

DOI :10.3876/j.issn.1000-1980.2009.05.016

拱圈拓扑优化及结果合理性研究

孙蓓苏超

(河海大学水利水电工程学院,江苏南京 210098)

摘要:为验证拱圈拓扑优化的可行性和合理性,根据拱坝水平拱圈的特点,采用拓扑优化均匀化算法对某拱坝不同坝高处的水平拱圈进行结构优化计算,利用滤波法和多重网格法解决了在拱圈拓扑优化过程中出现的数值不稳定问题.对优化得到的下游面带有反弯段的结构进行不同的下游面曲线拟合,应力校核结果表明:拓扑优化得到的拱圈不仅是可行的,并且比传统形状的拱圈更为合理.

关键词:拱圈;拓扑优化;均匀化算法;反弯段;数值不稳定现象

中图分类号:TV642.4 **文献标识码:**A **文章编号:**1000-1980(2009)05-0578-04

随着结构拓扑优化理论^[1-2]的日益成熟,很多专家认为,应该在结构的初步设计阶段进行结构优化,也就是将结构选型和布局拓扑优化的理论引入结构设计之中.近 10 年来,在诸如飞机外形设计、汽车车架设计、骨骼结构模拟等领域,拓扑优化技术已经逐渐成为主流的优化手段.但拱坝的几何形状和边界条件都比较复杂,且相关的建筑材料如混凝土等不是理想的线弹性材料,所以拓扑优化的方法一直没有在水利工程中得到广泛应用.随着拓扑优化计算理论研究的不断深入,尤其该方法在诸如重力坝等较为简单的水工建筑物结构优化应用中的成功,使得拱坝的拓扑优化也成为可能.

但是,结构拓扑优化的结果往往和传统的经验计算结果在体形上有所差异.基于此,本文对拱圈结构进行了拓扑优化计算,并对拱圈下游面曲线接近坝肩部位出现的反弯段结构进行研究,以验证拓扑优化结果的合理性.

1 基本理论

1.1 拓扑优化均匀化方法

结构拓扑优化理论探讨的是结构构件的相互联结方式,包括结构内有无空洞,孔洞的数量、位置等拓扑形式,使结构在满足有关平衡、应力、位移等约束条件下,将外荷载传递到支座,同时使结构的某种形态指标达到最优^[3].

本文采用均匀化算法^[4-5]进行拓扑优化计算,即在拓扑结构的材料中引入有不同孔洞的微结构(单胞),以单胞的几何尺寸及方位角为设计变量,选用准则算法作为优化算法,确定结构的某种性能指标达到最优设计时设计区域各处的材料密度分布.这样,单胞的形式和尺寸参数决定了宏观材料在该点处的弹性性质和密度.优化过程中以微结构的单胞尺寸作为拓扑设计变量,以单胞尺寸的消长来计算微结构的密度,从而实现单胞的增删,并产生由中间尺寸单胞构成的复合材料,拓展设计空间,实现结构拓扑优化模型与尺寸优化模型的统一和连续化.均匀化算法的数学模型就是给定各项约束条件,在结构体积达到最小的前提下,求解材料密度.这里的材料密度是指单胞的密度,而不是材料本身的物理密度.

均匀化算法的数学模型^[6]为

收稿日期:2008-09-16

基金项目:国家自然科学基金(50579011)

作者简介:孙蓓(1980—),女,江苏南京人,博士研究生,主要从事水工结构优化设计研究.

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_i = \eta(a, b, \theta, \dots) \\ \min(\kappa(u)) = \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} f_i u_i d\Omega + \sum_{i=1}^3 \int_{\Gamma} t_i u_i d\Gamma \\ \text{s.t. } \alpha_E(u, v) = \kappa(v) \quad v \in U \\ E \in E_{ad} \\ E_{ad} = \{E_{ijkl}^H | E_{ijkl}^H = E_{ijkl}(a, b, \theta, \dots)\} \\ \int_{\Omega} \eta d\Omega \leq (V - V^*) \\ 0 \leq \eta \leq 1 \end{array} \right. \quad (1)$$

式中： η_i ——单胞的密度； a, b, θ ——单胞密度参数； $\kappa(u)$ ——结构柔顺度泛函； f_i ——结构受到的节点等效体积力； t_i ——结构受到的节点等效边界荷载； u_i ——节点位移； $\alpha_E(u, v)$ ——结构的应变能； E_{ad} ——允许的结构刚度张量集合； V ——结构初始体积； V^* ——指定去除的材料体积； H ——具有定义域周期的连续函数的集合； U —— u 的集合域。

