

DOI :10.3876/j.issn.1000-1980.2010.06.014

土壤下渗问题的格子玻尔兹曼模拟

张东辉¹, 芮孝芳², 马哲树¹, 孔祥雷¹

(1. 江苏科技大学船舶与海洋工程学院, 江苏 镇江 212003 ; 2. 河海大学水文水资源学院, 江苏 南京 210098)

摘要 : 将一种新的格子玻尔兹曼模型(简称 LB 模型) 应用于土壤水流下渗过程的探讨 . 在恰当的时间和空间多尺度化方案基础上 , 给出了 Richards 下渗方程的 LB 模型所对应的宏观量和平衡态分布函数形式 . 通过对扩散方程和线性 Richards 方程的分析 , LB 模型的模拟结果与分析解相吻合 , 并详细探讨了弛豫系数、网格步长和时间步长等参数对计算误差的影响 . 与 Philips 解的比较表明 , 该 LB 模型可成功应用于非线性 Richards 下渗方程的求解 , 并在计算稳定性和处理非线性等方面展现出很好的优点 .

关键词 : 格子玻尔兹曼模型 ; 土壤下渗 ; 理查兹方程 ; 非线性

中图分类号 : S152.7+2 文献标志码 : A 文章编号 : 1000-1980(2010)06-0671-06

应用连续介质模型来分析流体流动问题 , 实际上是通过分析微元体的质量守恒、动量定理、能量守恒推得 N-S 方程组 , 然后应用有限差分法等方法对微分方程进行离散 , 得到各结点的代数方程组进行求解 . 这类计算方法比较直观 , 目前应用非常广泛 . 但如果微分方程是强非线性的 , 数值稳定性便成为很大的问题 , 往往需要通过变换和设计特殊的数值格式来分析具体问题^[1].

与上述思路不同 , 研究流体的流动也可从微观离散模型出发 , 即从更微观的尺度——大量分子运动的主控方程出发 , 向上“集成”来探讨流体流动特性^[2] , 如图 1 所示 . 统计热力学中的玻尔兹曼方程^[2]是描述系统中大量粒子分布函数 $f(x, v, t)$ 的演化方程 , 它是联系微观与宏观的桥梁 , 其简化形式为

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{e} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\mathbf{F}}{m} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{e}} = \Omega(f^* f) \quad (1)$$

式中 : $\mathbf{e}$ ——微观粒子的速度 , $\mathbf{e} = (e_x, e_y, e_z)$; $\mathbf{x}$ ——粒子的位置矢量 , $\mathbf{x} = (x, y, z)$; $\mathbf{F}$ ——作用在分子上的外力(也称源项) ; $\Omega(f^* f)$ ——粒子与粒子之间的碰撞散射项 , 表示粒子分布函数 $f(\mathbf{x}, \mathbf{e}, t)$ 由于粒子碰撞而发生的改变率 . 玻尔兹曼方程的解是不同时间的粒子分布函数 $f(\mathbf{x}, \mathbf{e}, t)$. 一旦求得 $f(\mathbf{x}, \mathbf{e}, t)$ 的具体表达式 , 可通过它与质量、速度、含水率等宏观量之间的关系 , 来推得后者的变化特点 .

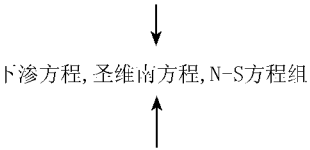
格子玻尔兹曼方法采用网格离散的方法求解玻尔兹曼方程^[3] . 如果不考虑外力项的作用 , 式(1) 在 x 处、 α 方向上可离散为^[2]

$$f_\alpha(\mathbf{x} + \Delta t \mathbf{e}_\alpha, t + \Delta t) - f_\alpha(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau} (f_\alpha(\mathbf{x}, t) - f_\alpha^{eq}(\mathbf{x}, t)) \quad (2)$$

式中 : $\mathbf{e}_\alpha$ ——速度矢量 ; τ ——弛豫系数 ; $f_\alpha^{eq}(\mathbf{x}, t)$ ——平衡态分布函数 .

