

DOI :10.3876/j.issn.1000-1980.2010.02.011

基于应变状态的岩石损伤演化模型

张 莱 ,陆桂华

(河海大学水文水资源学院 ,江苏 南京 210098)

摘要 :针对基于几何特征统计的损伤张量难以描述由局部应力集中或局部变形不协调引起的损伤局部化现象问题 ,建立了基于材料应变状态的损伤张量 ,并根据弹脆性本构关系和相应的屈服准则推导损伤演化方程 ,研究脆性岩石材料的损伤效应 .实例计算表明 ,基于材料应变状态建立的损伤模型有更快的损伤演化速度 ,更能反映脆性岩石的性质 .

关键词 :损伤 ;脆性 ;应变 ;损伤局部化

中图分类号 :TU452 文献标识码 :A 文章编号 :1000-1980(2010)02-0176-05

岩体损伤的宏观和细观研究均表明 ,由局部应力集中或局部变形不协调引起的损伤局部化是节理岩体损伤的一个重要特征^[1-4] .很多学者对损伤局部化进行了研究 ,周小平等^[5]研究微裂纹方位角为 Weibull 分布和微裂纹长度的分布密度函数为 Rayleigh 函数时对损伤局部化影响 ;刘元高等^[6]采用概率统计方法分析节理裂隙岩体的几何特征 ,定义了反映节理裂隙岩体几何特征的组构张量 ,赵吉东等^[7]提出一种包含应变梯度项的损伤力学模型 ,并将其应用于材料的局部化损伤模拟预测中 .基于几何特征统计的损伤张量难以描述节理岩体损伤局部化现象^[8] ,因此亟须建立一种基于应力或应变等力学参量的损伤张量来描述这种损伤局部化现象 .本文基于材料的应变状态建立损伤张量 ,并根据弹脆性本构关系和相应的屈服准则推导损伤演化方程 ,以研究岩石材料的损伤效应 .

1 一维损伤变量及损伤演化方程

引入 Lemaitre 损伤变量

$$D = \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_c} \right)^n \tag{1}$$

其中 $x = (|x| - x)/2$

式中 : D ——一维损伤变量 ; ϵ ——轴向应变 ; ϵ_c ——包含残余应变的容许值 ; n ——表征材料脆性的参数 , n 越大 ,材料脆性越强 .

观察损伤张量的定义 ,损伤状态与应变状态相关 ,损伤的演化取决于应变状态的变化 ,应变状态的变化又与损伤状态有关 .一维状态的损伤演化方程可以在主应力空间扩展到三维 .如图 1 所示 , ϵ_c 为当 $n \rightarrow \infty$ 时的弹性应变上界值 ,包括破坏前应变和破坏后的残余应变 .

对于脆性岩石材料而言 ,在裂纹尖端的局部区域内 ,可能不会出现塑性屈服 ,而是脆性破坏后的微小碎末区域包含在未破坏的完整岩石之中 .因此在描述损伤演化的时候不能认为岩石破坏后仍然具有承载的能力 ,残余应变也就无从谈起 .式(1)的 ϵ_c 应当去除残余应变 .去除残余应变后的残余应变容许值就等于峰值应力对应的应变 .因此 ,采用最大拉应变准则来判定材料是否破坏是合适的 .

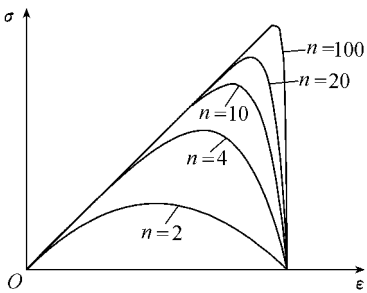


图 1 损伤材料的应力应变关系^[9]

Fig. 1 Relationship between stress and strain for damaged materials^[9]

临界状态为

$$\epsilon = \epsilon_c \tag{2}$$

式中 ϵ ——应变分量 ; ϵ_c ——容许拉应变.当 $\epsilon = \epsilon_c$ 时 ,材料破坏. ϵ_c 取单轴拉伸试验的极限破坏应变.

