

DOI :10.3876/j.issn.1000-1980.2010.05.016

FRP-混凝土界面黏结-滑移关系反演分析

冯新权¹,刘鹏飞²,陈 瑛³

(1. 山东省水利勘测设计院 ,山东 济南 250013 ; 2. 山东恒信建筑设计有限公司 ,山东 济南 250100 ;
3. 山东大学土木工程系 ,山东 济南 250061)

摘要 :采用反演分析法确定单剪 FRP 板-混凝土试件界面的黏结应力-滑移关系 .该法无需测量 FRP 板拉拔过程整个界面的黏结应力-滑移关系 ,而是根据拔出力 and 裂纹嘴处测量的单剪 FRP 板-混凝土试件的相对剪切滑移确定黏结应力-滑移关系 .最后对 FRP 板-混凝土单剪试件进行了有限元分析 ,分析结果与数值分析结果吻合很好 ,说明该方法可以应用于双材料结构的工程设计中 .
关键词 :反演 ;FRP ;混凝土 ;黏结应力-滑移
中图分类号 :TU37 文献标志码 :A 文章编号 :1000-1980(2010)05-0564-05

掌握单剪 FRP 板-混凝土试件界面的黏结应力-滑移($\tau-\delta$)关系有助于分析单剪 FRP 板-混凝土试件的脱黏机理^[1-3] .单剪试验是研究单剪 FRP 板-混凝土试件界面剪切黏结性质的常用方法^[4-6] .为了获得 $\tau-\delta$ 关系 ,通常在 FRP 板上粘贴应变片 .目前文献中有很多种 $\tau-\delta$ 的关系^[7-11] ,造成试验结果差异的主要原因在于 :单剪 FRP 板-混凝土试件有效黏结长度很小 ,难以放置足量的应变片 ;局部变形大 ,在 FRP 板表面观察到的应变值离散性很大 ,黏结应力具有非线性 .单剪 FRP 板-混凝土试件剪切试验表明^[1] ,剪切破坏多发生于与胶结层相黏的几毫米范围内的界面混凝土上 ,因此 ,单剪 FRP 板-混凝土试件界面应包括胶结层和界面混凝土 ,仅测量 FRP 板的变形是不正确的 .

为了解决以上问题 ,本文采用反演分析法确定单剪 FRP 板-混凝土试件的 $\tau-\delta$ 关系 .该法无需测量 FRP 板拉拔过程中整个界面的黏结应力-滑移关系 ,而是根据拔出力 and 加载点处测量的 FRP 板-混凝土的相对剪切滑移确定 .

1 控制方程

图 1 为单剪 FRP 板-混凝土试件 ,黏结长度为 L . FRP 板和混凝土的高度分别为 h_t 和 h ,胶结层厚度为 t_a ,拉力为 P .图 2 为试件的一段微小的隔离体 dx , $\tau(x)$ 为界面剪应力 .式中 $N(x)$ 和 $M(x)$ ($i=b,t$ 分别代表混凝土和 FRP 板)分别为混凝土、FRP 板的轴力和弯矩 , M_T , N_T 为总的弯矩和轴力 , b_t 为 FRP 板和混凝土宽度 .

