

DOI: 10.3876/j.issn.1000-1980.2011.01.019

混凝土细观骨料模型随机性的分形验证

董蔷薇¹, 袁 达², 宋 斌³, 蔡 庆⁴

(1. 河海大学水利水电学院, 江苏 南京 210098; 2. 绍兴越州都市规划设计院, 浙江 绍兴 312030;
3. 山东菏泽黄河工程局, 山东 菏泽 274008; 4. 河海大学力学与材料学院, 江苏 南京 210098)

摘要:为了验证数值试验方法生成混凝土随机骨料模型的合理性, 首先采用效率较高的伪随机函数蒙特卡罗方法模拟多级配混凝土随机分布并生成随机骨料空间分布几何模型, 然后根据骨料平面分布图中像素的差异以及分形几何学中的盒维数采用数字图像算法对其随机性的合理性进行研究. 结果表明, 采用蒙特卡罗方法投放的混凝土骨料的随机分布具有分形特征, 且随机分布比较均匀.

关键词:混凝土 随机骨料模型 细观模拟 盒维数 数字图像

中图分类号: TU528 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1980(2011)01-0095-04

混凝土材料是一种应用广泛的由粗骨料、水泥砂浆及界面黏结带组成的人工复合材料. 研究表明, 采用数值方法可以得到不同级配随机均匀的骨料分布模型. 针对蒙特卡罗方法生成随机骨料模型效率不高的问题, 本文采用伪随机函数蒙特卡罗方法生成随机骨料空间分布几何模型, 并根据分形几何学中的盒维数原理采用数字图像算法对其随机性的合理性进行了研究.

1 盒维数的定义

分形几何学是一种研究无限复杂但具有一定意义上的自相似图形和结构的几何学^[1-3]. 对混凝土而言, 人工控制混凝土骨料配合比可以使骨料的分布具有一定精度的自相似特征, 适当放大或缩小其几何尺寸, 材料结构并不改变. 因此, 可以用分形几何学来研究混凝土骨料的分形特征^[4].

由于混凝土试件截面为二维问题, 通过对截面的处理可以得到二维黑白图像, 又考虑到图像为各种曲线围成的面, 如孔隙、剖面等, 因此, 利用盒维数(覆盖维数)^[5]来研究混凝土随机骨料模型随机性的合理性. 盒维数(覆盖维数)的定义^[6]如下: 假设在度量空间 Ω 中有一个子集 φ , 用半径等于 ρ (ρ 为正实数) 的球覆盖 φ , 覆盖被测形体的球的个数为 $N(\rho)$, 则定义盒维数(覆盖维数)为

$$D = \liminf_{\rho \rightarrow 0} \frac{\lg N(\rho)}{-\lg \rho} \quad (1)$$

由于本文需要计算二维图像的盒维数, 故定义二维图像的盒维数如下: 为了便于计算机采用正方形格子来覆盖图像的核心区域, 设正方形格子的边长为 δ . 又设覆盖分形图像所需的格子总数为 $N(\delta)$, 则可得到一组数据 $(\delta, N(\delta))$. 作 $(\delta, N(\delta))$ 的双对数坐标图, 即可得到拟合曲线的斜率, 该斜率即为二维图像的盒维数 D' ,

$$D' = \frac{\lg N(\delta)}{-\lg \delta} \quad (2)$$

2 基于 Matlab 的数字图像盒维数计算程序

2.1 数字图像算法

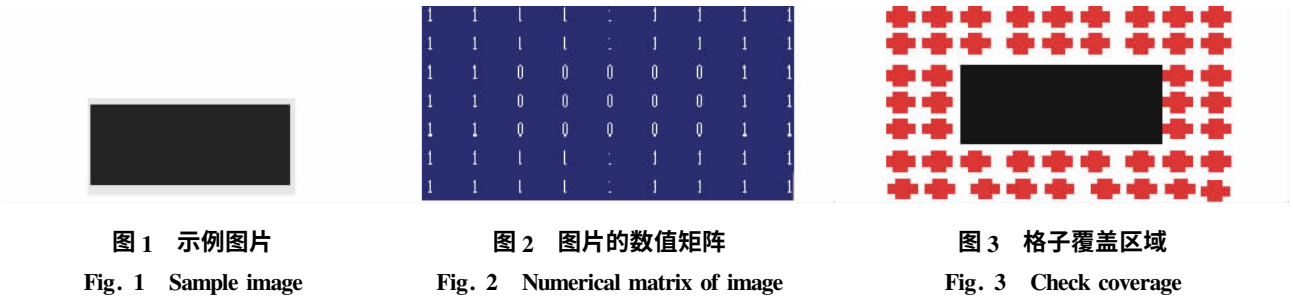
首先通过 Matlab 中的 `im2bw(image, graythresh(image))` 将图片处理成二值图形矩阵^[7], 其中每个像素所

