

DOI :10.3876/j.issn.1000-1980.2010.02.023

k-kl 模型在风生混合流中的应用

张 卓¹ 宋志尧² 孔 俊¹ 张 凤²

(1. 河海大学港口海岸与近海工程学院 ,江苏 南京 210098 ;
2. 南京师范大学虚拟地理环境教育部重点试验室 ,江苏 南京 210097)

摘要 :为了考察 $k-kl$ 模型在风生混合流的应用效果 ,将影响其紊动扩散模拟结果的因素归结为 3 类 :一是稳定函数的不同 ;二是壁函数的不同 ;三是稳态里查德森数 Ri_{st} 的不同 . 从这 3 个方面着手对 $k-kl$ 模型进行分析 ,比较各种不同方法对混合层及紊动扩散的影响 ,并采用国外试验结果来检验数值模拟结果 . 结果表明 :稳定函数的选取对计算结果会有影响 ,相比之下 ,较新的模型如 CA , CB ,CH 能得出比传统的 MY ,KC 更精确的结果 ;抛物改进型的壁函数的结果稍好于抛物线型和对称型壁函数 ;稳态里查德森数对混合层的发展有重要影响 ,当它的值增大时 ,同时刻混合层深度也会增加 .

关键词 : $k-kl$ 模型 ; 稳定函数 ; 壁函数 ; 稳态里查德森数

中图分类号 :TV131.2 文献标识码 :A 文章编号 :1000-1980(2010)02-0236-05

紊流模型发展于 20 世纪 70 年代 ,当时主要用于气体动力研究中 ,近十多年来 ,包括 $k-kl$, $k-\epsilon$ 模型开始在海洋工程中得到广泛应用 .

$k-kl$ 模型是在海洋工程中较为常用的双方程紊流模型 ,在模拟大气海洋边界层及全球环流方面有较强的优越性^[1] . 自从首个 $k-kl$ 模型 Meller-Yamada(MY)模型于 20 世纪末在河口、近海及海洋领域得到广泛使用以来^[2] , $k-kl$ 模型开始被许多学者关注并且提出了各自的改进方法 ,包括对双方程(主要是 kl 方程)系数的调整 ,壁函数的改进^[3] ,压强应变项封闭模型的改进^[4] 等 ,这些改进方法都在各自的应用领域内取得了令人满意的结果 ,但缺乏同一种情况下进行多因素综合比较的例子 ,这就给 $k-kl$ 模型在实际工程中的应用带来了不便 . 因此 ,本文主要考虑在风生混合流情形下 ,不同方法对紊流模型模拟结果的影响 ,为在实际类似情形下 ,如河口的盐水入侵 ,污染物迁移等情况下 ,合理地选取、调整和改进 $k-kl$ 模型提供参考和借鉴 .

1 k-kl 模型

$k-kl$ 模型以紊动能 k 和紊动能通量 kl 建立对流扩散方程 :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla k = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + P + B - \epsilon \quad (1)$$

$$\frac{\partial kl}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla (kl) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_l} \frac{\partial kl}{\partial z} \right) + K (c_1 P + c_3 B - c_2 \epsilon F_{wall}) \quad (2)$$

式中 : ν_t ——垂向紊动系数 ; $\mathbf{u}$ ——流速矢量 ; P , B , ϵ ——紊动能产生项、浮力项和紊动耗散项 ; F_{wall} ——壁函数 ; σ_k , σ_l , c_1 , c_2 , c_3 ——常数 ,分别取 1.96 ,1.96 ,0.9 ,0.5 ,其中 c_3 的取值和稳定函数以及稳态里查德森数关联 ; t , z ——时间和垂向坐标 .

底面边界条件和表面边界条件一般采用对数层边界 ,即

$$k = u_*^2 / c_{\mu 0}^2 \quad (3)$$

$$kl = \kappa k (z + z_0) \quad (4)$$

收稿日期 :2009-02-23

基金项目 :水利部公益项目(200901032-03)

作者简介 :张卓(1981—) ,男 ,浙江海宁人 ,博士研究生 ,主要从事河口、近海数值模拟研究 . E-mail :mercury1214@hhu.edu.cn

