

DOI :10.3876/j.issn.1000-1980.2009.06.012

理想弹塑性材料平压头压痕试验过程的理论分析

王 伟^{1 2}

(1. 河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室 ,江苏 南京 210098 ;
2. 河海大学岩土工程科学研究所 ,江苏 南京 210098)

摘要 : 针对理想弹塑性材料平压头压痕问题 ,对荷载-位移关系曲线进行了理论分析 ,推导出分别对应材料不同塑性发展阶段阈值的 2 个压力特征值点 ,并利用有限元方法对压痕试验过程进行了数值模拟 ,验证了这 2 个压力特征值点和卸载曲线斜率的理论计算公式 .以线性强化弹塑性材料为例 ,着重分析了压痕试验荷载-位移曲线对塑性参数的敏感性 .结果表明 ,可以通过压痕试验来确定材料的弹塑性参数 .

关键词 : 弹塑性材料 ;平压头压痕试验 ;有限元模拟 ;参数敏感性分析

中图分类号 :O344.3 文献标识码 :A 文章编号 :1000-1980(2009)06-0669-06

仪器化的压痕试验是在硬度试验基础上迅速发展起来的一种测量材料力学特性参数的方法 .相对于传统的室内力学试验 ,如单压试验、单拉试验、三轴压缩试验 ,压痕试验过程短 ,操作简单方便 ,对材料试样制备要求低 ,因此 ,压痕试验在很多材料如金属、陶瓷、高聚物等材料上得到了广泛应用 ,应用尺度也已经从毫米级逐步发展到微米级(微痕试验)乃至纳米级(纳痕试验) .压痕试验也被应用到一些地质材料如岩石的弹塑性参数的确定^[1] .压痕试验的原理很简单 ,在试验过程中 ,压头被逐渐压入到试样中 ,通过记录不同时刻的试验力(荷载)和压痕深度(位移)之间的关系 ,可以推求一系列试样材料的力学特性 ,如硬度、弹性模量、屈服极限、弹性变形功以及和蠕变、松弛、损伤等有关的力学参数 .仪器化的压痕试验可采用平底圆柱形、金字塔形(Berkovich 和 Vickers 2 种)圆锥形、球形等不同形状的压头 .对于不同类型的压头 ,试验得到的荷载和压痕深度之间的关系也不尽相同 .

对压痕试验方法进行理论和应用研究的文献众多 ,大体可以分为 3 类 (a)从理论上推导如何利用压痕试验方法得到材料的宏观力学参数 ,大多数的理论研究基于弹性力学问题求解^[1-4] (b)在理论研究的基础上 ,研究压痕试验在各种传统材料和新材料上的应用 ,对试验方法进行改进 ,研究试验过程材料的变形破坏规律^[5-9] (c)利用近些年来发展起来的数值计算方法 ,如有限元方法、边界元方法等对压痕试验过程进行模拟 ,验证理论推导的结果 ,并与试验结果进行对比 ,通过反分析的方法确定材料的力学参数^[10-13] .

目前 ,大多数对于平压头压痕试验的理论研究建立在弹性力学问题的基础上 ,而对于一些比较复杂的问题如塑性力学、流变力学、损伤力学的问题求解 ,则大多无法给出解析的解答 ,通常利用一些数值计算方法进行分析 .本文针对理想弹塑性材料的压痕问题 ,在前人工作的基础上 ,理论推导出荷载-位移曲线的 2 个特征点 ,并利用法国巴黎高等矿业学院开发的有限元程序^[14]对理想弹塑性材料平压头压痕试验过程进行了模拟 ,将理论结果和模拟结果进行了对比 ,验证了这 2 个特征点的存在 ,同时对线性强化弹塑性模型力学参数的敏感性进行了分析 .

1 平压头压痕弹塑性理论

对于压痕问题理论研究 ,Sneddon 等^[2,15-16]做出了一些开创性的工作 .其中 ,Harding 等^[17]建立了平底圆柱形压头压入一个半无限平面弹性体问题的理论解(图 1) .然而对于弹塑性压痕问题 ,即使是最简单的理想弹塑性压痕问题的求解 ,目前仍然存在着一定的困难 .