2 三维损伤变量及演化方程

试验表明 ,混凝土材料在单轴压缩时的损伤是张应力引起的 ,损伤方向与载荷方向正交 ,这表明混凝土的损伤是各向异性或正交各向异性的^[10].坚硬岩石材料与混凝土材料性质相似 ,可以认为岩石材料的损伤是正交各向异性的.在主应力空间 ,假定应力主轴、应变主轴和损伤主轴互相重合.材料初始状态是各向同性线弹性体 ,损伤后表现出正交各向异性性质.在此假定下 ,损伤张量 D 和应力张量 σ 均为二阶张量.设 3 个主损伤分量为 D_1, D_2, D_3 ,则根据热力学第二定律、一维损伤的定义式(1)(2)及损伤变量的物理意义 ,有

$$\begin{cases} D_1 = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_c} \right)^n + \left(\nu \frac{\epsilon_2}{\epsilon_c} \right)^n + \left(\nu \frac{\epsilon_3}{\epsilon_c} \right)^n \right) \\ D_2 = \frac{1}{2} \left(\left(\nu \frac{\epsilon_1}{\epsilon_c} \right)^n + \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_c} \right)^n + \left(\nu \frac{\epsilon_3}{\epsilon_c} \right)^n \right) \\ D_3 = \frac{1}{2} \left(\left(\nu \frac{\epsilon_1}{\epsilon_c} \right)^n + \left(\nu \frac{\epsilon_2}{\epsilon_c} \right)^n + \left(\frac{\epsilon_3}{\epsilon_c} \right)^n \right) \end{cases} \tag{3}$$

式中 ν 为泊松比.

在单轴压缩状态($\sigma_1 > 0, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$) ,有 $\epsilon_1 > 0, \epsilon_2 = \epsilon_3 = \epsilon', \epsilon' < 0$,则式(3)变为

$$\begin{cases} D_1 = \frac{1}{2} \left(\left(\nu \frac{\epsilon'}{\epsilon_c} \right)^n + \left(\nu \frac{\epsilon'}{\epsilon_c} \right)^n \right) \\ D_2 = \frac{1}{2} \left(\left(\nu \frac{\epsilon'}{\epsilon_c} \right)^n + \left(\frac{\epsilon'}{\epsilon_c} \right)^n \right) \\ D_3 = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\epsilon'}{\epsilon_c} \right)^n + \left(\nu \frac{\epsilon'}{\epsilon_c} \right)^n \right) \end{cases} \tag{4}$$

从岩石试件的单轴压缩试验观察到 ,试件破坏的方向大体与压应力方向一致.这与式(4) $D_1 < D_2 = D_3$ 相符.另外 ,按式(4) σ_3 方向也有损伤.这是因为当微裂纹出现后 ,微裂纹的方向并不完全是破坏时的宏观裂纹方向 ,初始微裂纹的方向存在一定的随机性 ,这也正是 D_1 的含义.在数量上 , D_1 远远小于 D_2 和 D_3 .这从图 2 D_1 和 D_2 的敏感性曲线可明显看到.

3 弹脆性材料损伤本构方程

无损状态下柔度矩阵为

$$E_{ij} = \begin{bmatrix} \lambda + 2G & \lambda & \lambda \\ & \lambda + 2G & \lambda \\ \text{对称} & & \lambda + 2G \end{bmatrix} \tag{5}$$

式中 λ, G 为拉梅常数和剪切模量 :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \qquad G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

因此在主应力方向上有

$$\sigma = (\lambda + 2G)\epsilon$$

根据 Sidoroff 提出的能量等价原理^[11] ,对损伤材料 ,柔度张量 $\tilde{E}_{ij}$ 为

$$\tilde{E}_{ij} = (1 - D_i)^{1/2} E_{ij} (1 - D_j)^{1/2} \tag{6}$$

式中 E_{ij} 为无损弹性张量.考虑式(5)及式(6) ,得

$$\tilde{E}_{ij} = (\lambda + 2G\delta_{ij})(1 - D_i)^{1/2}(1 - D_j)^{1/2} \tag{7}$$