收稿日期: 2009-12-23

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973 计划)(2007CB714104) 国家自然科学基金委员会、二滩水电开发有限责任公司雅砻江水电开发联合研究基金(50539030)

作者简介: 董蔷薇(1985—), 女, 湖北钟祥人, 硕士研究生, 主要从事水工结构稳定性研究. E-mail: onlymedongqw1234@163.com

对应的矩阵元素为 1 或 0,然后通过对矩阵元素的操作来实现正方形格子覆盖的功能.较少像素图像的举例如图 1~3 所示.



当正方形格子对应的像素值为 1 时,格子所覆盖的区域如图 3 所示.

2.2 程序验证

用数字图像算法编制盒维数程序,对空白正方形图片分别用迭代 2 次和 3 次的 Sierpinski 地毯进行了计算验证,验证结果见表 1.其中迭代 3 次的 Sierpinski 地毯图片以及盒维数统计曲线如图 4 和图 5 所示.

从表 1 可知,正方形图像分形维数程序计算成果与理论计算结果的误差为 0.72%,迭代 2 次的 Sierpinski 地毯的误差达到 2.69%,而迭代 3 次的 Sierpinski 地毯的误差仅有 1.25%.由此可以认为,当迭代次数增大时,误差会变小.这说明程序的可靠性是比较高的.

表 1 数字图像盒维数程序验证结果

Table 1 Verified results of box-counting dimension program written by digital image solution

分形图像	D	图像大小/像素	D'	误差/%
正方形图像	2	286×258	2.0144	0.72
迭代 2 次的 Sierpinski 地毯	1.893	232×232	1.8420	2.69
迭代 3 次的 Sierpinski 地毯	1.893	178×178	1.8700	1.25

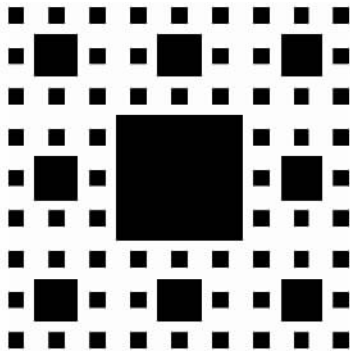


图 4 迭代 3 次的 Sierpinski 地毯

Fig. 4 Sierpinski carpet after 3 times of iteration

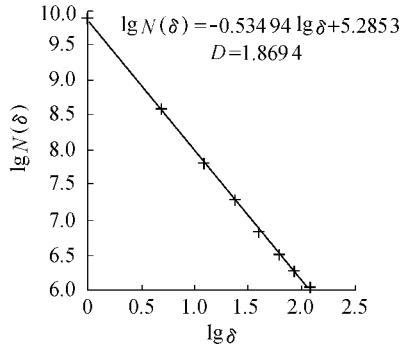


图 5 迭代 3 次的 Sierpinski 地毯盒维数统计曲线

Fig. 5 Statistical curve of box-counting dimensions of Sierpinski carpet after 3 times of iteration

3 混凝土随机骨料生成及其分形特征的提取

3.1 伪随机函数蒙特卡罗方法

蒙特卡罗方法既可用于解决不确定性问题,也可用于解决确定性问题.与其他数值计算方法相比,蒙特卡罗方法具有明显的优越性.收敛速度与问题维数无关.受问题条件限制的影响小.程序结构简单,在计算机上容易实现.能处理连续性问题 and 随机性问题^[8-10].

据宏昌等^[11]提出的改进伪随机函数方法产生的伪随机数比较简单,当产生大量伪随机数时具有明显的优势.本文在采用此方法生成随机骨料模型的基础上,提出了根据分形几何学中的盒维数采用数字图像技术对其随机性的合理性进行研究的方法.