由于土壤含水率与土水势(土壤水吸力) 呈高度非线性关系 , 因而下渗方程通常是属于强非线性偏微分方程 . 对此问题的研究具有非常重要的意义 , 一方面可以了解水分或溶质在土壤中的运移和分布情况^[4] ; 另一方面也可从中深入分析产流的机理 . 目前下渗方程的求解主要是采用解析解法、有限差分法、有限元法和

① 分子碰撞层面 → 玻尔兹曼方程, 概率密度函数的演化



② 连续介质层面 → 在微元控制体积的基础上推得连续方程和动量方程、能量方程

图 1 两种推导宏观微分方程的途径

Fig. 1 Two kinds of processes deriving macroscopic differential equation

基尔霍夫变换法等^[1], 这些方法大多都存在计算精度、稳定性和计算效率之间的矛盾. 应用格子玻尔兹曼方法来求解下渗方程是一种新的尝试. 格子玻尔兹曼方法中蕴涵了多尺度展开的思想, 而且具有编程简洁、边界易处理、易考虑粒子之间的相关作用等特点, 因此它为复杂系统的模拟提供了新的途径, 已成功应用于很多非线性问题的研究^[5]. 格子玻尔兹曼方法应用于下渗问题的讨论有两类模型. 第一类模型是建立在具体的土壤孔隙结构信息基础上, 然后模拟其中的流动. 这样可很好描述“孔隙尺度(pore scale)”层次上的流动^[4,6]. 这种模型非常直观, 但由于土壤孔隙结构的信息存储问题, 对所研究问题的尺度是有限制的, 很难将这种方法推广到大尺度下渗特性的研究. 另一类模型是直接求解 Richards 方程, Ginzburg^[7-8]发展出一种各向异性的格子玻尔兹曼模型(Lattice Boltzmann model, 简称 LB 模型), 对不同类型的土壤下渗过程进行了模拟, 并考虑了水力传导率沿深度的变化, 其模拟结果令人满意, 但其过程非常晦涩, 离真正实用推广还有一段距离. 近些年, 段雅丽等^[9-10]提出了一种新的 LB 模型, 成功求解了一定边界条件下的 KDV 方程(浅水波方程)、Sine-Gordon 方程等, 本文应用这种新的 LB 模型对下渗方程进行讨论分析.

1 物理模型

1.1 Richards 下渗方程

土壤水流下渗过程可由 Richards 方程来描述:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - \frac{\partial K}{\partial z}$$
 (3)

这里所取的边界条件为

$$\theta(z, 0) = \theta_0 \quad \theta(0, t) = \theta_n \quad \theta(L, t) = \theta_0$$
 (4)

式中: K ——水力传导率; D ——水力扩散率; θ ——土壤含水率; θ_0 ——初始土壤含水率; θ_n ——土壤表层含水率; t ——下渗时间; z ——土壤深度; L ——土壤总深度.

如果水力传导率 K 、水力扩散率 D 与土壤含水率 θ 之间关系满足常用的 Brooks-Corey 公式时, 即有:

$$K = \alpha \theta^m \quad D = \beta \theta^n$$

式中 α 和 β 是常数. 方程(3)化为

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\alpha \theta^m}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\beta \theta^n \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)$$
 (5)

其等价表达式为

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\alpha \theta^m}{\partial z} = \frac{\partial^2 \left(\frac{\beta}{n+1} \theta^{n+1} \right)}{\partial z^2}$$
 (6)

当不考虑重力下渗的影响时, 即水力传导率 $K = 0$ 时, 上述方程即变为扩散方程:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)$$
 (7)

Richards 方程(3)只有在一些简化条件下才能获得分析解^[1]:

a. 当水力扩散率 D 为常数和水力传导率 $K = 0$ 时, 方程(5)演变为线性扩散方程, 当边界条件满足式(4)时, 一定时间后不同深度的土壤含水率分布满足^[1]:

$$\frac{\theta - \theta_0}{\theta_n - \theta_0} = \operatorname{erfc} \left(\frac{z}{2 \sqrt{Dt}} \right)$$
 (8)

erfc 在数学上称为余误差函数.