假定胶结层内剪应力和正应力沿厚度方向分布均匀 ,由图 2 可得界面上任意点的水平变形 $\delta(x)$ 为

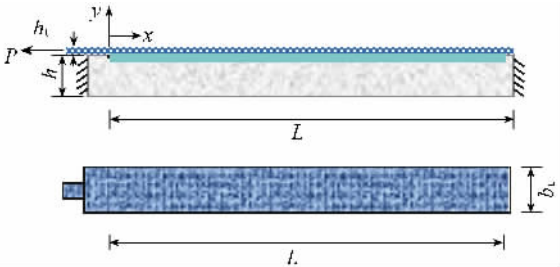


图 1 FRP 板-混凝土单剪试件模型

Fig. 1 Simple shear specimens of FRP sheet-concrete

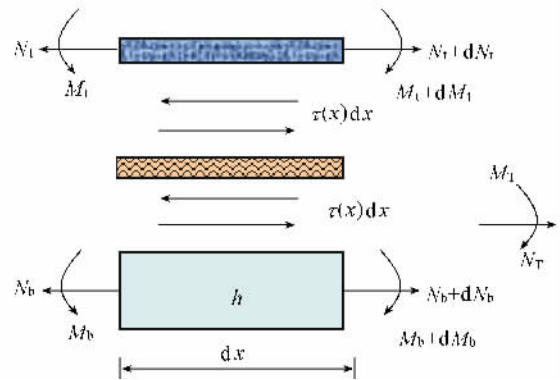


图 2 FRP 板-混凝土单剪试件隔离体

Fig. 2 Free bodies for simple shear specimens of FRP sheet-concrete

$$\delta = u_b - u_t + y_t \frac{dw_t}{dx} + y_b \frac{dw_b}{dx} \tag{1}$$

式中 u, w 为纵向(x 向)和横向位移(y 向).

对式(1)求导 ,并结合 Euler-Bernoulli 梁理论 ,得

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{N_b}{E_b A_b} - \frac{N_t}{E_t A_t} - \frac{y_t}{E_t I_t} M_t - \frac{y_b}{E_b I_b} M_b \tag{2}$$

$$\frac{d^2\delta}{dx^2} = \frac{1}{E_b A_b} \frac{dN_b}{dx} - \frac{1}{E_t A_t} \frac{dN_t}{dx} - \frac{y_t}{E_t I_t} \frac{dM_t}{dx} - \frac{y_b}{E_b I_b} \frac{dM_b}{dx} \tag{3}$$

式中 : E ——弹性模量 ; G ——剪切模量 ; A ——横截面积 ; I ——截面惯性矩 ; y_t, y_b ——FRP 板底部和混凝土顶部距各自截面形心的距离 .

根据轴向的平衡条件 :

$$\frac{dN_t}{dx} = - b_t \tau(x) \quad \frac{dN_b}{dx} = b_t \tau(x) \tag{4}$$

根据弯矩平衡条件 :

$$M_T = M_t + M_b - N_t \left(y_t + \frac{t_a}{2} \right) + N_b \left(y_b + \frac{t_a}{2} \right) \tag{5}$$

对式(5)微分得

$$\frac{dM_T}{dx} = \frac{dM_t}{dx} + \frac{dM_b}{dx} - \frac{dN_t}{dx} \left(y_t + \frac{t_a}{2} \right) + \frac{dN_b}{dx} \left(y_b + \frac{t_a}{2} \right) \tag{6}$$

假定混凝土和 FRP 板曲率相等 ,则有

$$M_t = \frac{E_t I_t}{E_b I_b} M_b \tag{7}$$

将式(4)(5)(7)代入式(6)得

$$\frac{dM_b}{dx} = \frac{E_b I_b}{(E_b I_b + E_t I_t)} \left[\frac{dM_T}{dx} - b_t \tau(x) (y_t + y_b + t_a) \right] \tag{8}$$

因为 :

$$\frac{dM_T}{dx} = 0 \tag{9}$$

将式(4)(5)(8)(9)代入式(3)得 :

$$\frac{d^2\delta}{dx^2} = \varphi_1 \tau(x) \tag{10}$$

其中 :

$$\varphi_1 = \left[\frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_t A_t} + \frac{(y_t + y_b)(y_t + y_b + t_a)}{(E_b I_b + E_t I_t)} \right] b_t \tag{11}$$

2 黏结应力-滑移反演公式

将式(10)同乘以 $\frac{d\delta}{dx}$,并沿胶结界面积分得

$$\left[\left(\frac{d\delta}{dx} \right)^2 \right]_0^L = \varphi_1 \int_{\delta(0)}^{\delta(L)} \tau(\delta) d\delta \tag{12}$$

当试件足够长 ,边界条件为 :

$$\begin{cases} \tau(L) = 0 & \delta(L) = 0 & N_b(L) = 0 & N_t(L) = 0 & M(L) = 0 \\ M_b(L) = 0 & N_b(0) = -P & N_t(0) = P & M_t(0) = 0 & M_b(0) = P y_b \end{cases} \tag{13}$$

将边界条件式(13)代入式(12)得

$$\frac{d\delta(L)}{dx} = 0 \quad \frac{d\delta(0)}{dx} = - \varphi_2 P \tag{14}$$

其中

$$\varphi_2 = \frac{1}{E_b A_b} + \frac{1}{E_t A_t} + \frac{y_b^2}{E_b I_b} \quad (15)$$