式中： u_* ——摩阻流速； $c_{\mu 0}$ ——稳定函数在对数层下的常值； κ ——卡门常数，取 0.4。

由式(1)~(4)可以数值求解得到 k 和 kl 的分布，再通过式(5)(6)便可以得到垂向紊动系数和垂向扩散系数的分布，最后可以利用这些系数来求解 N-S 方程及温度扩散方程。

$$\nu_t = c_{\mu} k^{1/2} l \tag{5}$$

$$\nu'_t = c'_{\mu} k^{1/2} l \tag{6}$$

式中： c_{μ} 、 c'_{μ} ——稳定函数； l ——紊动尺度； ν'_t ——垂向扩散系数。

通过众多文献中 $k\text{-}kl$ 模型的比较^[5-7]，发现这些模型主要有 3 个方面不同：(a) 稳定函数 c_{μ} 。从式(5)(6)可以看到， c_{μ} 大小直接影响扩散系数的分布。(b) 壁函数 F_{wall} 。作为 kl 对流扩散方程中源项的一部分，会对 kl 的分布产生影响。(c) 式(2)中的 c_3 取值。在对 c_1 和 c_2 取值大同小异的情况下，对同一种稳定函数 c_3 的取值其实由稳态里查德森数 Ri_{st} 唯一确定。

2 算例简介

Kato 等^[8]曾通过风生密度混合流试验来研究混合层的变化情况。在试验中，由常数风应力作用在稳定分层 $\left(N_0^2 = -\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z} = 1 \times 10^{-4} \text{ s}^{-2}\right)$ 的水流表面，引起混合层自上而下逐渐发展。水深取得较大，因此可以忽略底面边界层的影响，看成无限水深的情况。Prince^[9]根据 Kato 等的试验数据，总结了经验公式：

$$D_m = 1.05 u_* N_0^{-1/2} t^{1/2} \tag{7}$$

式中： D_m ——混合层深度； u_* ——表面摩阻流速，在试验中取 10^{-2} m/s ； t ——施加风应力的时间。

本文的数学模型根据 Kato 等的试验建立，水流模型采用 ELCIRC 斜压模型^[10]，计算区域为 $5000 \text{ m} \times 100 \text{ m}$ ，深度为 50 m ，水平网格尺度为 $100 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ ，南北闭边界，东西采用定水位开边界，水流可自由出入。垂向网格采用自下而上逐渐加密的方式，总共分 50 层。底面阻力设 0 以消除底面边界层的影响。初始表面温度 $12.5 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ，底面温度 $10 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ，相应的 $-\frac{\partial \rho}{\partial z} = 0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} / \text{m}$ 。数模中混合层深度采用文献[11]的定义，即从水面开始向下所有 $k > 10^{-5} \text{ m}^2 / \text{s}^2$ 的区域都看作混合层。其余参数如下：网格结点 96，单元数 75，表面切应力 $\tau_s = 0.1 \text{ Pa}$ ，时间步长 120 s ，参考密度 $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$ 。

3 结果分析

3.1 稳定函数的影响

海洋数值模型必须考虑水流的斜压及分层效应，通常河道中将 c_{μ} 直接等于 $c_{\mu 0}$ 的方法显然已不能满足需要，因此从 Meller 开始，陆续提出了 MY、KC、LD、CA、CB、CH 等 6 种稳定函数，其中 CA、CB、CH 都是 2000 年后提出的。这 6 种稳定函数都是在雷诺应力方程中简化而来，差异主要源于对压强应变相关量的不同封闭模型。而 Burchard 等^[11-12]将这 6 种稳定函数表达成统一的形式，在准平衡态下，又可表达为理查德森数 Ri 的函数：

$$Ri = -\frac{\partial \rho}{g \partial z} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right]^{-1} \tag{8}$$

将 6 种稳定函数的曲线绘制于图 1。

本文关心的主要是稳定分层区域即 $Ri > 0$ 。可以看到，随着 Ri 的增大， c_{μ} 和 c'_{μ} 减小，表示了分层作用越强或剪切作用越弱，垂向扩散会因此得到削弱的物理机制。稳定函数对垂向紊动扩散系数的影响体现在 2 个方面：一是直接体现在计算中，如式(5)和(6)；二是通过影响 c_3 的取值从而决定 kl 的分布。将壁函数统一取抛物改进型，稳态里查德森数 Ri_{st} 取 0.19。图 2 表示 6 种稳定函数的混合层边界位置随时间变化关系。可以看到，MY、KC、LD 的结果比较接近，三者之中以 KC 的结果最接近经验公式(7)，但三者得到的混合层扩散速率都显得快了些，CA、CB、CH 的结果比较接近。总体来讲，好于 MY、KC、LD，这主要是因为 CA、CB、CH 在压强应变项中加入了浮力项、各项异性产生项以及涡重分布项，考虑因素更全面的缘故。

