

DOI :10.3876/j.issn.1000-1980.2009.05.023

一个简化的潮汐预报准调和分析方法

王如云 李慧娟 蒋风芝

(河海大学海洋学院 ,江苏 南京 210098)

摘要 :根据潮汐动力学寻找高频潮族与低频潮族之间可能的相互作用关系 ,在只考虑相角变化率的情况下 ,建立一个简化的浅水准调和和分析模型 .连云港多年实测数据检验结果表明 :相对于原准调和和分析模型 ,简化的浅水准调和和分析模型中最小二乘法的方法方程组系数矩阵条件数小很多 ,简化后的模型计算更为稳定 .在实测数据时间较长的情况下 ,简化前后的模型预报精度相当 ;当实测数据时间较短时 ,原准调和和分析模型没有传统的调和和分析模型预报结果精度高 ,而简化后的浅水准调和和分析模型的预报结果与传统的调和和分析模型相比 ,结果精度相当 ,特别是简化后的模型与原准调和和分析模型相比 ,计算时间减少了 68% .

关键词 :浅水潮汐 ;准调和和分析 ;潮汐预报

中图分类号 :P731.34 文献标识码 :A 文章编号 :1000-1980(2009)05-0611-04

潮汐预报 ,一般采用调和分析方法^[1-3] .调和和分析方法对于深水区域可以获得很好的预报效果 ,但对于浅水区域 ,往往不能获得满意的效果 .针对浅水潮汐预报问题 ,Doodson^[4-5]提出了 60 个分潮和直接对高低潮进行浅水改进的方法 ,但在精度并和逐时潮位预报应用上均存在不足 .在浅水区域 ,由于非线性效应加大 ,潮波往往产生畸变 ,必须充分考虑高频振动的作用 .为了提高浅水区域潮汐预报的精度 ,必须增加高频的浅水分潮 ,这样采用调和和分析方法常常需要考虑六阶甚至更高阶的相互作用 ,才能满足潮汐预报的要求 .20 世纪 60 年代 ,一些学者^[6-7]通过扩充高频分潮数目的方法来改进预报结果 ,但效果并不理想 .方国洪等^[8]认为 ,随着频率的增加 ,高频浅水分潮的数目极速增加 ,不可能从中挑选出少数分潮近似代替所有分潮 ,难以用有限数目的浅水分潮来体现总的浅水效应 .

基于以上分析 ,方国洪等^[8]提出了一种浅水潮汐预报的准调和和分析模型 ,可以用来推算任意时刻的潮高以及高、低潮 ,效果比传统的调和和分析法有了显著的改进 .但使用该方法对连云港多年潮位实测数据进行分析预报时 ,发现最小二乘法的方法方程组系数矩阵条件数很大 ,算法不稳定^[9] .为此 ,本文对浅水潮汐预报准调和和分析模型进行了简化 ,简化后的模型计算更为稳定 ,计算时间大为减少 .

1 准调和和分析方法

方国洪等^[8]提出的浅水潮汐预报准调和和分析模型的思

表 1 调和分潮

Table 1 Harmonic tidal components

序号	分潮符号	Doodson 数	序号	分潮符号	Doodson 数
1	S _a	001000	30	OO ₁	130000
2	S _s	002000	31	*SQ ₁	14 2100
3	M _m	010 100	32	*2KQ ₁	140 100
4	MS _f	02 2000	33	OQ ₂	2 30100
5	M _f	020000	34	MNS ₂	2 32100
6	2Q ₁	1 30200	35	2N ₂	2 20200
7	σ ₁	1 32000	36	μ ₂	2 22000
8	*QA ₁	1 21100	37	*NA ₂	2 11100
9	Q ₁	1 20100	38	N ₂	2 10100
10	*QA ₁	1 21100	39	*NA ₂	2 11100
11	ρ ₁	1 22 100	40	ν ₂	2 12 100
12	*OB ₁	1 12000	41	OP ₂	20 2000
13	*OA ₁	1 11000	42	*MA ₂	20 1000
14	O ₁	1 10000	43	M ₂	200000
15	*OA ₁	1 11000	44	*MA ₂	201000
16	MP ₁	1 12000	45	MkS ₂	202000
17	M ₁	100000	46	λ ₂	21 2100
18	χ ₁	102 100	47	L ₂	210 100
19	*2PK ₁	11 4000	48	*SB ₂	22 4000
20	π ₁	11 3001	49	T ₂	22 3001
21	P ₁	11 2000	50	S ₂	22 2000
22	S ₁	11 1000	51	R ₂	22 100 1
23	K ₁	110000	52	k ₂ *	220000
24	ψ ₁	11100 1	53	*kA ₂	221000
25	φ ₁	112000	54	MSN ₂	23 2100
26	θ ₁	11 2100	55	KJ ₂	230 100
27	J ₁	120 100	56	2SM ₂	24 4000
28	*2PQ ₁	13 4000	57	SkM ₂	242000
29	SQ ₁	13 2000	58	*2SN ₂	25 4100