将式(14)代入式(12)得

$$\frac{\varphi_2^2}{\varphi_1} P^2 = \int_0^{\alpha(0)} \tau(\delta) d\delta \quad (16)$$

根据式(16),函数 $P(\alpha(0))$ 由函数 $\tau(\delta(0))$ 唯一确定,反之界面本构关系 $\tau(\delta(0))$ 也可由 $P(\alpha(0))$ 确定. 式(16)对 $\alpha(0)$ 微分可得

$$\tau(\delta(0)) = 2P \frac{\varphi_2^2}{\varphi_1} \frac{dP}{d\alpha(0)} \quad (17)$$

因此,根据测得的荷载 P 和剪切变形 $\alpha(0)$ 可确定黏聚法则.

能量释放率为

$$J = \int_0^{\alpha(0)} \tau(\delta) d\delta = \frac{\varphi_2^2}{\varphi_1} P^2 \quad (18)$$

由于 $\tau(\delta) \geq 0$, 式(18)表明 $\alpha(0)$ 随着荷载 P 单调递增,反之亦然. 故可得到稳定的试验数据.

若黏结应力-滑移关系为已知,根据式(17),可得到剪切变形与荷载 P 的关系. 根据双线性黏结应力-滑移关系^[4](图3),可得

$$\tau(\delta) = \begin{cases} k_0 \delta & (0 \leq \delta \leq \delta_0) \\ \beta_1 - \beta_2 \delta & (\delta_0 \leq \delta \leq \delta_c) \\ 0 & (\delta > \delta_c) \end{cases} \quad (19)$$

$$\text{其中: } \delta_0 = \frac{\tau_0}{k_0} \quad \beta_1 = \frac{\delta_c \tau_0}{\delta_c - \delta_0} \quad \beta_2 = \frac{\tau_0}{\delta_c - \delta_0} > 0 \quad (20)$$

a. 弹性阶段 ($0 \leq \delta \leq \delta_0$):

$$J = \int_0^{\alpha(0)} \tau(\delta) d\delta = \frac{\varphi_2^2}{\varphi_1} P^2 \quad (21)$$

由式(18)(21)得:

$$P = \frac{1}{\varphi_2} \sqrt{\frac{k_0 \varphi_1}{2}} \alpha(0) \quad (22)$$

b. 弹性-软化阶段 ($\delta_0 < \delta \leq \delta_c$): 当 $x=0$ 时

$$J = J_r = \int_0^{\alpha(0)} \tau(\delta) d\delta = \int_0^{\delta_0} \tau(\delta) d\delta + \int_{\delta_0}^{\alpha(0)} \tau(\delta) d\delta \quad (23)$$

故:

$$J_r = \frac{1}{2} k_0 \delta_0^2 + \beta_1 (\alpha(0) - \delta_0) - \frac{1}{2} \beta_2 (\alpha(0)^2 - \delta_0^2) \quad (24)$$

$$P = \frac{1}{\varphi_2} \sqrt{\varphi_1 \left[\frac{1}{2} k_0 \delta_0^2 + \beta_1 (\alpha(0) - \delta_0) - \frac{1}{2} \beta_2 (\alpha(0)^2 - \delta_0^2) \right]} \quad (25)$$

3 黏结应力沿界面的分布

虽然黏结应力沿界面的分布与非线性边值条件有关,但如果已知黏结应力-滑移关系,仍然可以确定黏结应力沿界面的分布.

将式(10)同乘以 $\frac{d\delta}{dx}$ 并从任意坐标 x 到 L 积分得:

$$\left[\left(\frac{d\delta}{dx} \right)^2 \right]_x^L = \varphi_1 \int_{\alpha(x)}^{\alpha(L)} \tau(\delta) d\delta \quad (26)$$

根据边界条件式(13),当 L 足够大,且由于 $\int_0^{\alpha(x)} \tau(\delta) d\delta$ 代表坐标 x 处单位长度界面的应变能,等式右

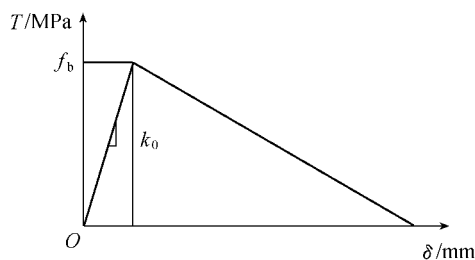


图3 黏结应力-滑移关系

Fig. 3 Bond-slip relationship

侧为正,故

$$\frac{d\alpha(x)}{dx}=\sqrt{\varphi_1\int_0^{\alpha(x)}\tau(\delta)\mathrm{d}\delta}$$

(27)

式(27)表达了局部剪切变形与单位长度界面应变能的关系.