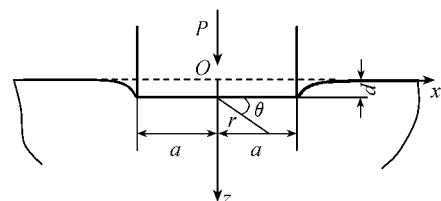


图 1 平底圆柱形压头的微痕试验
Fig. 1 Micro-indentation tests using cylindrical flat-ended indenter

数值方法为研究此类问题提供了一种新手段,但在理论上进行证明往往存在一定的难度.下面从弹性模量以及荷载-位移曲线特征值两方面对这一平压头理想弹塑性问题作些探讨.

1.1 弹性模量的确定

对于线弹性材料,压痕试验的结果可用线性的荷载-位移($P-d$)曲线来表示.当做加卸载循环时,加卸载曲线是重合的.材料的弹性模量可直接由加载曲线的斜率来确定. Harding 等^[17]给出了荷载-位移直线斜率 K 和材料弹性模量 E 的关系

$$K = \frac{P}{d} = \frac{2Ea}{1-\nu^2} \quad (1)$$

式中: a ——平压头的半径; ν ——材料的泊松比.

对于弹塑性材料,压痕试验的加载曲线反映了材料弹塑性变形的复杂过程,而初始卸载过程通常被认为是线弹性的,可以用来确定材料的弹性模量^[18]. Oliver 等^[5]对卸载曲线初始切线斜率 K_d 进行了研究,并且考虑了压头的力学性质,提出了以下表达式:

$$K_d = \frac{dF}{dh} = 2\sqrt{\frac{A}{\pi}} E_r = 2aE_r = DE_r \quad \frac{1}{E_r} = \frac{1-\nu^2}{E} + \frac{1-\nu_i^2}{E_i} \quad (2)$$

式中: A ——接触面面积(对于平底压头,试验过程中 A 保持不变,为压头的截面积); D ——压头的直径,即 $A = \pi a^2 = (\pi D^2)/4$; E_r ——接触模量,考虑了压头本身的力学性质; E_i, ν_i ——压头的杨氏弹性模量和泊松比; E, ν ——材料的杨氏弹性模量和泊松比.

因此,对于弹塑性材料,可以通过卸载曲线初始斜率来确定材料的弹性模量.

1.2 荷载-位移曲线特征值分析

Riccardi 等^[19]对金属材料压痕试验荷载-位移曲线进行了分析,认为可划分为4个阶段:(a)弹性阶段,荷载-位移曲线为线性,该阶段的终点对应的平压头平均压力特征值为 p_L ; (b)第一塑性阶段,终点对应的压力特征值为 p_y ; (c)第二塑性阶段,荷载-位移曲线的切线斜率迅速降低,材料在压痕周围由于塑性变形突起; (d)第三塑性阶段,荷载-位移曲线的斜率保持不变.根据试验曲线, Riccardi 等^[19]认为, p_y 大约为材料屈服极限 σ_y 的3倍. Yue 等^[20]也给出了类似的结论. Riccardi 等^[21]对各种合金金属采用不同直径的平压头(1.0 mm, 0.8 mm, 0.7 mm)进行了压痕试验,试验的结果验证了这一结论.而对应的压力特征值 p_L , 这些研究者都没有给出精确的解答.

以上的结果都是基于试验观察,没有在理论上对这2个特征值进行分析.一般来说,试验材料可看作弹塑性强化材料,如果采用弹塑性强化模型,从理论上进行推导将有很大的难度.以下从最简单的理想弹塑性模型出发,基于 Harding 等^[17]的压痕试验弹性应力解答对这2个特征值进行理论上的推导.

假设压头与材料接触面之间不存在摩擦力,定义了以下量纲一的几何变量(圆柱坐标系):

$$\rho = r/a \quad \zeta = z/a \quad (3)$$

式中 r 和 z 为图1所示的圆柱坐标系坐标.