3.2 壁函数的影响

在近壁区域，水流处于对数层区，忽略浮力项且 $P = \epsilon$ ，则式(2)可转化为

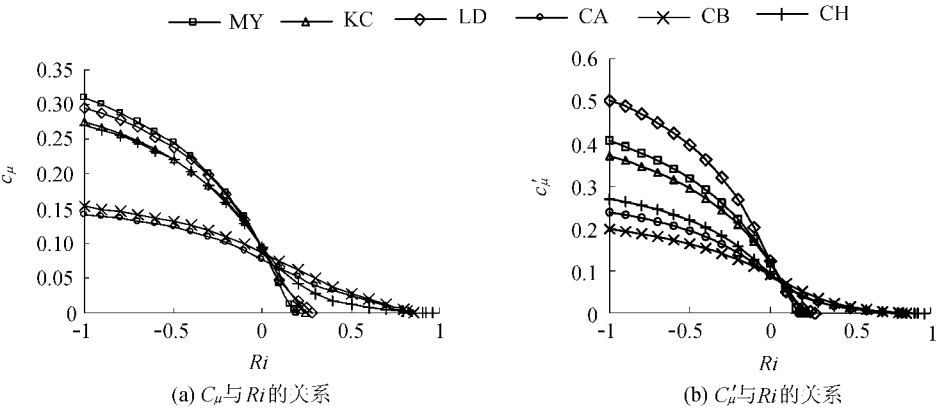


图 1 准平衡状态下 6 种稳定函数和 Ri 的关系

Fig. 1 Relationship between 6 kinds of stability functions and Richardson number Ri under quasi-equilibrium condition

$$-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\nu_t}{\sigma_l}\frac{\partial kl}{\partial z}\right)=K(c_1-c_2F_{wall})\epsilon \tag{9}$$

其中 $\epsilon=c_{\mu 0}^3k^{3/2}l^{-1}$, ν_t 可以通过式(5)得到,只是对数层下 $c_{\mu}=c_{\mu 0}$,并将 k 近似为常数,代入式(9),整理后得

$$\frac{\partial}{\sigma_l\partial z}\frac{\partial l}{\partial z}=c_1-c_2F_{wall} \tag{10}$$

如果 $l=\kappa z$,那么可以得到 σ_l 的表达式

$$\sigma_l=\frac{k^2}{c_{\mu}^2(c_2F_{wall}-c_1)} \tag{11}$$

可以看到要使 σ_l 始终为正,必须使 $c_2F_{wall}>c_1$.

比较常用的壁函数有 3 种^[3]:

抛物线型
$$F_{wall1}=1+1.33\left(\frac{l}{\kappa}\frac{d_b+d_s}{d_bd_s}\right)^2 \tag{12}$$

对称型
$$F_{wall2}=1+1.33\left(\frac{l}{\kappa}\frac{1}{\min(d_b,d_s)}\right)^2 \tag{13}$$

抛物改进型
$$F_{wall3}=1+1.33\left(\frac{l}{\kappa d_b}\right)^2+0.25\left(\frac{l}{\kappa d_s}\right)^2 \tag{14}$$

式中卡门常数 $k=0.4$, d_b 和 d_s 分别是距离底面和表面的长度.

稳定函数采用 CH 模型,稳态里查德森数取 0.25,得到 3 种壁函数条件下的混合层边界位置随时间变化曲线(图 3).可以看到,抛物改进型较抛物线型和对称型的混合层扩散速率小一些,更接近于经验公式,这主要是因为抛物改进型较抛物线型的值在边界附近相对较小, σ_l 的值较大, kl 的扩散速率下降的缘故.

3.3 稳态里查德森数 Ri_{st} 的影响

考虑平衡时状况,即紊动产生等于耗散,将式(1)(2)简化后,代入耗散项与紊动尺度之间的关系

$$\epsilon=c_{\mu 0}^3k^{3/2}/l \tag{15}$$

结合式(5)(6)可推导出 c_3 和里查德森数 Ri 存在如下对应关系

$$c_3=c_2-(c_1-c_2F_{wall})\frac{c_{\mu}}{c_{\mu}'}\frac{1}{Ri} \tag{16}$$

准平衡态下,稳定函数可表达为理查德森数 Ri 的函数, c_3 仅由 Ri 确定.此时的式(1)(2)都处于平衡态, Ri 称为稳态里查德森数,用 Ri_{st} 表示.试验表明, Ri_{st} 的值在 0.2~0.25 之间.这就意味 c_3 的取值不仅仅要使结果和经验公式(7)吻合,而且要使 Ri_{st} 的取值在合理范围,否则便失去了模型本身的物理意义^[6].在这点上, MY 模型显然有不足(Ri_{st} 最大只能取到 0.1939),图 4 表示 CH 模型在不同 Ri_{st} 下的混合层扩散曲线.从图 4 可以看到,增加 Ri_{st} 会增大同时刻的混合层深度,也就是使垂向紊动加强.为分析产生这种情况的原因,可