将式(27)变量分离,并从加载点到任意点 x 积分得:

$$x=\frac{1}{\sqrt{\varphi_1}}\int_{\alpha(x)}^{\alpha(0)}\frac{1}{\sqrt{\int_0^{\alpha(x)}\tau(\delta)\mathrm{d}\delta}}\mathrm{d}\delta$$

(28)

4 有限元分析

为验证反演的正确性,本文对 CFRP(carbon fiber reinforced plastics)混凝土单剪试件进行了有限元分析.试件的材料参数和尺寸如下:混凝土梁截面尺寸 $b\times h=100\text{ mm}\times 50\text{ mm}$, $L=450\text{ mm}$.通过环氧树脂胶结剂将碳纤维布、混凝土梁黏结在一起.碳纤维布厚度为 0.165 mm .材料弹性模量 E 、剪切模量 G 和泊松比 ν 见表 1.表中 1、3 方向分别与图 1 所示的 x 、 y 方向重合,且 1 方向与碳纤维轴线方向平行.

表 1 材料参数

Table 1 Parameters for materials

材料	E_1/GPa	E_2/GPa	E_3/GPa	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}	G_{12}/GPa	G_{13}/GPa	G_{23}/GPa
CFRP	196.0	47.6	47.6	0.07	0.07	0.48	13	13.0	1.1
混凝土	27.6	27.6	27.6	0.20	0.2	0.20	11.5	11.5	11.5
胶结剂	3.1	3.1	3.1	0.38	0.38	0.38	1.1	1.1	1.1

数值模拟用通用有限元程序 ABAQUS 6.5,采用平面应力模型.混凝土、CFRP 采用四边形八节点单元和三角形六节点单元,FRP 板-混凝土界面布置一层双线形黏聚单元.黏聚模型的参数来自断裂试验^[12].黏聚单元与混凝土和 FRP 板实体单元共用节点.因此,黏聚单元的损伤过程与主体材料的变形相耦合.图 4 为 CFRP-混凝土 4ENF 界面剪应力分布随荷载增加的变化情况.黏聚模型的理论分析和有限元分析均能反映 CFRP-混凝土单剪试件界面破坏经历弹性阶段、弹性-软化阶段、弹性-软化-脱黏阶段的逐渐发展过程.解析解与有限元结果非常接近,说明本文采用的反演法确定单剪 FRP 板-混凝土试件的 τ - δ 关系的正确性.

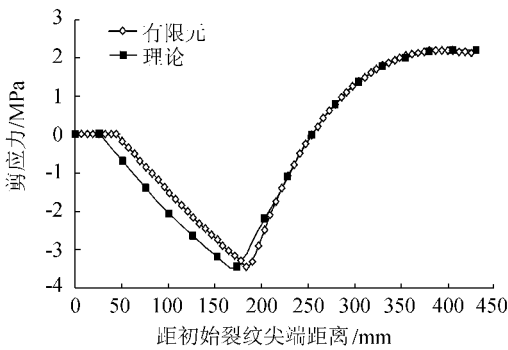


图 4 界面剪应力分布有限元与理论分析结果对比

Fig. 4 Comparison of interfacial shear stresses between FEM analysis and theoretical prediction

5 结 语

本文采用反演分析法确定 FRP 板-混凝土单剪试件界面的黏结-滑移关系.该法无需测量 FRP 板拉拔过程整个界面的黏结应力-滑移关系,而是根据拔出力 and 裂纹嘴处测量的 FRP 板-混凝土的相对剪切滑移确定.

为了验证该模型的正确性,本文对 FRP 板-混凝土单剪试件进行了有限元分析.有限元分析与理论分析结果对照表明,反演分析法能精确预测界面的黏结应力-滑移关系.该模型不但适用于单剪 FRP 板-混凝土材料,还适用于类似其他双材料单剪试件界面的研究.