路是把潮高分为 2 部分:一部分为低频部分,由潮族 0,1,2 组成,主要是天文源潮波;另一部分为高频部分,属于浅水分潮.分析分 2 步进行:首先对于低频部分,即潮族 0,1,2,用表 1 列出的分潮计算.表 1 中包含了 Doodson^[4]所用的所有属于潮族 0,1,2 的分潮.对实测潮汐 $\xi(t)$ 进行调和分析,求出各分潮的潮汐调和常数,然后用实测水位减去平均水位和 0,1,2 族的潮位,依据剩余值再进行分析.例如利用一年潮位资料 $\xi(t)$ 对其进行调和分析,计算各分潮的潮汐调和常数,再依据式(1)将长周期、全日、半日潮族分别组合,得出 3 个基本准调和分潮,然后把三分日及以上的高频潮表示为这些基本准调和分潮的函数.

$$\left\{\begin{aligned} R_0(t)\cos r_0(t) &= \sum_{i=1}^5 f_i H_i \cos[\sigma_i t + (v+u)_i - g_i] \\ R_0(t)\sin r_0(t) &= \sum_{i=1}^5 f_i H_i \sin[\sigma_i t + (v+u)_i - g_i] \\ R_1(t)\cos r_1(t) &= \sum_{i=6}^{32} f_i H_i \cos[\sigma_i t + (v+u)_i - g_i] \\ R_1(t)\sin r_1(t) &= \sum_{i=6}^{32} f_i H_i \sin[\sigma_i t + (v+u)_i - g_i] \\ R_2(t)\cos r_2(t) &= \sum_{i=33}^{58} f_i H_i \cos[\sigma_i t + (v+u)_i - g_i] \\ R_2(t)\sin r_2(t) &= \sum_{i=33}^{58} f_i H_i \sin[\sigma_i t + (v+u)_i - g_i] \end{aligned}\right. \quad (1)$$

随着频率的增加,只增加少量的准调和项,每一个准调和项可以近似看作一群频率相近的分潮之和.计算每小时 0,1,2 族的振幅 $R_i(t)$ 和 $r_i(t)$, $i=0,1,2$. 各族的振幅和位相的变化已不再是常数,均会缓慢变化,称这些量为准调和分量.

从动力学的原因来看,浅水分潮由 2 种非线性项产生.一种是运动方程中的平流项,如 $u \frac{\partial u}{\partial x}, \dots$ 和连续方程中的非线性项,如 $\frac{\partial \zeta u}{\partial x}, \dots$ 能够产生高级摄动项;另一种是由运动方程中的摩擦项产生的,如 $\rho |u| u$ 为流速, ζ 为水位, ρ 为摩擦系数).将式(1)定义的准调和项视为单一潮波,并用 $kA \cos(a - \theta)$ 表示由非线性项产生的属于高频部分的各阶摄动项,则潮高可表达为

$$\xi = h + \sum k_j A_j \cos(a_j - \theta_j) \quad (2)$$
$$h = A_0 + \sum_{i=1}^{58} f_i H_i \cos[\sigma_i t + (v+u)_i - g_i] \quad (3)$$

式中: $kA \cos(a - \theta)$ ——浅水分潮部分,用 34 个准调和项表示浅水效应; k, θ ——准调和常数; A, a ——已知参数,其表达式见表 2.