边界条件可表示为

$$\begin{cases} [u_z(\rho)]_{\zeta=0} = d & (0 \leq \rho \leq 1) \\ \sigma_{zz} = 0 & (r > a) \\ \tau_{zr} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Harding 等^[17]的应力解答如下

$$\sigma_{zz} = -\frac{4\mu(\lambda + \mu)}{\lambda + 2\mu} \frac{d}{\pi a} (J_1^0 + \zeta J_2^0) \quad (5)$$

$$\tau_{zr} = -\frac{4\mu(\lambda + \mu)}{\lambda + 2\mu} \frac{d}{\pi a} \zeta J_2^1 \quad (6)$$

$$\sigma_{\theta} = -\frac{4\lambda\mu}{\lambda + 2\mu} \frac{d}{\pi a} J_1^0 - \frac{4\mu^2 d}{(\lambda + 2\mu)\rho\pi a} \left(J_1^0 - \frac{\lambda + \mu}{\mu} \zeta J_1^1 \right) \quad (7)$$

$$\sigma_r + \sigma_{\theta} = -\frac{4\mu}{\lambda + 2\mu} \frac{d}{\pi a} [(2\lambda + \mu)J_1^0 - (\lambda + \mu)\zeta J_2^0] \quad (8)$$

方程(5)~(8)中 λ 和 μ 是 Lamé 常数, J_n^m 函数表示为

$$J_n^m = \int_0^\infty p^{n-1} \sin p e^{-p\zeta} J_m(\rho p) dp \tag{9}$$

式中 J_m 为贝塞尔函数.

考虑对称轴 $\rho = 0$ 上的最大剪应力. 在对称轴上, 对于任意的 n , $J_n^1 = 0$ 且有以下一些结果:

$$J_1^0 = \frac{1}{1 + \zeta^2} \quad J_2^0 = \frac{2\zeta}{(1 + \zeta^2)^2} \quad \frac{1}{\rho} J_0^1 = \frac{1}{2(1 + \zeta^2)} \quad \frac{1}{\rho} J_1^1 = \frac{\zeta}{(1 + \zeta^2)^2} \tag{10}$$

根据 Tresca 屈服准则, 剪应力表示为

$$\frac{1}{2} |\sigma_1 - \sigma_3| = \frac{1}{2} |\sigma_r - \sigma_z| = \frac{4\mu d [\mu + (7\mu + 6\lambda)\zeta^2]}{(\lambda + 2\mu)\pi a (1 + \zeta^2)^2} \tag{11}$$

式中 Lamé 常数可表示为弹性模量和泊松比的关系式: $\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}$, $\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$, 则式(11)又可表示为

$$\frac{1}{2} |\sigma_1 - \sigma_3| = \frac{1}{2} |\sigma_r - \sigma_z| = \frac{Ed [1 - 2\nu + (7 - 2\nu)\zeta^2]}{(1 - \nu^2)\pi a (1 + \zeta^2)^2} \tag{12}$$

在对称轴 $\rho = 0$ 上, 式(12)对 ζ 求导, 可求出对应的剪应力最大值和最大值在对称轴上对应的位置, 即

$\zeta = \sqrt{\frac{5 + 2\nu}{7 - 2\nu}}$, 此时最大剪应力为

$$\frac{1}{2} |\sigma_r - \sigma_z| = \frac{Ed (7 - 2\nu)^2}{24\pi a (1 - \nu^2)} \tag{13}$$

根据 Tresca 屈服条件, 材料在对称轴上最先发生屈服时, 需满足:

$$\frac{1}{2} |\sigma_r - \sigma_z| = \frac{Ed (7 - 2\nu)^2}{24\pi a (1 - \nu^2)} = k = \frac{\sigma_y}{2} \tag{14}$$

式中 k , σ_y 分别为材料的剪切屈服极限和单压屈服极限.

平压头底部的平均压力可表示为

$$\bar{p} = \frac{P}{\pi a^2} = \frac{-2\pi \int_0^a [\sigma_z]_{z=0} r dr}{\pi a^2} = \frac{2Ed}{1 - \nu^2} \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a \frac{r dr}{\sqrt{a^2 - r^2}} = \frac{2Ed}{(1 - \nu^2)\pi a} \tag{15}$$

比较式(14)和(15), 可以推导出当对称轴上第一个点(也就是剪应力最大的点)开始进入塑性状态时, 对应的平压头平均压力为

$$\bar{p}_1 = \frac{24}{(7 - 2\nu)^2} \sigma_y \tag{16}$$

Lee 等^[23]通过有限元方法对绝对弹塑性材料的平压头压痕试验过程进行了模拟. 随着压头的压入, 塑性区域首先出现在压头的边界处, 然后向试样的中心对称轴延伸, 接着再向上和向下延伸. 如果接触面中心点进入塑性阶段, 则压头下部整个区域都进入了塑性阶段.