b. 当水力扩散率 D 为常数以及水力传导率 K 与土壤含水率 θ 呈线性关系时, 方程(5)演变为线性 Richards 方程. 相同的边界条件下, 一定时间后不同深度的土壤含水率分布满足^[1]:

$$\theta(z, t) = \frac{\theta_0 - \theta_n}{2} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{z - Kt}{2 \sqrt{Dt}} \right) + e^{\frac{Kz}{D}} \operatorname{erfc} \left(\frac{z + Kt}{2 \sqrt{Dt}} \right) \right] + \theta_n$$
 (9)

1.2 Richards 方程的 LB 模型

本文所采用的格子玻尔兹曼模型对空间坐标并不进行多重尺度化处理, 而对时间坐标引入 3 个时间尺度. 对于一维 LB 模型网格, 常用的是 3 速模型 ($\alpha = 0 \sim 2$), 如图 2 所示, 每一网格结点上, 存在 3 类不同速度

的粒子,速度大小分别是 $-v_0, v_0$. 由于 LB 模型中的运动粒子在每一时间步长下都是移动单个的网格步长, C_0 定义为网格步长 Δx 与时间步长 Δt 之比,因而 $C_0 = v_0 = \Delta x / \Delta t$.

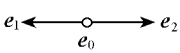


图 2 3 速模型示意图
Fig. 2 3-bit velocity model

那么时间和空间坐标的多重尺度表达为

$$t = t_0 + \frac{t_1}{\epsilon} + \frac{t_2}{\epsilon^2} \quad z = z_0 \tag{10}$$

空间坐标的微分形式不变,时间坐标的微分其多重尺度的形式为

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t_0} + \epsilon \frac{\partial}{\partial t_1} + \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial t_2} + O(\epsilon^3) \\ \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z_0} + O(\epsilon) \end{cases}$$

粒子分布函数同样可展开为

$$f_\alpha = f_\alpha^{(0)} + \epsilon f_\alpha^{(1)} + \epsilon^2 f_\alpha^{(2)} + O(\epsilon^3)$$

对上式两边求和,根据质量守恒可得:

$$\sum_\alpha f_\alpha(z, t) = \sum_\alpha f_\alpha^{(0)}(z, t)$$

由此推得:

$$\theta = \sum_\alpha f_\alpha^{(0)}(z, t) \quad \sum_\alpha f_\alpha^{(1)} = 0 \quad \sum_\alpha f_\alpha^{(2)} = 0 \quad \sum_\alpha f_\alpha^{(3)} = 0 \tag{11}$$

对离散方程(2)进行多重尺度处理,即可得到 3 个不同时间尺度的玻尔兹曼方程:

$$O(\epsilon^0): f_\alpha^{(0)} = f_\alpha^{eq} \tag{12}$$

$$O(\epsilon^1): \left(\frac{\partial}{\partial t_0} + e_\alpha \frac{\partial}{\partial z} \right) f_\alpha^{(0)} = -\frac{1}{\tau} f_\alpha^{(1)} \tag{13}$$

$$O(\epsilon^2): \frac{\partial f_\alpha^{(0)}}{\partial t_1} + \left(\frac{1}{2} - \tau \right) \left(\frac{\partial}{\partial t_0} + e_\alpha \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 f_\alpha^{(0)} = -\frac{1}{\tau} f_\alpha^{(2)} \tag{14}$$

选择 3 速模型平衡态分布函数的各阶矩的形式为

$$\sum_\alpha f_\alpha^{(0)} = \theta \quad \sum_\alpha e_\alpha f_\alpha^{(0)} = \alpha \theta^m \quad \sum_\alpha e_\alpha^2 f_\alpha^{(0)} = \frac{m^2 \alpha^2}{2m-1} \theta^{2m-1} + B \frac{\beta}{n+1} \theta^{n+1} \tag{15}$$

为还原得到 Richards 方程,首先需对不同时间尺度的玻尔兹曼方程在不同方向上求和,然后将不同时间尺度对应的方程按不同数量级合并可得:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\alpha \theta^m}{\partial z} + \epsilon \left(\frac{1}{2} - \tau \right) B \frac{\partial^2 \left(\frac{\beta}{n+1} \theta^{n+1} \right)}{\partial z^2} + O(\epsilon^3) = 0$$

只要令 $B = 1/(\tau - 0.5)\epsilon$,即可还原得到二阶精度的 Richards 方程(6),还原过程主要是保证宏观量选择和多尺度方案的正确性.