预报时,首先由表 1 中第 1~58 个分潮的调和常数按式(3)计算 h .再由式(1)计算各族的 R 和 r ,根据 R 和 r 按表 2 计算 A, a .

利用文献[8]中的浅水潮汐预报准调和模型对连云港多年的实测潮位资料进行了分析预报,得出的结论是改善效果明显,但浅水系数矩阵的条件数极大(3×10^7),这意味着方程组病态严重,该模型算法不稳定.在进行浅水潮汐准调和模型分析时,选择的浅水分潮并非越多越好.选择的浅水分潮达到一定个数后,浅水系数矩阵奇异严重,预报精度不仅没有提高,反而会由于矩阵奇异给预报可靠度带来负面影响.实际上,在观测记录数据资料的过程中,会有恶劣天气或仪器磨损等意外情况造成潮位数据缺测,或者重大误差等情况发生,加上观测数据长度的不同,算法若不稳定,这些原始误差就会在预报过程中被扩大,导致预报结果的可靠性下降.鉴于此,本文对原浅水潮汐预报准调和模型进行了简化.根据潮汐动力学寻找高频潮族与低频潮族之间可能的相互作用关系,在只考虑相角变化率的情况下,建立一个简化的浅水准调和模型.

表 2 准调和项中 A, a 表达式

Table 2 Formulation of A, a in quasi-harmonic terms								
j	A_j	a_j	j	A_j	a_j	j	A_j	a_j
1	R_1^2	$3r_1$	12	R_2^3	$2r_2$	23	R_2^4	$3r_2$
2	$R_1 R_2$	$r_1 + r_2$	13	$R_0 R_2^2$	$2r_2$	24	$R_1 R_2^2$	$r_1 + 3r_2$
3	$R_1^2 R_2$	$r_1 + r_2$	14	$R_1^2 R_2$	$3r_1 + r_2$	25	$R_1 R_2^3$	$r_1 + 3r_2$
4	$R_1 R_2$	$2r_2 - r_1$	15	$R_1 R_2$	$r_1 + 2r_2$	26	$R_1 R_2^3$	$4r_2 - r_1$
5	$R_1 R_2^2$	$2r_2 - r_1$	16	$R_1 R_2^2$	$r_1 + 2r_2$	7	$R_1 R_2^4$	$4r_2 - r_1$
6	$R_1 R_2^3$	$2r_2 - r_1$	17	$R_1 R_2^3$	$r_1 + 2r_2$	28	R_2^3	$4r_2$
7	R_1^3	$4r_1$	18	$R_1 R_2^2$	$3r_2 - r_1$	29	R_2^4	$4r_2$
8	$R_1 R_2$	$2r_1 + r_2$	19	$R_1 R_2^3$	$3r_2 - r_1$	30	$R_1 R_2^4$	$r_1 + 4r_2$
9	$R_1^2 R_2$	$2r_1 + r_2$	20	$R_1^2 R_2$	$2r_1 + 2r_2$	31	R_2^4	$5r_2$
10	$R_1^2 R_2$	$2r_1 + r_2$	21	R_2^2	$3r_2$	32	R_2^5	$5r_2$
11	R_2^2	$2r_2$	22	R_2^3	$3r_2$	33	R_2^5	$6r_2$
						34	R_2^6	$6r_2$

2 简化的准调和和分析模型

考虑到准调和和分析模型中各族的振幅和位相变化虽然不再是常数 ,但均变化缓慢 ,因此表 2 中许多 a 相同的项是导致浅水系数矩阵严重病态(大条件数)的主要原因 ,从而对表 2 中的准调和项进行筛选 ,只保留 a 的表达式不一样的项(a 的表达式见表 3). 另外 ,考虑到摩擦力的非线性效应影响^[6] ,复合潮波的振幅不一定正比例于源潮波振幅的乘积 ,因此简单地取表 2 中的 $A = 1$. 在此得到取浅水分潮一般表达式为 $k \cos$ ($a - \theta$)的简化的准调和和分析模型 ,即在准调和和分析模型基础上把式(2)改为

$$\xi = h + \sum k_j \cos(a_j - \theta_j)$$

(4)

由于不要求解表 2 中的 A ,亦即不要求解式(1)中的 $R_i(t) , i = 0 , 1 , 2$,可节省大量计算时间.