对于接触面中心点, $z = 0$ 即 $\zeta = 0$, 此点进入塑性阶段需满足:

$$\frac{1}{2} |\sigma_r - \sigma_z| = \frac{Ed (1 - 2\nu)}{(1 - \nu^2)\pi a} = k = \frac{\sigma_y}{2} \tag{17}$$

比较式(17)和(15), 可以得到此时压头平均压力 $\bar{p}_2$ 的大小和单压屈服极限的关系:

$$\bar{p}_2 = \frac{1}{1 - 2\nu} \sigma_y \tag{18}$$

由以上的推导, 得到了 2 个平均压力特征值 $\bar{p}_1$, $\bar{p}_2$, 分别表示对称轴上最先发生屈服时的平均压力值和接触面中心点发生屈服时的平均压力值, 可认为是材料刚塑性化对应于荷载-位移曲线上的平均应力点和平压头底部材料全部进入塑性阶段对应的平均应力点.

根据以上分析, 对于理想弹塑性材料压痕试验的荷载-位移曲线, $\bar{p}_1$ 等同于 p_L , $\bar{p}_2$ 等同于 p_y . 假定材料的泊松比为 0.33, 由式(18)计算得到 $\bar{p}_2 = 2.94\sigma_y$, 这和文献[19-21]给出的结论基本一致. 由式(16)可得出 $\bar{p}_1 = 0.6\sigma_y = p_L$. 这个结论在文献[19-21]中没有明确指出, 因为在荷载-位移试验曲线上很难辨认出线性端点, 但通过对试验曲线的观察认为这个特征值较为合理. 下面采用数值分析方法对以上 2 个结论进行验证.

2 有限元弹塑性压痕试验模拟

2.1 有限元模型介绍

采用法国巴黎矿业学院的有限元程序 Zebulon 对圆柱平底压痕问题建立了轴对称有限元模型. 模型的几何尺寸和边界条件如图 2 所示(以 2 mm 直径压头为例). 加载方式为位移控制, 进行加卸载计算. EA 端无水平位移, AB 端无垂直位移, 其余边界无约束. 根据文献[22], 考虑摩擦力对数值模拟结果影响并不大, 因此假定平压头和材料的接触面之间没有摩擦力.

有限元模型网格划分见图 3. 采用 6 节点三角形轴对称单元, 划分的原则是网格从接触面到边界由密到疏, 单元尺寸逐渐递增, 共有 1 538 个单元, 3 332 个节点. 平压头被认为是不可变形的刚性体, 试样是理想弹塑性材料, 其弹塑性参数如下(参考铝合金 Al7049): $E = 71.4 \text{ GPa}$, $\nu = 0.33$, $\sigma_y = 655 \text{ MPa}$.

2.2 荷载-位移曲线数值解和理论解的对比

通过建立的有限元模型, 分别对 3 种直径 ($D = 0.5 \text{ mm}$, 1.0 mm , 2.0 mm) 的平压头压痕试验加卸载过程进行了模拟, 结果见图 4. 分别通过式(2)~(6)~(18)计算卸载弹性模量、特征荷载值 P_1 和 P_2 , 其中: $P_1 = \bar{p}_1 A$, $P_2 = \bar{p}_2 A$.

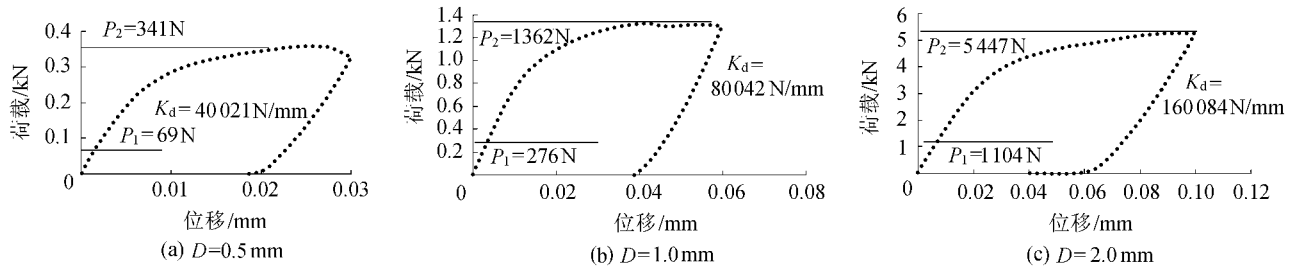


图 4 理想弹塑性材料平底压痕试验模拟

Fig. 4 Simulation of flat-ended indentation for perfectly elasto-plastic materials