由于在计算中必须要知道平衡态分布函数,对于三速模型,3 个方向的平衡态分布函数的求取可由式(15)确定.利用方程的对称性,可求得:

$$\begin{cases} f_0 = \frac{1}{C_0^2} \left(\theta C_0^2 - \frac{m\alpha^2}{2m-1} \theta^{2m-1} - k \frac{\beta}{n+1} \theta^{n+1} \right) \\ f_1 = \frac{1}{2C_0^2} \left(\frac{m\alpha^2}{2m-1} \theta^{2m-1} + k \frac{\beta}{n+1} \theta^{n+1} - C_0 \alpha \theta^m \right) \\ f_2 = \frac{1}{2C_0^2} \left(\frac{m\alpha^2}{2m-1} \theta^{2m-1} + k \frac{\beta}{n+1} \theta^{n+1} + C_0 \alpha \theta^m \right) \end{cases} \tag{16}$$

本文应用格子玻尔兹曼方法讨论下渗问题时,先从线性扩散方程和线性 Richards 方程开始,由于它们都存在分析解,这样一方面可验证 LB 模型的正确性,另一方面也可了解其误差特性.

2 格子玻尔兹曼方法的分析结果

如果仅考虑水力扩散效应,那么水分在土壤中的下渗过程由扩散方程(7)描述.如果水力扩散率 D 为常

数 给定上边界含水率和初始土壤含水率 ,不同时间下不同深度的土壤含水率分布则呈余误差函数形式 ,即由式 (8) 决定 . 采用格子玻尔兹曼方法模拟扩散方程时 ,计算所取的参数为 :初始土壤含水率 $\theta_0 = 0.028$,土壤表层含水率 $\theta_n = 0.45$,水力扩散率 D 分别为 $42.4 \text{ cm}^2/\text{min}$ 和 $424 \text{ cm}^2/\text{min}$. 土壤总深度 $L = 10 \text{ m}$,网格结点数 $N = 201$,网格步长 $\Delta x = L/N = 0.05 \text{ m}$,时间步长 $\Delta t = 0.01 \text{ s}$, $C_0 = \Delta x/\Delta t = 5 \text{ m/s}$,弛豫系数 $\tau = 1.5$. 不同时间的土壤含水率分布如图 3 所示 ,LB 模型的计算结果与分析解符合得非常好 . 水力扩散率越大 ,相同时间下深层土壤的含水率就越大 .

图 4 是线性 Richards 方程的 LB 模型的计算结果 ,其水力扩散率 D 和水力传导率 K 与土壤含水率 θ 的关系是 : $D = 42.4 \text{ cm}^2/\text{min}$, $K = 6\theta \text{ cm}/\text{min}$.

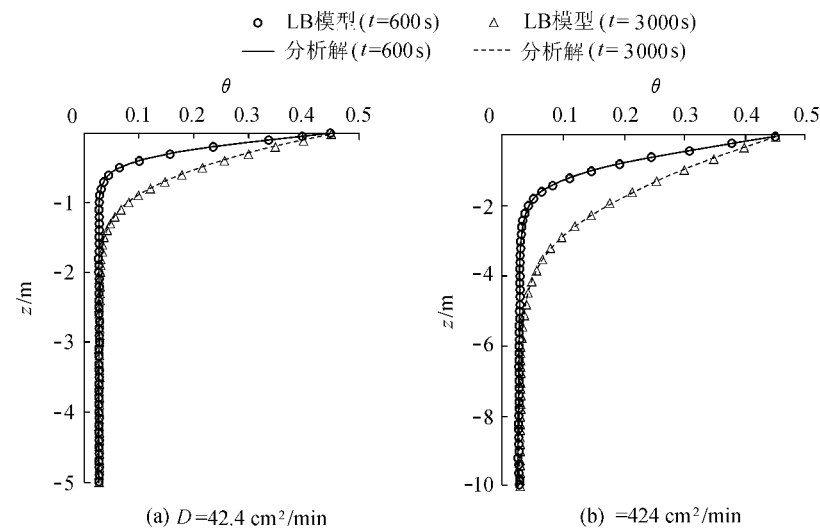


图 3 不同水力扩散率时水分在土壤中不同时间的分布

Fig. 3 Distribution of water in soils with different diffusion coefficients at different time