参考文献:

[1] 陈瑛,乔丕忠.CFRP-混凝土界面 4ENF 断裂试验研究[J].河海大学学报:自然科学版,2009,37(1):96-99.(CHEN Ying,QIAO Pi-zhong,Fracture tests on CFRP-4ENF interfaces[J].Journal of Hohai University:Natural Science,2009,37(1):96-99.(in Chinese))

[2] 陈瑛,乔丕忠,姜弘道,等.多亚层柔性节点模型及其在 4ENF 双材料界面断裂研究中的应用[J].计算力学学报,2008,25(6):821-826.(CHEN Ying,QIAO Pi-zhong,JIANG Hong-dao,et al. Multi-layer flexible joint model and its application to 4ENF specimen analysis of bi-material interface[J].Chinese Journal of Computational Mechanics,2008,25(6):821-826.(in Chinese))

[3] QIAO Pi-zhong,CHEN Ying. Cohesive fracture simulation and failure modes of FRP-concrete bonded interfaces[J]. Theoretical and

Applied Fracture Mechanics 2008 49(2):213-225. (in Chinese))

- [4] 陈瑛, 乔丕忠, 姜弘道, 等. 双材料断裂力学模型与实验方法[J]. 力学进展, 2008, 38(1):54-61. (CHEN Ying , QIAO Pi-zhong , JIANG Hong-dao et al. Review on experimental methods and fracture models for bi-material interfaces[J]. Advances in Mechanics , 2008 38(1):54-61. (in Chinese))
- [5] CHAJES M J , FINCH JR W W , JANUSZKA T F , et al. Bond and force transfer of composite material plates bonded to concrete[J]. ACI Struct J , 1996 93(2):208-217.
- [6] YAO J , TENG J G , CHEN J F. Experimental study on FRP-to-concrete bonded joint[J]. Composites-Part B : Engineering 2005 36(2):99-113.
- [7] MONG B O , ABDELJELIL B , SANG W B. Effective bond length of FRP sheets externally bonded to concrete[J]. International Journal of Concrete Structures and Materials 2009 3(2):127-131.
- [8] LU X Z , TENG J G , YE L P , et al. Bond—slip models for FRP sheets/plates bonded to concrete[J]. Engineering Structures 2005 27:920-937.
- [9] CHEN J F , TENG J G. Anchorage strength models for FRP and steel plates bonded to concrete[J]. ASCE Journal of Structural Engineering 2001 127(7):784-791.
- [10] UEDA T , DAI Jian-guo. Interface bond between FRP sheets and concrete substrates :properties , numerical modeling and roles in member behavior[J]. Prog Struct Engng Mater 2005 7:27-43.
- [11] 陈瑛, 乔丕忠. 4ENF 黏聚解析模型[J]. 河海大学学报 :自然科学版, 2008, 36(2):234-237. (CHEN Ying , QIAO Pi-zhong. Cohesive analytic model of 4ENF specimen[J]. Journal of Hohai University :Natural Science 2008 36(2):234-237. (in Chinese))
- [12] 陈瑛. 双材料梁界面力学及其在 FRP-混凝土界面断裂研究中的应用[D]. 南京 :河海大学, 2006.

Inverse analysis of bond-slip relationship of FRP sheet-concrete interface

FENG Xin-quan¹ , LIU Peng-fei² , CHEN Ying³

(1. Shandong Design and Survey Institute of Water Conservancy , Jinan 250013 , China ;

2. Shandong Hengxin Architecture Design Co. , Ltd. , Jinan 250100 , China ;

3. School of Civil Engineering , Shandong University , Jinan 250061 , China)

Abstract : An inverse analysis was carried out to determine the bond-slip relationship of FRP sheet-concrete interface in simple shear tests. By use of this method , the measurements of bond stress-slip relationship on the whole interface during pulling process of FRP were not required , and only the pulling force and the relative shear displacement of FRP sheet-concrete specimens at the crack mouth were needed to yield the bond stress-slip relationship. The FEM analysis of the FRP sheet-concrete specimens was performed. The analytic results exhibited satisfactory agreement with the numerical ones. A conclusion is drawn that the proposed method can be applied to the design of bi-material structural members.

Key words : inverse analysis ; FRP ; concrete ; bond stress-slip