根据理论公式计算的特征荷载值 P_1 和 P_2 也标在图 4 中. P_1 代表线弹性加载的临界值, 也就是开始产生塑性变形的阈值, 但和试验曲线一样, 很难在模拟的曲线上辨识出, Lee 等^[23]通过有限元方法对平面应变和轴对称的平压头压痕试验进行弹塑性分析, 也得到了相同的结论. P_2 是平压头底部全部进入塑性阶段时对应的荷载. 如果材料是理想弹塑性材料, 理论上此时加载曲线进入一个平台, 荷载能维持基本不变, 位移继续增加. 理论计算的 P_2 和图 4 中有限元计算得到的曲线极值基本一致, 说明有限元模拟的结果初步验证了 2 个特征值的存在. 尽管如此, 从图 4 也可看出, 有限元计算结果在高塑性变形时不稳定, 需要进一步优化有限元模型.

对于卸载曲线的斜率, 表 1 给出了模拟卸载曲线拟合的斜率和理论计算推求的斜率之间的对比. 可以看出, 对于这个值, 两者之间的差别很小, 并且这种差别随着压头半径的增大而增大.

2.3 压痕试验弹塑性参数敏感性分析

前面理论和数值模型研究的是理想弹塑性材料, 这种材料在现实中很少见. 下面分析弹塑性材料的参数对于压痕加卸载过程荷载-位移曲线的影响. 取 $E = 71.4 \text{ GPa}$, $\nu = 0.33$. 有限元模型采用刚性平压头, 其半径为 1 mm. 采用位移加载, 位移最大值为 0.06 mm. 为了不使问题复杂化, 采用了各向同性线性强化的弹塑

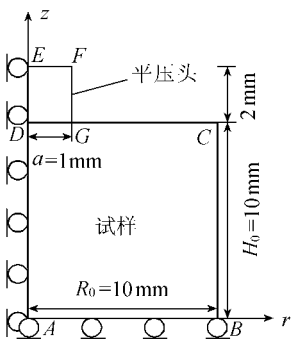


图 2 有限元模型几何尺寸和边界条件

Fig. 2 Geometrical dimensions and boundary conditions of finite element model

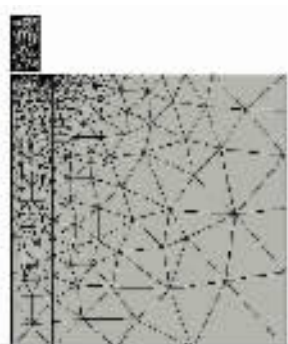


图 3 二维轴对称模型的有限元网格

Fig. 3 Finite element meshes of two-dimensional axially symmetric model

表 1 卸载曲线斜率模拟结果和理论结果的对比

Table 1 Comparison between simulated and theoretical results of unloading slopes

压头直径/ mm	$K_d / (\text{N} \cdot \text{mm}^{-1})$		误差/ %
	模拟值	理论值	
0.5	39 830	40 021	0.5
1.0	79 133	80 042	1.1
2.0	165 997	160 084	3.7

性本构模型. 在一维条件下, 塑性强化方程表示为

$$\sigma = \sigma_y + H_e \epsilon_p \tag{19}$$

式中 : H_e ——塑性强化参数 ; ϵ_p ——塑性应变.

固定 $H_e = 3\,700\text{ MPa}$, σ_y 分别取值为 250 MPa , 500 MPa , $1\,000\text{ MPa}$. 比较 3 种取值下模拟得到的荷载-位移曲线(图 5)可以看出 (a)随着 σ_y 的增大 ,加载曲线塑性强化阶段斜率增大 (b)由荷载-位移曲线弹性加载阶段和塑性强化阶段拟合直线交点对应的荷载为 R , R 随着弹性极限的增大而增大 (c)卸载曲线的斜率不随 σ_y 而变化.