拱圈的拓扑优化以拱圈重力最小为优化目标^[7-8]。先设一个给定的区域，用 n 个带有孔洞的单胞将该区域进行离散。取单位面积矩形为单胞，假设孔洞大小为 ab ，则设计区域的重力为

$$W = \sum_{i=1}^n (1 - a_i b_i) \rho g \quad (2)$$

目标函数为重力 W ， ρ 为拱圈材料的密度，则拓扑优化的数学模型可表示为

$$\left\{ \begin{array}{l} \min W = \min \sum_{i=1}^n (1 - a_i b_i) \rho g \\ \text{s.t. } g_j \leq 0 \end{array} \right. \quad (3)$$

其中约束条件 $g_j \leq 0$ 同时考虑了应力约束和稳定约束。

由于混凝土材料为非线弹性材料，假定单位单元中的应变相应于整体应变，应力相应于整体应力都是一致和相等的。在此基础上，综合利用 Voigt 简化模型和 Reuss 简化模型^[9]，借助于体积分量和设计变量的空间分布来描述可选择的结构设计，放宽有关材料特质的 Voigt 和 Reuss 边界条件。

2 数值不稳定现象解决方案

尽管拓扑优化理论目前已经逐步发展成熟，但是诸如棋盘格式、网格依赖性等一些数值不稳定现象^[10-11]仍然存在。所谓棋盘格式，是指结构优化过程中某些区域出现的单元材料密度周期性高低分布的一种现象。对于二维平面问题，其形状和国际象棋的棋盘很类似，所以被形象地称为棋盘格式。国际上一些专家参考流体力学中 Stokes 流问题的 LBB 条件（即流体压力场的插值函数至少比流体流速场的插值函数低一阶才能保证数值计算的稳定性），认为结构拓扑优化模型的弱解形式是一个混合变分问题（包含了位移与材料弹性张量 2 种不同性态的设计变量），其表现形式与 Stokes 流类似。而所谓的网格依赖性就是指对于同样的初始设计区域，采用不同的初始网格进行优化时，其最优的拓扑形式是不同的，即拓扑优化结果依赖于初始网格的划分。这样，越细的初始网格对应着越复杂的拓扑结构形式。这可以由积分方程解的特性来解释，即结构拓扑优化问题的解实际上是不适定的，但解之间又存在一定的联系。当采用不同的方式对积分方程进行离散时，所得的数值解就是不稳定的。

为了解决棋盘格式和网格依赖性问题，本文结合数字信号处理中的高斯函数滤波法和流体力学中的多重网格法，利用高斯函数的卷积运算和可构造软化核函数的性质，综合使用滤波法和多重网格法来解决数值不稳定的现象，并配合使用滤波半径延拓法来减少局部极值现象对结构优化全局的影响，以及可能出现的各类数值不稳定现象。

3 算例和分析

3.1 算例

某拱坝设计坝高 113 m，上游水头为 110 m，下游水头为 20 m，坝体混凝土密度为 2 400 kg/m³，弹性模量 24 GPa，泊松比为 0.167。基岩密度为 2 850 kg/m³，弹性模量为 30 GPa，泊松比为 0.25。水密度为 1 000 kg/m³。取

3 个典型拱圈断面,分别位于拱坝坝高 15.2 m、43.2 m、99.2 m 处。拱圈需优化部分有限元网格尺寸为 1 m×1 m,基岩部分有限元网格尺寸为 4 m×4 m,如图 1 所示。删除率选择为 60%,迭代 20 次。上游面曲线给定且不参与结构优化。就整体来说,忽略拱圈材料的内部缺陷,并认为两岸基岩的材料性质相同。

得到的拓扑计算结果如图 2 所示,保留单元为单胞密度 0.6~1.0 的单元。

3.2 算例分析

从图 2 可以看出,在拱圈两端接近坝肩的部位均有明显的反弯段部分。为了验证这一现象是否是偶然的,将拱圈上游面曲线和基岩材料及拱圈所在位置作为计算参数,并采用不同拱圈厚度分别进行拓扑计算。计算结果表明,无论是哪种组合情况,其拱圈两端的反弯段都存在;且在同等条件下,随着拱圈厚度的增加,其反弯段的位置将向拱圈中心位置偏移。