表 4 为简化前后模型的预报结果比较 ,仍以 1967 年实测潮位作为分析资料来预报其他年份水位. 为书写方便 ,称简化前浅水潮汐预报准调和模型为模型 1 ,简化后模型为模型 2 .

分析表 4 预报精度虽然没有提高 ,但两者均方差相差仅为 0.9~1.6 cm ,同时模型 2 的浅水系数矩阵条件数相比模型 1 小很多(模型 1 为 35 912 244 ,模型 2 为 14) ,说明简化后的算法稳定. 这对预报结果的可靠性是有利的.

为了进一步验证模型 2 稳定性好于模型 1 ,改变用于分析的潮位资料的时间长度 ,比较 2 种模型的预报结果.

表 5(时间长度从 1967 年 1 月 1 日计 ,预报 1982 年潮位)显示 ,当用于准调和和分析的数据时间段长度缩减到 204 d 时 ,模型 2 的均方差开始小于传统的调和分析方法及模型 1 .继续缩减到 168 d(约半年)之后 ,模型 1 的预报均方差开始远远大于以传统的调和分析方法预报的均方差 ,而模型 2 较传统的调和分析方法的均方差有所改进 ,显然简化后的模型稳定性要好得多.

表 5 不同分析时间长度均方差比较

Table 5 Comparison of mean square deviations among three models under different record lengths

时间长度	均方差/cm		
	传统模型	模型 1	模型 2
365	24.4	21.3	21.8
334	24.1	20.8	21.3
304	24.2	20.9	21.5
273	26.6	23.7	24.2
243	31.7	29.4	29.6
211	31.3	29.0	29.3
205	43.0	41.7	41.7
204	45.1	43.9	43.8
203	46.1	44.9	44.8
200	50.0	49.2	48.9
196	52.8	52.6	51.7
185	60.0	61.3	59.2
184	59.2	59.7	58.3
177	97.9	131.8	97.4
168	169.3	1 433.8	169.1
165	268.9	6 751.2	268.8
163	349.1	17 626.9	349.0

表 3 准调和项中 a 的表达式

Table 3 Formulation of a in quasi-harmonic terms

j	a_j	j	a_j	j	a_j
1	$3r_1$	7	$3r_1 + r_2$	13	$4r_2 - r_1$
2	$r_1 + r_2$	8	$r_1 + 2r_2$	14	$4r_2$
3	$2r_2 - r_1$	9	$3r_2 - r_1$	15	$r_1 + 4r_2$
4	$4r_1$	10	$2r_1 + 2r_2$	16	$5r_2$
5	$2r_1 + r_2$	11	$3r_2$	17	$6r_2$
6	$2r_2$	12	$r_1 + 3r_2$		

表 4 模型 1 和模型 2 均方差比较

Table 4 Comparison of mean square deviations between Model 1 and Model 2

年份	均方差/cm		
	传统模型	模型 1	模型 2
1962	30.5	28.6	29.5
1963	24.2	21.3	22.6
1964	24.5	21.7	23.0
1965	24.8	22.1	23.3
1966	24.6	21.7	23.0
1967	20.8	17.3	18.9
1968	24.2	21.6	22.9
1969	28.3	26.1	27.1
1970	26.0	23.5	24.7
1971	24.8	22.1	23.5
1972	27.6	25.3	26.4
1973	27.1	24.8	25.9
1974	28.5	26.3	27.3
1975	26.8	24.6	25.5
1982	24.4	21.2	22.6

表 6 简化前后模型计算时间比较

Table 6 Comparison of computation time between Model 1 and Model 2

年份	计算时间/s	
	模型 1	模型 2
1962	2.48	0.78
1963	2.41	0.77
1964	2.47	0.77
1965	2.41	0.80
1966	2.44	0.77
1967	2.41	0.78
1968	2.39	0.77
1969	2.41	0.78
1970	2.41	0.75
1971	2.41	0.75
1972	2.39	0.75
1973	2.39	0.77
1974	2.44	0.77
1975	2.45	0.77
1982	2.41	0.75
平均计算时间	2.42	0.77

对简化前后浅水潮汐预报准调和模型进行分析(包括将各潮族的分潮迭加到求出浅水准调和常数的全部过程)所花的时间进行了统计,结果见表6.由表6可以看出,简化后的模型2对浅水准调和部分平均计算时间为0.77 s,模型1为2.42 s,为模型1的32%左右.当分析数据量很大时,模型2的优势更为明显.