固定 $\sigma_y = 590\text{ MPa}$, H_e 分别取值为 0 MPa , 100 MPa , $1\,000\text{ MPa}$, $10\,000\text{ MPa}$,比较不同取值对应的荷载-位移曲线(图 6)可以看出 (a) H_e 变化对荷载-位移曲线的 R 值影响不大 (b)增大 H_e ,对应荷载-位移曲线的峰值增大 ,但和 σ_y 相比 , H_e 对荷载-位移曲线的影响要小得多. 也就是说压痕试验荷载-位移曲线对强化参数的敏感性要远远小于对屈服极限的敏感性 (c)同样 ,初始卸载曲线斜率也不随 H_e 而变化 ,从另一方面验证了初始弹性卸载的理论假设.

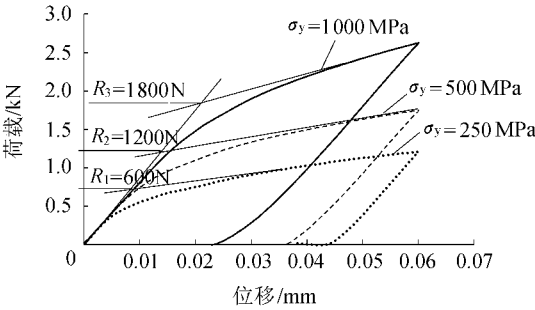


图 5 不同屈服极限下荷载-位移曲线比较

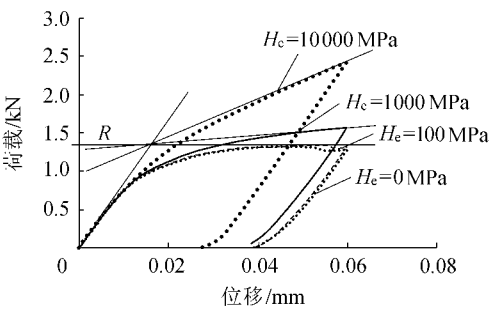


图 6 不同塑性强化下荷载-位移曲线比较

Fig. 5 Comparison of load-displacement curves under different yielding limits

Fig. 6 Comparison of load-displacement curves with different plastic hardening parameters

3 结 论

- a. 基于文献 [17] 的弹性应力解答和理想弹塑性假设 ,推导出 2 个平均压力特征值 $\bar{p}_1$, $\bar{p}_2$ 为屈服极限和泊松比的函数 ,和材料弹性模量无关.
- b. 利用有限元方法对理想弹塑性材料压痕试验加卸载过程进行模拟 ,得到了 3 种平压头直径 ($D = 0.5\text{ mm}$, 1.0 mm , 2.0 mm) 下的荷载-位移曲线 ,数值上初步验证了 $\bar{p}_1$, $\bar{p}_2$ 以及卸载曲线斜率的理论计算公式.
- c. 进一步对有限元模型中的线性强化弹塑性材料的 2 个参数 H_e , σ_y 的敏感性进行了分析 ,结果表明 σ_y 对压痕荷载-位移曲线的影响远大于 H_e ,而卸载曲线斜率不受这 2 个塑性参数的影响 ,从另一方面验证了初始卸载是弹性的理论假设.

参考文献 :

[1] WANG Wei. Identification du comportement de géomatériaux par micropénétration[D]. Montpellier :Université Montpellier II ,2005.(in France)

[2] SNEDDON I N. The relation between load and penetration in the axisymmetric Boussinesq problem for a punch of arbitrary profile[J]. International Journal of Engineering Science ,1965 ,3(1) :47-57.

[3] VLASSAK J J ,CIAVARELLA M ,BARBER J R ,et al. The indentation modulus of elastically anisotropic materials for indenters of arbitrary shape[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids ,2003 ,51(9) :1701-1721.

[4] STORAKERS B ,ELAGUINE D. Hertz contact at finite friction and arbitrary profiles[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids ,2005 ,53(6) :1422-1447.

[5] OLIVER W C ,PHARR G M. An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation[J]. Journal of Materials Research ,1992 ,7(6) :1564-1583.

[6] LEITA M H ,FERLAND F. Determination of unconfined compressive strength and Young 's modulus of porous materials by indentation tests[J]. Engineering Geology ,2001 ,59 :267-280.