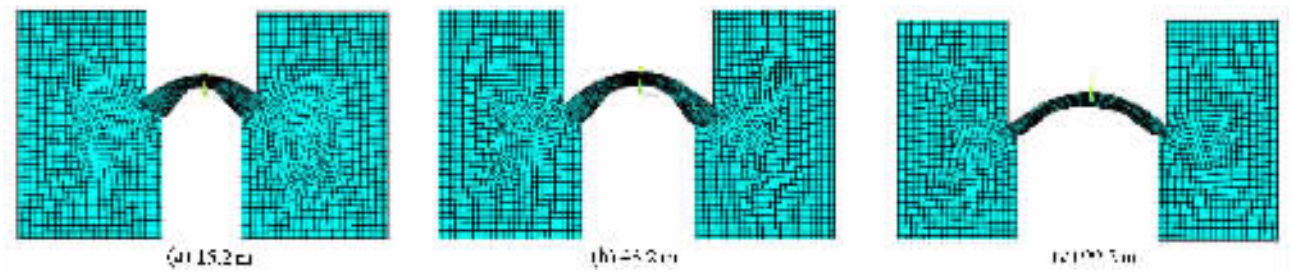


图 2 不同坝高拓扑计算结果

Fig. 2 Topology optimization of arch dam in different height

为了验证该反弯段是否合理,选取坝高 99.2 m 处拱圈,对该坝高处的下游面曲线进行不同拟合处理,如图 3 所示。3 条曲线分别为 3 种不同的拟合情况。线 *a* 为保留了反弯段的原始下游面数据进行 LS 拟合后得到的曲线,由其得到的拱坝二维拱圈断面称为 *a* 拱圈。线 *b* 为直接删除反弯段后进行二次曲线拟合的结果,即在采集拟合数据时避免了反弯段部分,得到的拱坝二维拱圈断面称为 *b* 拱圈。线 *c* 也是二次曲线拟合的结果,是根据曲线下游面原始数据进行拟合的结果,即部分保留了反弯段部分,但保证了总保留面积没有增大,由此得到的拱坝二维拱圈断面称为 *c* 拱圈。从形状上看,*b* 拱圈和 *c* 拱圈更加符合传统的拱圈下游曲线形式。

为了验证拓扑优化方法得到的结果是否合理,对 *a*、*b*、*c* 拱圈分别进行应力校核。根据 DL/T 5346—2006《混凝土拱坝设计规范》,拱坝整体结构的强度条件设定为 $\sigma_1 \leq 1.2 \text{ MPa}$, $\sigma_3 \geq -9.0 \text{ MPa}$ 。得到的拱圈主要应力值见表 1。

3 种拱圈形式都符合应力校核的规范要求。就拱圈本身来说,三者的第一结构主应力无明显差异,都控制在 1.2 MPa 的规范标准以下。从应力最大值看,*a* 拱圈的最大应力值稍大,不占优势,而 *b* 拱圈的最大应力值是最小的。而事实上,*a* 拱圈应力较大部分所占结构的范围很小。从第三主应力的最小值来看,尽管 *c* 拱圈的最小应力值的绝对值是最小的,*a* 拱圈的最小应力值的绝对值最大,但三者的区别不大,且 *a* 拱圈的第三主应力主要分布值范围是最小的(表 1)。而这一主要分布值在应力云图上占据拱圈结构约 90% 的面积。

综上所述,在同等条件下,如果能够有效解决拱圈自身和基岩接触部分的应力集中问题,*a* 拱圈的应力分布方式相对较好。从拱圈本身来说,*a* 拱圈的布局状态显然对结构更加有利。

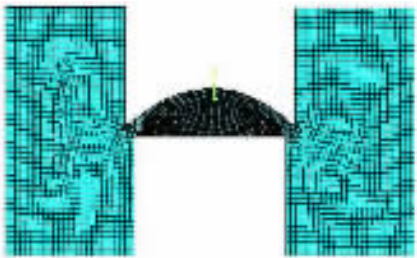


图 1 拱圈优化基本结构断面

Fig. 1 Cross section of basic structure for optimization of arch ring



图 3 不同下游面曲线拟合结果

Fig. 3 Fitting results of different downstream curves

表 1 拟合拱圈应力

Table 1 Stresses of fitting arch rings

拱圈编号	σ_1 最大值/ MPa	σ_1 分布值/ MPa	σ_3 最小值/ MPa	主要 σ_3 分布值/ MPa
a	$0.997 < 1.2$	$0 \sim 0.44$	$-3.91 > -9.0$	$-0.44 \sim 0.87$
b	$0.833 < 1.2$	$0 \sim 0.37$	$-3.13 > -9.0$	$-0.69 \sim 1.04$
c	$0.84 < 1.2$	$0 \sim 0.37$	$-2.71 > -9.0$	$-0.60 \sim 0.90$