则由广义虎克定律及式(7)推出弹脆性损伤材料的本构关系为

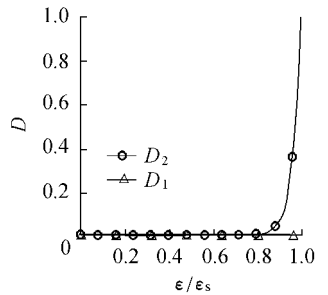


图 2 D_1 与 D_2 的敏感性曲线
Fig. 2 Sensitivity curves for D_1 and D_2

$$\begin{cases} \epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E(1-D_1)^2} - \frac{\nu\sigma_2}{E(1-D_1)(1-D_2)} - \frac{\nu\sigma_3}{E(1-D_1)(1-D_3)} \\ \epsilon_2 = -\frac{\nu\sigma_1}{E(1-D_1)(1-D_2)} + \frac{\sigma_1}{E(1-D_2)^2} - \frac{\nu\sigma_3}{E(1-D_2)(1-D_3)} \\ \epsilon_3 = -\frac{\nu\sigma_1}{E(1-D_1)(1-D_3)} - \frac{\nu\sigma_2}{E(1-D_2)(1-D_3)} + \frac{\sigma_3}{E(1-D_3)^2} \end{cases} \quad (8)$$

即

$$\{\epsilon\} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E(1-D_1)^2} & -\frac{\nu}{E(1-D_1)(1-D_2)} & -\frac{\nu}{E(1-D_1)(1-D_3)} \\ & \frac{1}{E(1-D_2)^2} & -\frac{\nu}{E(1-D_2)(1-D_3)} \\ \text{对称} & \text{对称} & \frac{1}{E(1-D_3)^2} \end{bmatrix} \{\sigma\} \quad (9)$$

式中： $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ——3 个主应力分量； $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ ——主应变分量； D_1, D_2, D_3 ——相应于 3 个主应力方向的损伤分量； E ——弹性模量。因为 $D_1 \neq D_2 \neq D_3$ ，因此共 5 个独立变量。

4 计算实例

在 PowerStationV4.0 平台上编制了水力劈裂有限元程序的力学模块 FEM3_Damage.f 90。选用的计算实例模型尺寸为 $S \times W \times B = 40\text{cm} \times 10\text{cm} \times 5\text{cm}$ 的混凝土三点弯曲梁^[12]，在上侧中点处作用一集中力 P ，计算简图与网格剖分见图 3。有关的力学参数如下： $D_0 = 0.048, E_0 = 32.7\text{ GPa}, \nu = 0.167, n = 25$ 。

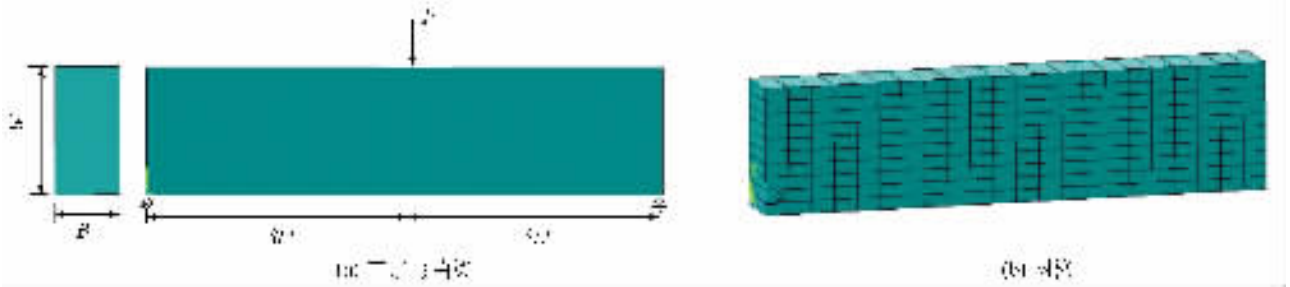


图 3 三点弯曲梁及网格

Fig. 3 Three-point bending beams and grids

模型共划分 220 个单元，506 个节点。在两端下角点铰接约束。施加载荷 $P = 6.25\text{ kN}$ ，分 25 个载荷步，逐渐加载。荷载步选为 0.25 kN ，即 $\Delta P = 0.25\text{ kN}$ 。 $P = 2.75\text{ kN}$ （第 11 步）， $P = 4.0\text{ kN}$ （第 16 步）和 $P = 6.0\text{ kN}$ （第 24 步）时水平方向的应力场见图 4。图 5 为在 ANSYSR5.5 平台计算得到的不考虑损伤时的弹性水平应力场（加载 $P = 6.25\text{ kN}$ ）。