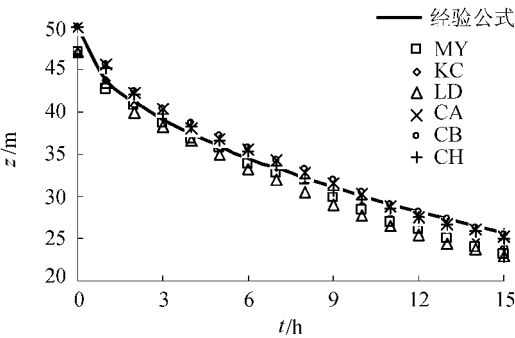


图 2 不同稳定函数混合层边界位置随时间变化关系(水面在 50 m 处)

Fig. 2 Development of mixed layer depth under different stability functions (water level at a depth of 50 m)

以首先看某个时刻水层中 Ri 的分布,表层动量显然最大,然后向下递减,因此 Ri 在表层最小,然后向下逐层增大,一直增大到 Ri_{st} ,此时紊动能 k 的产生和耗散正好达到平衡, k 即保持常数值.再往下,随着混掺长度的增加, k 的耗散大于产生,紊动逐渐减小,直至消失(消失是指风应力产生的垂向紊动小到某个界限下,如 10^{-5} ,水体本身的紊动依然存在.对于一个较小的 Ri_{st} , Ri 很快就能达到,因此紊动很早就被抑制,而一个相对较大的 Ri_{st} ,必须在更深的水层中才能达到,所以紊动也要在更深层才被抑制.

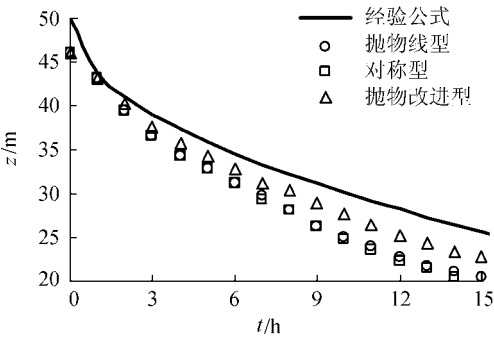


图 3 不同壁函数混合层边界位置
随时间变化关系(水面在 50 m 处)

Fig. 3 Development of mixed layer depth under different wall functions(water level at a depth of 50 m)

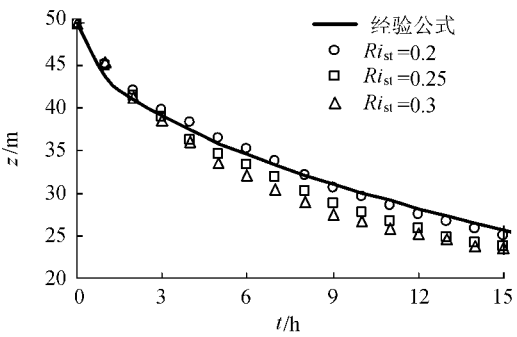


图 4 不同 Ri_{st} 下混合层边界位置
随时间变化关系(水面在 50 m 处)

Fig. 4 Development of mixed layer depth under different Ri_{st} (water level at a depth of 50 m)

4 结 语

- a. 稳定函数的选择会影响 $k-kl$ 模型的计算结果,这种影响不仅体现在计算紊动扩散系数中,而且还体现在对 kl 分布的影响上,比较而言 CA、CB、CH 的结果稍好于 MY、KC、LD.
- b. 壁函数采用抛物改进型能使结果更接近实际,而对称型和抛物线型壁函数都高估了边界附近 kl 的扩散速率.
- c. 对同一种稳定函数而言,如果 $k-kl$ 又采用了同一种壁函数,那么影响混合层的主要是 Ri_{st} . 当 Ri_{st} 增大时,混合层也会加快发展,这是由 Ri_{st} 本身的性质决定的.

参考文献：

[1] 范聪慧. 多因素对海洋上混合层深度影响的数值模拟[D]. 北京: 中国科学院, 2007.