3.2 混凝土骨料级配

混凝土骨料分为细骨料和粗骨料,一般认为粒径小于 5 mm 的骨料为细骨料,大于 5 mm 的骨料为粗骨料.混凝土按所含骨料的粒径范围可分为 4 种级配的混凝土:一、二、三、四级配混凝土.4 种级配全有的混凝土称为全级配混凝土.按照常规,把只含有一、二级配的混凝土称为小骨料混凝土,把只含有三、四级配的混

凝土称为大骨料混凝土.常用四级配粗骨料质量分数为 66%, m (小石): m (中石): m (大石): m (特大石)为 2:2:3:3;常用三级配骨料质量分数为 59%, m (小石): m (中石): m (大石)为 3:3:4;常用二级配骨料质量分数为 47%, m (小石): m (中石)为 5.5:4.5.20 世纪初,富勒(Fuller)等美国学者依据筛分试验结果,提出了最大密度理想级配曲线,如图 6 所示.

富勒级配理论的依据是将混凝土材料的骨料颗粒,按粒度大小有规则地进行组合排列、粗细搭配,就可以得到密度最大、空隙最小的混合物.按照富勒级配理论设计的混凝土,强度高、抗渗性好、水泥用量小.

富勒级配曲线的计算公式为

$$P=100\sqrt{\frac{d}{d_{\max}}}$$

(3)

式中: P ——通过直径为 d 筛孔的骨料的质量百分比; $d_{\max}$ ——最大的骨料颗粒直径.

依据三级级配曲线生成的试件内截面上任一点具有骨料直径 $d < d_0$ 的内截圆所出现的概率^[12]为

$$P_c(d < d_0) = P_k [1.065(d_0/d_{\max})^{1/2} - 0.053(d_0/d_{\max})^4 - 0.012(d_0/d_{\max})^6 - 0.0045(d_0/d_{\max})^8 + 0.0025(d_0/d_{\max})^{10}]$$

(4)

式中 P_k 为骨料体积与混凝土总体积的百分比,一般取 $P_k = 75\%$. 对于一个特定的混凝土拌和物,采用式(4)即可得到结构横截面上的骨料颗粒数.

从图 6 可以看出,常用的 3 种混凝土级配(二级配、三级配和全级配)点据与三维富勒级配曲线吻合较好.

3.3 混凝土骨料随机性的分形特征提取

首先采用伪随机函数蒙特卡罗方法求出某一平面内的混凝土骨料随机分布(图 7),然后提取分形特征,结果如图 8 所示.图 8 表明, $\lg \delta$ 与 $\lg N(\delta)$ 离散点呈线性分布,盒维数 D 为 1.712,骨料具有分形特征,故随机性得到验证.

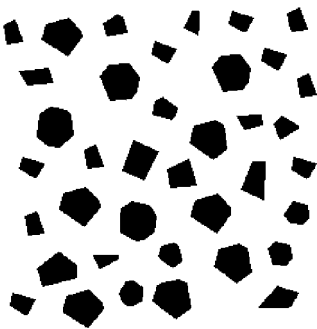


图 7 某一平面内的混凝土骨料随机分布
Fig. 7 Plane distribution of random aggregate

为了减少计算时间,本文选用了骨料级配比较低的混凝土,但从结果(图 8)可以看出,混凝土骨料的随机分布比较均匀.

4 结 语

本文采用蒙特卡罗方法模拟了多级配混凝土骨料随机分布,根据骨料平面分布图片像素的差异编制出了用于盒维数统计的数字图像.盒维数统计结果表明,采用蒙特卡罗方法投放的混凝土骨料的随机分布比较均匀,并具有分形特征.