为验证损伤模型，取文献[9]的损伤模型（演化方程）编入同一计算程序，同时计算，并考察计算结果，以作比较。

图 4(b)与(e)相比可见，在 $P = 4.0\text{ kN}$ 时在梁的底部，图 4(e)的水平应力已出现不连续，说明本文模型在计算中出现损伤要迟于文献[9]的模型。而一旦损伤出现，便很快破坏。水平应力的不连续性，是受损伤产生的裂缝的影响。从图 4 两个模型的比较可见，在载荷较小时，本文模型的极限水平应力与文献[9]模型相当（图 4(a)与(d)），并随着载荷的增加，极限应力水平从略小于文献[9]模型（图 4(b)与(e)）到差别有增大的趋势（图 4(c)与(f)）。这意味着本文模型有更快的损伤演化速度，这正是脆性岩石的性质。

图 6 表示损伤出现在梁下部受拉区域，说明遵循最大拉应变破坏准则的损伤变量能够比较准确地描述 3 点弯曲梁损伤发展的状态。梁端的损伤是因为考虑 3 个方向应变的损伤演化方程，应变分量对损伤变量具有交叉贡献。

图 7 为文献[9]模型和本文模型计算得到的梁纵向位移的曲线，可见本文模型纵向位移略大。这与图 4(c)与(f)最大水平应力的比较是一致的。本文模型计算得到的损伤要大于文献[9]的损伤，导致梁的刚度较

小,因此挠度较大,但是差别值很小,2 个模型计算结果是接近的。

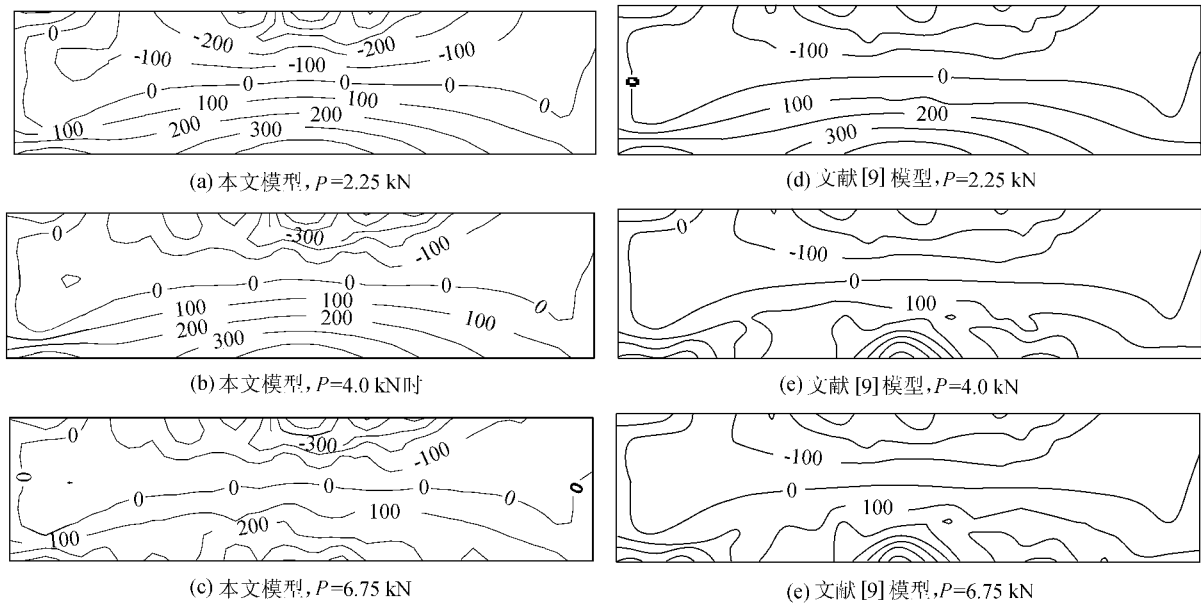


图 4 各载荷步水平向应力等值线(单位 kPa)
Fig. 4 Contours of horizontal stress for various loading steps