[2] MELLER G L, YAMADA T. Development of a turbulence closure models for geophysical fluid problems[J]. Review of Geophysics, 1982, 20: 851-875.

[3] WARNER J C, SHERWOOD C R. Performance of four turbulence closure models implemented using a generic length scale method[J]. Ocean Modelling, 2005, 8: 81-113.

[4] CANUTO V M, HOWARD A, CHENG Y, et al. Ocean turbulence I: one-point closure model: momentum and heat vertical diffusivities [J]. J Phys Oceanogr, 2001, 31: 1413-1426.

[5] GALPERIN B, KANTHA H, HASSID S. A equasi-equilibrium turbulent energy model for geophysical flow[J]. J Atmos Sci, 1988, 45: 55-62.

[6] 龚政. 长江口三维斜压流场及盐度场数值模拟[D]. 南京: 河海大学, 2002.

[7] BURCHARD H, PETERSON O. Models of turbulence in the marine environment: a comparative study of two-equation turbulence models [J]. J Mar Syst, 1999, 21: 29-53.

[8] KATO H, PHILLIPS O M. On the penetration of a turbulent layer into stratified fluid[J]. J Fluid Mech, 1969, 37: 643-655.

[9] PRICE J E. On the scaling of stress-driven entrainment experimen[J]. J Fluid Mech, 1979, 90: 509-529.

[10] ZHANG Y, BAPTISTA A M. A cross-scale model for 3D baroclinic circulation in estuary-plume-shelf systems: I: formulation and skill assessmen[J]. Continental Shelf Research, 2005, 25: 935-972.

[11] UMLAUF L, BURCHARD H. Second-order turbulence closure model for geophysical boundary layers: a review of recent work[J]. Continental Shelf Research, 2005, 25: 795-827.

[12] CHENG Y, CANUTO V M, HOWARD A M. An improved model for the turbulent PBI[J]. Journal of the Atmospheric Sciences, 2002,

Application of *k-kl* turbulence model in wind-induced mixing flows

ZHANG Zhuo¹, SONG Zhi-yao², KONG Jun¹, ZHANG Feng²

(1. College of Harbor, Coastal, and Offshore Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China ;
2. Key Laboratory of Virtual Geographic Environment (Ministry of Education),
Nanjing Normal University, Nanjing 210097, China)

Abstract : In order to evaluate the application of *k-kl* turbulence model in wind-induced mixing flows, the factors resulting in different simulated results of turbulent diffusion were categorized into 3 classes : different stability functions, different wall functions and different steady-state Richardson numbers Ri_{st} . The *k-kl* turbulence model was analyzed from the 3 aspects. The influences of different methods on mixing flows and turbulent diffusion were compared. The numerical results were verified by use of the overseas test results. It is found that various stability functions have apparent influences on the calculated results, and the newer models such as CA, CB and CH will give more precise results than the conventional ones such as MY and KC. The improved parabolic wall function will lead to more reasonable results than the parabolic and symmetric wall functions. The steady-state Richardson numbers have great influences on the development of the mixing flows, and when they increase, the depth of the mixing flows will also increases.

Key words : *k-kl* model ; stability function ; wall function ; steady state Richardson number

· 简讯 ·

河海大学获 2009 年度江苏省科技进步一等奖

2010 年 2 月 25 日下午,江苏省国家技术创新工程试点动员暨科学技术奖励大会在南京隆重召开,科技部党组书记、副部长李学勇,省委书记梁保华,省委副书记、省长罗志军出席大会并讲话,副省长何权主持大会.会上,李学勇、梁保华、罗志军为获得 2009 年度国家科技进步一等奖和江苏省科学技术进步奖的获奖代表颁发了奖励证书,河海大学任立良教授作为获奖代表上台领奖.

河海大学共有 3 项科技成果获 2009 年度江苏省科学技术进步奖,其中由任立良教授主持完成的“流域水文物理过程及数字模拟”获科学技术进步一等奖,邵孝侯教授参与的“有机废弃物农业循环利用技术集成与示范应用”和王泽华教授参与的“数字行程控制陶瓷涂层活塞杆液压启闭机\数字行程控制陶瓷涂层活塞杆液压启闭机”均获三等奖.

至目前,河海大学已获 2009 年度国家科技奖 3 项、省部级科技奖 35 项.自 2000 年以来的 10 年间,河海大学共获国家科技奖 17 项、省部级科技奖 216 项.

(本刊编辑部供稿)