线性 Richards 方程考虑了重力下渗的影响 ,含水率在土壤中呈类似“ S ”形分布 . 其计算结果和真实土壤的含水率分布已经比较接近 ,在土壤上部存在“ 饱和带 ” ,但湿润锋面并没有出现 ,这是线性 Richards 方程美中不足之处 .

为了解各种因素的影响 ,可将格子玻尔兹曼方法的模拟结果与分析解进行比较 ,这里应用相对总体误差指标来衡量 ,其定义是 :

$$E = \frac{\sum_i |u_i - u_i^*|}{\sum_i |u_i|}$$

式中 : u_i^* ——各结点的分析解 ; u_i ——LB 模型的计算结果 ; E ——相对总体误差 .

图 5 (a) 是线性扩散方程的 LB 模型的误差特性分析 . 对一定的扩散时间 ,存在一个最佳的弛豫系数 τ ,大约为 1.0 ,此时计算误差最小 ,大约是 0.1% . 当弛豫系数增大或减小时 (偏离最佳弛豫系数) ,计算误差几乎呈直线上升 . 在图 5 (a) 中 ,上下两簇曲线分别代表不同的网格步长 (时间步长均相同) ,这一结果表明 : 对应一定的时间步长 ,存在最佳的网格步长 ,即 $C_0 = \Delta x/\Delta t$ 存在最优值 . 图 5 (b) 是应用格子玻尔兹曼方法求解线性 Richards 方程的误差特性分析 . 这里仍然采用相对总体误差 ,它主要受到速度模型、边界格式、弛豫系数和格子长度等因素的制约 . 由于上下边界的含水率已经设定 ,边界节点各时段的分布函数用平衡态分布函数取定 ,所以没有讨论边界格式对计算误差的影响 .

从图 5 (a) 和图 5 (b) 的比较可以发现 ,线性 Richards 方程的误差特性要更为复杂一些 ,其最佳弛豫系数随着下渗时间的延长 ,从 1.0 变为 3.0 ,而且在本文计算的下渗时间范围内 ,随下渗时间的增大 ,最小计算误差是先增大后减小 . 对一定的下渗时间 ,存在一个最佳的弛豫系数 ,最小计算误差可达到 0.1% . 当下渗时间较短时 ,最佳弛豫系数在 1.0 附近 ; 当下渗时间较长时 ,最佳弛豫系数是在 3.0 左右 . 这和大多数研究的结论不

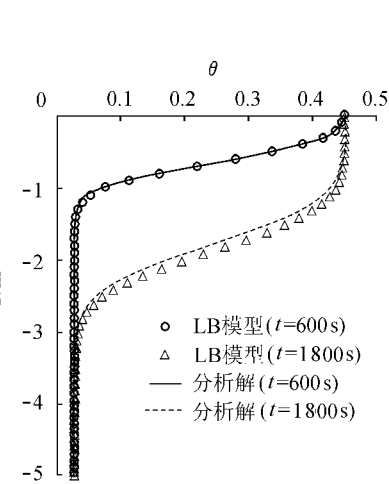


图 4 线性 Richards 方程的 LB 模型计算结果与分析解的比较

Fig. 4 Comparison between simulated results by LB model and analytical solutions of linear Richards equation