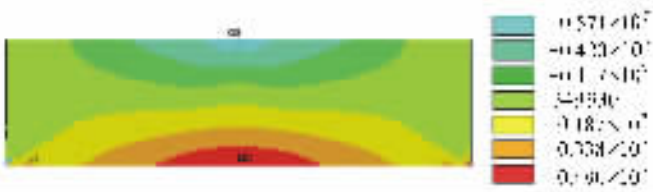


图 5 不考虑损伤的水平向应力(用 ANSYSR5.5 计算,单位 kPa)
Fig. 5 Horizontal stress without consideration of damage (calculated by ANSYSR 5.5)

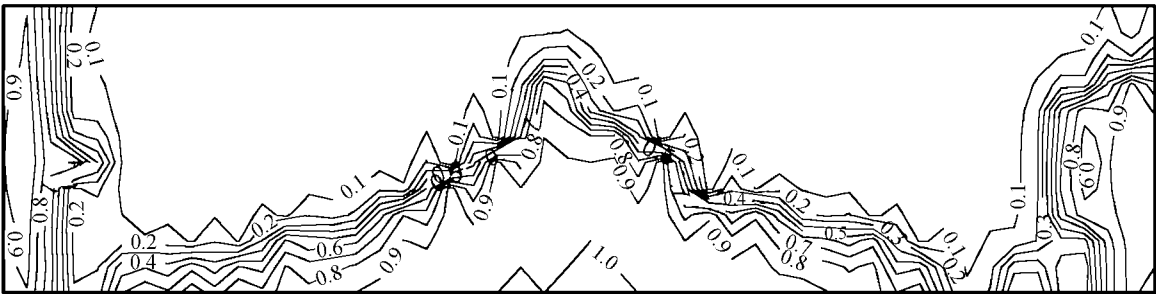


图 6 第 22 步($P = 5.5\text{ kN}$)时的损伤变量
Fig. 6 Damage variables at 22nd step($P = 5.5\text{ kN}$)

5 结 论

岩石的破坏,单就力学效应来讲,是岩石受力超过其所能承受的最大值,岩石破裂.岩石破裂的直接原因是应变超过极限值,岩石内部从局部开始产生微裂纹.微裂纹的扩展和相互连通使得损伤增强,并且进一步增强损伤的局部化,直至形成宏观裂纹,最终导致岩石破坏.

但是,当岩石被作为均匀介质时,基于统计方法的损伤力学很难真实描述岩石损伤的局部化现象.本文基于应变的损伤变量与有关模型的相关损伤模型比较,损伤的发展越快,也就越适合于描述岩石的脆性性质.

岩石损伤的最后结果是岩石断裂破坏,基于连续介质力学体系的损

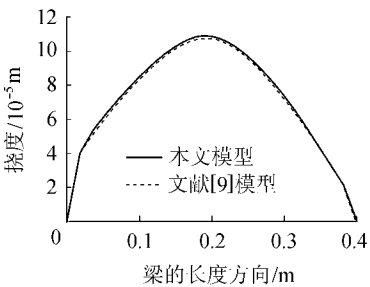


图 7 三点弯曲梁挠度的比较
Fig. 7 Comparison among of deflections of three-points bending beams

伤力学还不能准确描述岩石的断裂过程以及断裂状态.将损伤和断裂理论相结合来研究岩石的破坏过程还有待于深入研究.损伤因子和断裂指标的结合以及由损伤到断裂的物理机制是断裂损伤联合研究的重点,也是难点.

参考文献:

- [1] HORRI H ,NEMAT-NASSER S ,Brittle failure in compression :splitting ,failure and brittle ductile transition[J]. Phil Trans Royal Soc London :A ,1986 ,319 :337-374.
- [2] 宋飞 ,赵法锁 ,李亚兰 .一种岩石损伤流变模型及数值分析[J].水利水电科技进展 ,2008 ,28(1) :12-15.(SONG Fei ,ZHAO Fa-suo ,LI Ya-lan . Damage rheological constitutive model for numerical simulation to gypsum breccias[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources ,2008 ,28(1) :12-15.(in Chinese))
- [3] 杨圣奇 ,徐卫亚 ,韦立德 ,等 .单轴压缩下岩石损伤统计本构模型与试验研究[J].河海大学学报 :自然科学版 ,2004 ,32(2) :200-203.(YANG Sheng-qi ,XU Wei-ya ,WEI Li-de ,et al . Damage rheological constitutive model for numerical simulation to gypsum breccias[J]. Journal of Hohai University :Natural Sciences ,2004 ,32(2) :200-203.(in Chinese))
- [4] 浦奎英 ,范华林 .流变损伤模型及其应用[J].河海大学学报 :自然科学版 ,2001 ,29(增刊 1) :17-20.(PU Kui-ying ,FAN Hua-lin . Rheological damage model and its application[J]. Journal of Hohai University :Natural Sciences ,2001 ,29(S1) :17-20.
- [5] 周小平 ,王建华 ,张永兴 ,等 .单轴拉伸条件下细观非均匀性岩石损伤局部化和应力应变关系分析[J].应用数学和力学 ,2004 ,25(9) :943-950.(ZHOU Xiao-ping ,WANG Jian-hua ,ZHANG Yong-xing ,et al . Analysis of the localization of damage and the complete stress-strain relation for mesoscopic heterogeneous rock under uniaxial tensile loading[J]. Applied Mathematics and Mechanics ,2004 ,25(9) :943-950.(in Chinese))
- [6] 刘元高 ,周维垣 ,赵吉东 ,等 .裂隙岩体损伤局部化破坏分岔模型及其应用[J].力学学报 ,2003 ,35(4) :411-417.(LIU Yuan-gao ,ZHOU Wei-yuan ,ZHAO Ji-dong ,et al . Discontinuous bifurcation model of damage localization for jointed rocks and its application [J]. Acta Mechanica Sinica ,2003 ,35(4) :411-417.(in Chinese))
- [7] 赵吉东 ,周维垣 ,刘元高 .基于应变梯度的损伤局部化研究及应用[J].力学学报 ,2002 ,34(3) :445-452.(ZHAO Ji-dong ,ZHOU Wei-yuan ,LIU Yuan-gao . On the strain-gradient-enhanced damage model and its application to the localization analysis[J]. Acta Mechanica Sinica ,2002 ,34(3) :445-452.(in Chinese))
- [8] 谢和平 .石混凝土损伤力学[M].北京 :中国矿业大学出版社 ,1990.
- [9] 周维垣 ,剡公瑞 ,杨若琼 .岩体弹脆性损伤本构模型及工程应用[J].岩土工程学报 ,1998 ,20(5) :54-57.(ZHOU Wei-yuan ,YAN Gong-rui ,YANG Ruo-qiong . Elasto brittle damage model for rockmass based on field tests in Laxiwa arch dam site[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering ,1998 ,20(5) :54-57.(in Chinese))
- [10] 余天庆 ,钱济成 .损伤理论及其应用[M].北京 :国防工业出版社 ,1994.
- [11] 安民 ,俞茂宏 ,吴熹 ,等 .广义双剪屈服准则在岩石力学中的应用[J].岩土力学 ,1991 ,12(1) :17-26.(AN Min ,YU Mao-hong ,WU Xi ,et al . Generalized twin shear stress yield criterion in rock mechanics[J]. Rock and Soil Mechanics ,1991 ,12(1) :17-26.(in Chinese))
- [12] 邓爱民 ,符晓陵 ,徐道远 .混凝土拉、压损伤的等价关系研究[C]//崔京浩 .第十届全国结构工程学术会议论文集 :第 I 卷 .北京 :中国力学学会 ,2001.

Damage evolution model for rocks based on strain states

ZHANG Lai ,LU Gui-hua

(College of Hydrology and Water Resources ,Hohai University ,Nanjing 210098 ,China)

Abstract : Since the damage tensor based on the statistics of geometric characteristics was difficult to depict damage localization phenomenon caused by local stress concentration and local inconsistent deformation , a damage tensor was established according to the strain states of materials . The damage evolution equations were derived based on the elastic brittle constitutive relation and the corresponding yield criterion so as to study the damage effect of brittle rocks . The calculated results of an engineering case show that the proposed damage model has more quickly evolution speed and can reflect the properties of brittle rocks .

Key words : damage ; brittleness ; strain ; damage localization