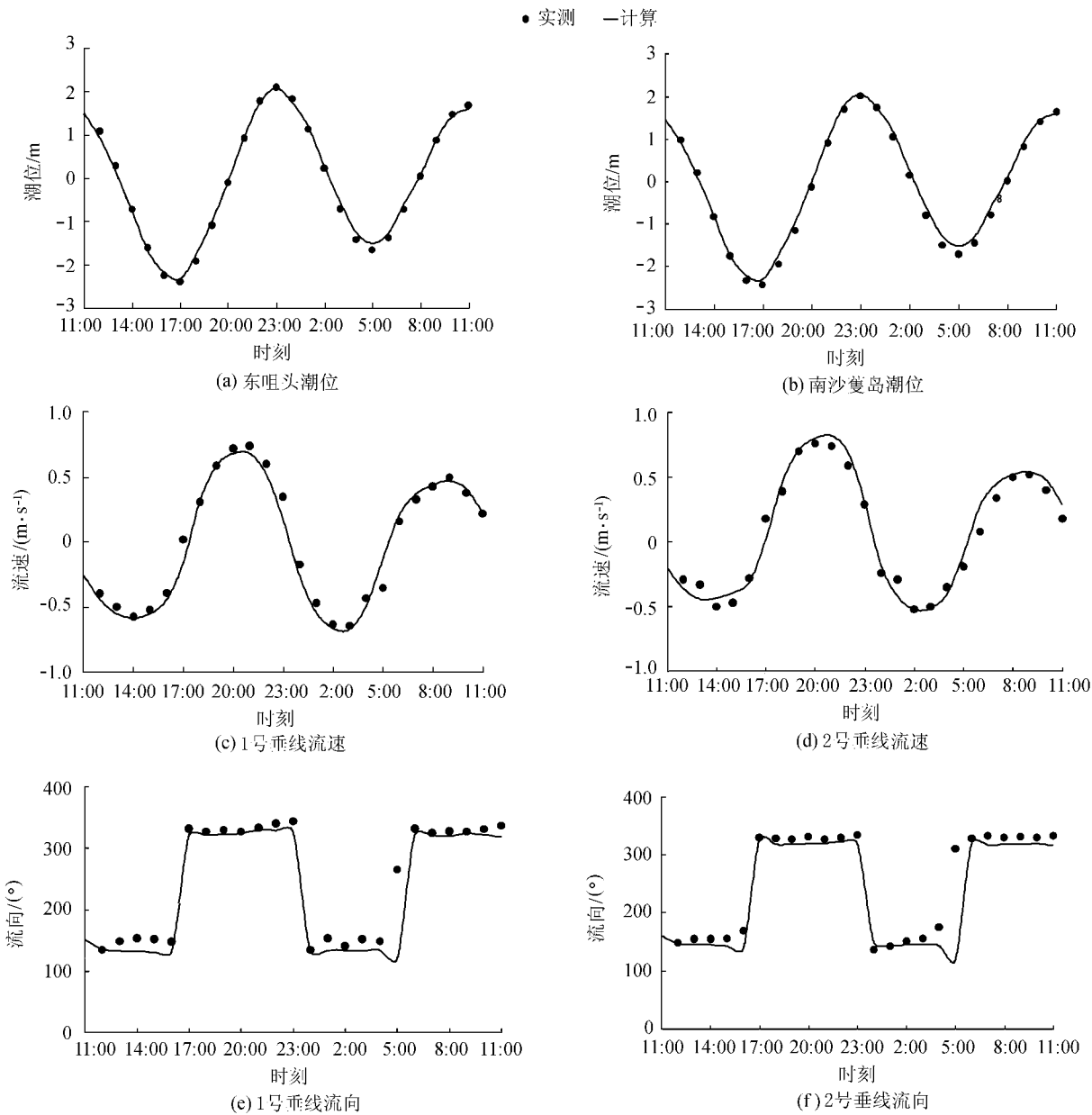


图 8 潮位、流速过程验证
Fig. 8 Validation of water levels and flow velocities

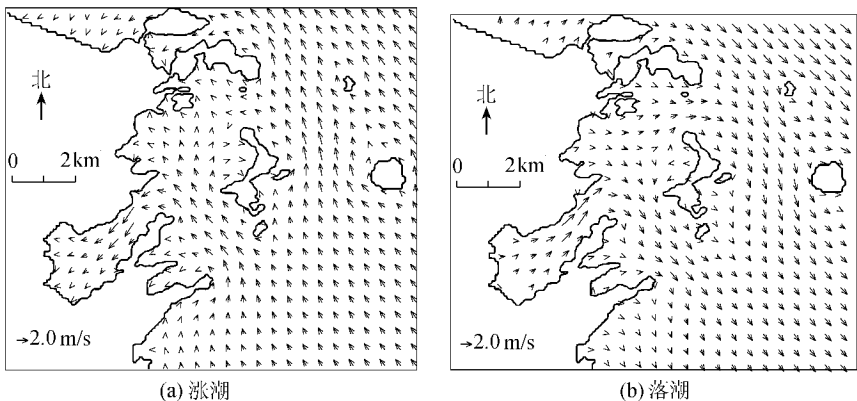


图 9 工程海域涨落潮平面流态
Fig. 9 Flow patterns of flood and ebb tides in engineering sea area