- [7] VANLANDINGHAM M R ,VILLARRUBIA J S ,GUTHRIE W F. Nanoscale indentation of polymeric materials :an overview[J]. Macromolecules Symposia 2001 ,167 :15-43.
- [8] 王伟 ,徐卫亚. 一个新的岩石力学测定方法[J]. 岩土力学 2008 29(增刊) :538-544.(WANG Wei ,XU Wei-ya. A new method of testing rock properties[J]. Rock and Soil Mechanics 2008 29(S) :538-544.(in Chinese))
- [9] WANG Wei ,CORN S ,IENNY P. Caractérisation mécanique de géomatériaux par micropénétration :calibration et applications[J]. European Journal of Environmental and Civil Engineering 2009 ,13(3) :305-328.
- [10] LIU Hong-yuan ,KOU S Q ,LUBDQVUST P A , et al. Numerical simulation of the rock fragmentation process induced by indenters[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences 2002 39 :491-505.
- [11] 柳杨 ,陈常青 ,沈亚鹏. 泡沫金属压痕试验的数值模拟及其反演[J]. 力学学报 2006 ,38(2) :176-184.(LIU Yang ,CHEN Chang-qing ,SHEN Ya-peng. Numerical simulation for cone indentation of metallic foams and the reverse analysis[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics 2006 38(2) :176-184.(in Chinese))
- [12] BOLSHAKOV A ,OLIVER W C ,PHARR G M. Influences of stress on the measurement of mechanical properties using nanoindentation , Part II : Finite element simulation[J]. J Mater Res ,1996 ,11(3) :760-768.
- [13] SULEM J ,CHERROLAZA M. Finite element analysis of the indentation test on rocks with microstructure[J]. Computers and Geotechnics , 2002 29(2) :95-117.
- [14] Northwest Numerics Inc. Z-set Z-mat :Version 8.2 ,User commands[EB/OL].[2009-07-10]. <http://www.nwnumerics.com>.
- [15] BOUSSINESQ J. Applications des potentiels à l'étude de l'équilibre des corps solides élastiques[M]. Paris :Gauthier-Villars ,1885.
- [16] HERTZ H. Ueber die Berührung fester elastischer Körper[J]. Journal für die reine und angewandte Mathematik ,1882 ,7(6) :1564-1580.
- [17] HARDING J W ,SNEDDON I N. The elastic stresses produced by the indentation of the plane surface of a semi-infinite elastic solid by a rigid punch[J]. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society ,1944 41 :16-26.
- [18] DOERNER M F ,NIX W D. A method for interpreting the data depth-sensing indentation instrument[J]. Journal of Materials Research , 1986 ,1(4) :601-609.
- [19] RICCARDI B ,MONTANARI R. Indentation of metal by a flat-ended cylindrical punch[J]. Materials Science and Engineering :A ,2004 ,381 :281-291.
- [20] YUE Z F ,PROBST-HEIN M ,EGGELER G. Determination of creep parameters from indentation creep experiments :a parametric finite element study for single phase material[J]. Materials at High Temperatures 2000 ,17(4) :449-456.
- [21] RICCARDI R ,MONTANARI R ,MORESCHI L F , et al. Mechanical characterisation of fusion materials by indentation test[J]. Fusion Engineering and Design 2001 58-59 :755-759.
- [22] MOSSAKOVSKII V I. Compression of elastic bodies under conditions of adhesion :axisymmetric case[J]. J Appl Math Mech ,1963 ,27 :630-643.
- [23] LEE C H ,KOBAYASHI S. Elastoplastic analysis of plane-strain and axisymmetric flat punch indentation by the finite-element method[J]. International Journal of Mechanical Science ,1970 ,12 :349-370.

Theoretical analysis of flat-ended indentation tests on perfectly elasto-plastic materials

WANG Wei^{1 2}

(1. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering ,
Hohai University , Nanjing 210098 , China ;

2. Geotechnical Research Institute , Hohai University , Nanjing 210098 , China)

Abstract : Theoretical analysis of the load-displacement curve was conducted with regard to the flat-ended indentation tests on perfectly elasto-plastic materials. Two characteristic values of contact pressure corresponding to the threshold values in different plastic phases were theoretically deduced. Using the finite element method , the indentation process was numerically simulated. The theoretical expressions for the two characteristic points and the unloading slopes were verified. Finally , using elasto-plastic material with linearly plastic hardening as an example , the sensitivity of the plastic parameters to the load-displacement curve was analyzed. The results indicate that elasto-plastic parameters can be identified by indentation tests.

Key words : elasto-plastic material ; flat-ended indentation test ; finite element modeling ; parameter sensitivity analysis