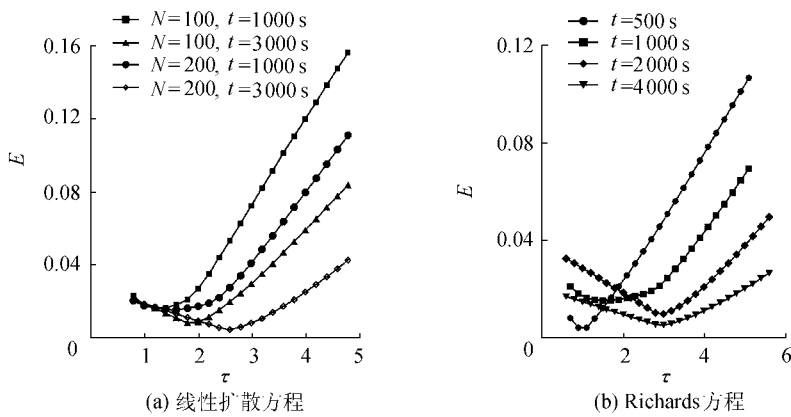


图 5 LB 模型误差特性分析

Fig. 5 Error analysis of LB model

同,以往很多研究一般都认为弛豫系数范围在 0.5 ~ 1.0,但本文通过对计算误差的分析,发现其最佳值有可能大于这一范围.当偏离最佳弛豫系数,计算误差几乎呈直线上升.

为了了解真实土壤中的下渗情况,需直接求解非线性的 Richards 方程.这里采用了文献 [1] 中的算例,其中水力传导率 K 、水力扩散率 D 与土壤含水率 θ 及土壤饱和含水率 θ_s 之间的关系满足 Brooks-Corey 公式^[1]:

$$D = 42.4 \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^{14.05} \quad K = 0.0414 \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^{10.5}$$

Richards 方程就变换为

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial \left(0.0414 \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^{10.5} \right)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(42.4 \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^{14.05} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \quad (17)$$

LB 模型宏观量取法如式 (15) 所示,其中 m, n, α, β 分别取:

$$m = 10.5 \quad n = 14.5 \quad \alpha = 0.0414 \left(\frac{1}{\theta_s} \right)^{10.5} \quad \beta = 42.4 \left(\frac{1}{\theta_s} \right)^{14.05}$$

土壤饱和含水率 $\theta_s = 0.485$, 边界条件和初始条件仍然是:

$$\theta(z, 0) = 0.028 \quad \theta(0, t) = 0.445 \quad \theta(L, t) = 0.028$$

Richards 方程的分析解可由 Philip 提出的方法求出^[1],Philip 解的缺点是当下渗时间足够长时误差比较大.图 6 对 LB 模型的计算结果与 Philip 解^[1]进行了比较.在下渗历时较短时,两者比较吻合;在一定的下渗时间后,则表现出一定的差别,由 LB 模型计算所得的湿润锋下渗速度要略大于 Philip 解^[1]的结果,两者比较,最大计算误差大约是 15%,土壤水分分布形态则基本一致.图 7 是下渗历时较长后,由 LB 模型计算所得的土壤水分分布特性.由图 7 所见,“饱和区”和“湿润锋”等典型的土壤下渗特征都可从中得到反映.这说明

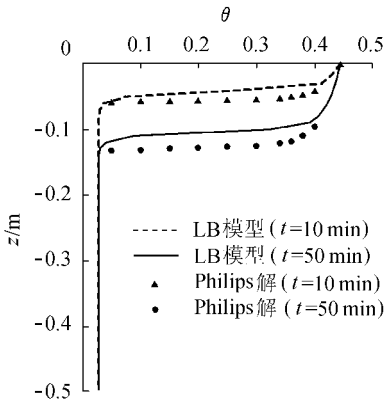


图 6 LB 模型计算结果与 Philip 解^[1]的比较

Fig. 6 Comparison between simulated results by LB model and Philip solutions^[1]

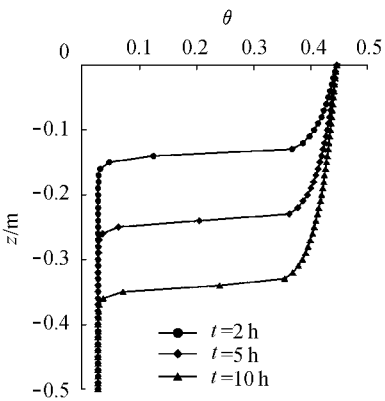


图 7 非线性 Richards 方程 LB 模型的计算结果

Fig. 7 Simulated results by LB model for nonlinear Richards equation

格子玻尔兹曼方法可以应用于实际土壤的下渗模拟研究.