4 结 论

本文选取某拱坝典型结构断面参数 ,采用拓扑优化方法 ,经过合理的简化 ,对拱坝二维拱圈进行优化计算 ,并针对拱圈优化计算出现的非常规下游面曲线 ,设计不同的下游面拟合曲线 .经过应力和位移变形校核 ,证实了拱圈拓扑优化结果的合理性和可行性 .

尽管从拱圈本身来说 ,荷载实际上并不是均匀分布的 ,荷载也绝非仅径向一种 ,支承条件也远比本文复杂 ,且拱圈间彼此弹性约束强烈存在 ,这些都使得拱圈的计算结果不能完全代表拱坝 .但是 ,很多学者和工程技术人员都认为 ,若单独从结构性态看 ,结合设计人员的经验 ,仍然能够设计出合适的拱坝 .因此 ,笔者认为 ,作为拱坝的一部分 ,水平拱圈拓扑优化的实现 ,至少为拱坝整体布局优化提供了可靠的理论依据和技术支持 .

参考文献 :

[1] BENDSOE M P ,MOTA S. Topology design of structures[M]. NATO ASI :Kluwer Academic Publishers ,1993 .
[2] HAMMER V B ,OLHOFF N. Topology optimization of continuum structures subjected to pressure loading[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization 2000 ,19(2) 85-92 .
[3] BREMICKER M ,KIKUCHI N ,CHIREHDAST M ,et al. Integrated topology and shape optimization in structural design[J]. Mech Struct and Mach ,1991 ,19(4) 551-587 .
[4] YOUN S K ,PARK S H. A study on the shape extraction process in the structural topology optimization using homogenized materia[J]. Computer & Structures ,1997 ,62(3) 527-538 .
[5] BENDEOE M P ,KIKUCHI N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering ,1988 ,71(2) 179-224 .
[6] 孙蓓 .连续体结构拓扑优化理论研究及其在水利工程中的应用[D].南京 :河海大学 ,2005 .
[7] 穆春燕 ,苏超 ,丛赛飞 .拱坝二维水平拱圈的拓扑优化研究[J].黑龙江水专学报 ,2007 ,34(4) :1-4 .(MU Chun-yan ,SU Chao ,CONG Sai-fei. Study on the topology optimization of 2-D horizontal arch ring[J]. Journal of Heilongjiang Hydraulic Engineering College ,2007 ,34(4) :1-4 .(in Chinese))
[8] 穆春燕 ,苏超 .拓扑优化方法在拱坝设计中的应用研究[J].浙江水利水电专科学校学报 ,2007 ,19(3) :1-4 .(MU Chun-yan ,SU Chao. Application of topology optimization in arch dam design[J]. Journal of Zhejiang Water Conservancy and Hydropower College ,2007 ,19(3) :1-4 .(in Chinese))
[9] SWAN C ,COLBY ,KOSAKA I. Voigt-Reuss topology optimaization for structures with nonlinear material behavior[J]. Int J Numer Meth Energy ,1997 ,40 3785-3814 .
[10] DIAZ A R ,SIGMUND O. Checkerboard patters in layout optimization[J]. Struct Optim ,1995 ,10 40-45 .
[11] 刘震宇 .微型及小型柔性机械结构的拓扑优化设计方法[D].大连 :大连理工大学 ,2000 .

Topology optimization and rationality of results for arch rings

SUN Bei , SU Chao

(College of Water Conservancy and Hydropower Engineering , Hohai University , Nanjing 210098 , China)

Abstract : In order to validate the feasibility and rationality of the topology optimization for arch rings , the topology homogenization algorithm was employed to calculate the structural optimization of horizontal arc rings of an arc dam at different heights according to the characteristics of horizontal arch rings of arch dams . The filtering method and multi-grid method were used to solve the numerical instability phenomena during the topology optimization of arch rings . The downstream face structure with inflection obtained from the topology optimization was fitted by use of different downstream face curves . The stress check results of the arch rings show that the arch rings based on the topology optimization are feasible , furthermore , they are more rational than other traditional arch rings .

Key words : arch ring , topology optimization , homogenization algorithm , inflection , numerical instability phenomenon