5 结 论

针对复杂计算域和地形,本文采用基于无结构网格的有限体积法,以 Roe 格式的近似 Riemann 解求解单元边界上的数值通量,底坡源项采用类似对流项特征向量分解形式离散,克服了简单处理底坡源项出现的方程不平衡问题,有效避免了静水虚假流动现象的产生,水槽数值试验计算结果与实际情况相符.河口海湾水域岸线曲折、岛屿众多,采用无结构的三角形网格可以较好地对岸线和岛屿进行拟合.对温岭龙门海域的潮流运动的模拟结果表明,潮位和流速计算结果与实测水文数据拟合较好,本文计算模式可用于实际工程潮流运动的数值模拟.

参考文献:

- [1] ROE P L. Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes[J]. Journal of Computational Physics, 1997, 135: 250-258.
- [2] ROGERS B D. Mathematical balancing of flux gradient and source terms prior to using Roe's approximate Riemann solve[J]. Journal of Computational Physics, 2003, 192: 422-451.
- [3] HUBBARD M E. Flux difference splitting and the balancing of source terms and flux gradients[J]. Journal of Computational Physics, 2000, 165: 89-125.
- [4] BRUFAU P. A numerical model for the flooding and drying of irregular domains[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2002, 39: 247-275.
- [5] BRUFAU P. Zero mass error using unsteady wetting-drying conditions in shallow flows over dry irregular topography[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2004, 45: 1047-1082.
- [6] MOHAMMADIAN A. Simulation of shallow flows over variable topographies using unstructured grids[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2006, 20: 254-279.
- [7] 潘存鸿. 求解二维浅水流动方程的 Godunov 格式[J]. 水动力学研究与进展, 2003, 18(1): 16-23.
- [8] 王志力. 具有复杂计算域和地形的二维浅水流动数值模拟[J]. 水利学报, 2005, 36(4): 439-444.
- [9] 李未. Roe-Upwind 有限体积模型及对涌潮机理的数值模拟[D]. 南京: 河海大学, 2006.
- [10] BRUFAU P. Two-dimensional dam break flow simulation[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2000, 33: 35-57.
- [11] 刘儒勋, 舒其望. 计算流体力学的若干新方法[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [12] AMBROSI D. Approximation of shallow water equations by Roe's approximate Riemann solve[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 1995, 20: 157-168.
- [13] SLEIGH P A, GASKELL P H. An unstructured finite-volume algorithm for predicting flow in rivers and estuaries[J]. Computers & Fluids, 1998, 27: 479-508.
- [14] 王志力. 基于 Godunov 和 Semi-Lagrangian 法的二、三维浅水方程的非结构化网格离散研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2005.
- [15] LE VEQUE R J. Balancing source terms and flux gradient in high-resolution Godunov methods: the quasi-steady wave propagation algorithm[J]. Journal of Computational Physics, 1998, 148: 346-365.
- [16] 潘存鸿. 三角形网格下求解二维浅水方程的和谐 Godunov 格式[J]. 水科学进展, 2007, 18(3): 204-209.
- [17] 刘开平. 台州港温岭龙门作业区规划水文测验及底泥调查[R]. 南京: 长江下游水文水资源勘测局, 2006.
- [18] 辛文杰, 何杰. 台州港温岭龙门港区规划方案波浪潮流泥沙数学模型试验报告[R]. 南京: 南京水利科学研究所, 2006.

Balance of shallow water equations by use of Roe scheme

HE Jie^{1,2}, XU Zhi-yang^{1,3}, XIN Wen-jie^{1,2}

(1. River and Harbor Engineering Department, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210024, China;

2. State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210024, China;

3. Suzhou Environmental Monitoring Center, Suzhou 215004, China)

Abstract: The bed slope source term was split in the form of flux eigenvectors. The balance between the source terms and flux gradients in the shallow water equations was proven. False flows were effectively avoided under variable topographies. The motion of the tidal flows in the Longmen Sea area near Wenling in Zhejiang Province with variable topography and many islands was simulated with the model. The computed results agree with the observed data.

Key words: Roe scheme; shallow water equation; balance; false flow