由于 Richards 方程是属于流体力学的 Burgers 方程,而 Burgers 方程常被用于激波问题的模拟,激波现象最明显的特征是具有物理量梯度变化很大的锋面.在土壤下渗问题中,也存在类似现象,比如说湿润峰(即干湿界面的前移)的存在.目前有些文献^[11-12]就是讨论如何将激波传播的解的特性应用于 Richards 方程的求解.两者的区别在于:激波问题主要适用于超音速的可压缩流动,而 Richards 方程适用于下渗速度很慢的孔隙性介质流动.

3 结 语

与其他数值计算方法相比,本文采用的 LB 模型很好地解决了计算精度、稳定性和计算效率之间的矛盾,在下渗问题的应用上展现出可期待的前景.但研究中也发现,此 LB 模型需要水力扩散率与土壤含水率的函数关系可积,当土壤水分特征曲线满足 Mualem-Van-Genuchten 关系式时,水力扩散率与土壤含水率的函数关系表达式很难给出可积形式,对这一困难还需在未来研究中加以克服.

参考文献:

- [1] 雷志栋.土壤物理学[M].北京:科学出版社,1986:180-200.
- [2] 林宗涵.热力学与统计物理学[M].北京:北京大学出版社,2007:265-280.
- [3] CHOPARD B.物理系统的元胞自动机模拟[M].北京:清华大学出版社,2003:20-78.
- [4] VERMA N,SALEM K,MEWES D.Simulation of micro-and macro-transport in a packed bed of porous adsorbents by lattice Boltzmann method[J].Chemical Engineering Science,2007,62:3685-3698.
- [5] YEOMANS J M.Mesoscale simulations:Lattice Boltzmann and particle algorithms[J].Physica A:Statistical and Theoretical Physics,2006,369:159-184.
- [6] PAPAFOTIOU A,HELMIG R.From the pore scale to the lab scale:3-D lab experiment and numerical simulation of drainage in heterogeneous porous media[J].Advances in Water Resources,2008,31:1253-1268.
- [7] GINZBURG I.Variably saturated flow described with the anisotropic Lattice Boltzmann method[J].Computer & Fluids,2006,35:831-848.
- [8] GINZBURG I.Lattice Boltzmann and analytical modeling of flow processes in anisotropic and heterogeneous stratified aquifers[J].Advances in Water Resources,2007,30:2202-2234.
- [9] 段雅丽.格子 Boltzmann 方法及其在流体动力学上的一些应用[D].合肥:中国科学技术大学,2007.
- [10] ZHANG Jian-ying,YAN Guang-wu.Lattice Boltzmann method for one and two-dimensional Burgers Equation[J].Physica A:Statistical Mechanics and its Applications,2008,387(19):4771-4786.
- [11] CAPUTO J,STEPANYANTS Y.Front Solutions of Richards' Equation[J].Transport in Porous Media,2008,74:1-20.
- [12] MILLER C,ABHISHEK C,Farthing M.A Spatially and temporally adaptive solution of Richards' equation[J].Advances in Water Resources,2006,29:525-545.

Simulation of soil infiltration process by lattice Boltzmann method

ZHANG Dong-hui¹, RUI Xiao-fang², MA Zhe-shu¹, KONG Xiang-lei¹

(1. School of Naval Architecture & Ocean Engineering, Jiangsu University of Science & Technology, Zhenjiang 212003, China;

2. College of Water Resource and Environment, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: A new kind of the lattice Boltzmann model (LB model) was applied to the simulation of vertical infiltration process in unsaturated soils. Based on suitable multi-scale algorithms for time and space, the macroscopic quantity and the equilibrium distribution functions corresponding to the LB model for the Richards equation were proposed. The linear diffusion equation and the linear Richards equation were discussed. The simulated results of the LB model agreed with the analytical solutions. The influences of some parameters such as relaxation time coefficient, lattice size and time step on the computing error were analyzed. A comparison with the classical Philip's solutions shows that the proposed LB model can be employed to successfully solve the nonlinear Richards equation, and it achieves good merits in computing stability and nonlinearity treatment and so on.

Key words: lattice Boltzmann model; soil infiltration; Richards equation; nonlinearity