3 结 论

本文利用连云港潮位资料,对简化后的浅水潮汐预报准调和模型进行了分析检验.首先,其法方程系数矩阵条件数为14,而简化前的模型高达 10^8 ,说明简化后的模型其算法更为稳定;其次,当分析时段潮位资料时间长度短于204 d时,简化前的浅水潮汐预报准调和模型的预报误差较传统调和方法更大,而简化后的模型较传统方法有所改进.由于简化后的模型避免了对浅水准调和项表达式中 A 的计算,且经简化后准调和项只剩下17项,从而使浅水准调和模型求准调和常数这一步骤节省了68%的时间.

参考文献:

- [1] 方国洪,郑文振,陈宗镛,等.潮汐和潮流的分析和预报[M].北京:海洋出版社,1986.
- [2] 陈宗镛.潮汐学[M].北京:科学出版社,1980.
- [3] 王如云,童章龙,陈耀登,等.基于连续函数最小二乘法的潮汐迭代调和分析方法[J].中国水运,2007,7(3):116-118.
(WANG Ru-yun, TONG Zhang-long, CHEN Yao-deng, et al. A method for the harmonic analysis of tides based on the least square method of continuous function[J]. China Water Transport, 2007, 7(3):116-118. (in Chinese))
- [4] DOODSON A T. The analysis of tidal observations[J]. Phil Trans Roy Soc Ser A, 1928, 227: 223-279.
- [5] DOODSON A T. The analysis and prediction of tides in shallow water[J]. Int Hydr Rev, 1957, 33(1): 85-126.
- [6] ZETLER B D, CUMMINGS R A. A harmonic method for predicting shallow-water tides[J]. J Mar Res, 1967, 25(1): 103-114.
- [7] ROSSITER J R, LENNON G W. An intensive analysis of shallow watertides[J]. Geophys J R Astr Soc, 1968, 16: 275-293.
- [8] 方国洪,于克俊.浅水港口潮汐预报的一个方法[J].海洋与湖沼,1981,12(5):383-390.(FANG Guo-hong, YU Ke-jun. A method for predicting the tides of shallow-water port[J]. Oceanologia et Limnologia Sinic, 1981, 12(5):383-390. (in Chinese))
- [9] 袁慰平,张令敏,黄新芹,等.数值分析[M].南京:东南大学出版社,1992.
- [10] 方国洪.潮汐摩擦的非线性效应(1)[J].海洋与湖沼,1980,11(2):98-108.(FANG Guo-hong. Nonlinear effects of tidal friction(1)[J]. Oceanologia et Limnologia Sinic, 1980, 11(2):98-108. (in Chinese))

A simple quasi-harmonic analysis method for tidal predication

WANG Ru-yun, LI Hui-juan, JIANG Feng-zhi

(College of Ocean, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Based on the probable interaction between the tides with high-and low-frequency according to the tidal dynamics, a simplified quasi-harmonic analysis method for shallow water was established only considering change of the phase rate. Compared with the original quasi-harmonic analysis method, the new method using the observed data of Lianyungang had less conditional number of the coefficient matrix of the normal equations in its least square method, and the algorithm was more stable. When the observed data have a long record, the precision of the original and simplified methods is almost the same, when the observed data has short record, the precision of the original harmonic analysis is lower than that of the traditional harmonic analysis. However, the results of the simplified quasi-harmonic analysis method have certain improvement compared with those of the traditional harmonic analysis, especially that the computation time is saved by 68%.

Key words: shallow-water tide; quasi-harmonic analysis; tidal prediction