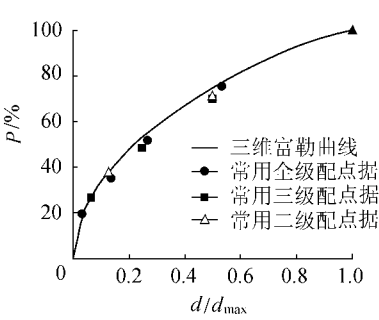


图 6 混凝土富勒级配曲线
Fig. 6 Ideal gradation curve of concrete with largest density

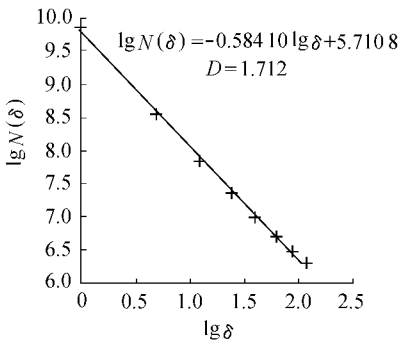


图 8 混凝土随机骨料盒维数统计曲线
Fig. 8 Statistical curve of box-counting dimension of random aggregate of concrete

参考文献:

- [1] DOEBLING S W, FARRAR C R, PRIME M B. A summary review of vibration-based damage identification methods[J]. Shock and Vibration Digest, 1998, 30(2): 91-105.
- [2] 屈世显, 张建华. 复杂系统的分形理论与应用[M]. 西安: 陕西人民出版社, 1996.
- [3] MANDELBROT B B, PASSOJA D E, PAULLAY A J. Fractal character of fracture surfaces of metals[J]. Nature, 1984, 308(19): 712-722.
- [4] 秦四清, 张倬元, 王士天. 非线性工程地质学导引[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 1993.
- [5] 彭瑞东, 谢和平, 鞠杨. 二维数字图像分形维数的计算方法[J]. 中国矿业大学学报, 2004, 33(1): 19-24. (PENG Rui-dong, XIE He-ping, JU Yang. Computation method of fractal dimension for 2-D digital image[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2004, 33(1): 19-24. (in Chinese))
- [6] 曼德尔布洛特 B. 分形对象 形、机遇和维数[M]. 北京: 文志英, 译. 世界图书出版公司北京公司, 1999.
- [7] 祝文化, 李建雄, 张明中. 混凝土损伤裂纹的二维数字图像盒维数算法[J]. 武汉理工大学学报, 2008, 30(6): 60-62. (ZHU Wen-hua, LI Jian-xiong, ZHANG Ming-zhong. 2D digital image box-counting dimension calculational method of cracks on damaged concrete[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2008, 30(6): 60-62. (in Chinese))
- [8] 徐钟济. 蒙特卡罗方法[M]. 上海: 上海科技出版社, 1985.
- [9] 宋立峰. 混凝土随机骨料分布模型研究[J]. 石家庄铁路职业技术学院学报, 2007, 6(3): 36-39. (SONG Li-feng. Study on distributing model of random aggregate of concrete[J]. Journal of Shijiazhuang Institute of Railway Technology, 2007, 6(3): 36-39. (in Chinese))
- [10] 柏巍, 彭刚. 蒙特卡罗法生成混凝土随机骨料模型的 ANSYS 实现[J]. 石河子大学学报: 自然科学版, 2007, 25(4): 504-507. (BAI Wei, PENG Gang. Monte-Carlo method aggregate random structures for concretes by ANSYS[J]. Journal of Shihezi University: Natural Science, 2007, 25(4): 504-507. (in Chinese))
- [11] 琚宏昌, 陈国荣, 夏晓舟. 骨料形状对混凝土拉伸强度的影响[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2008, 36(4): 554-558. (JU Hong-chang, CHEN Guo-rong, XIA Xiao-zhou. Influence of aggregate shape on tensile strength of concrete[J]. Journal of Hohai University: Natural Sciences, 2008, 36(4): 554-558. (in Chinese))
- [12] 边风珍, 屈彦玲. 计算机模拟技术在混凝土随机骨料模型上的应用与研究[J]. 西部探矿工程, 2008(5): 194-196. (BIAN Feng-zhen, QU Yan-ling. The application and research of computer simulation on the random aggregate model[J]. West-China Exploration Engineering, 2008(5): 194-196. (in Chinese))

Fractal verification of randomness for mesomechanical aggregate model of concrete

DONG Qiang-wei¹, YUAN Da², SONG Bin³, CAI Qing⁴

- (1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China ;
2. Yuezhou City Planning and Design Institute, Shaoxing 312030, China ;
3. Shandong Heze Yellow River Engineering Bureau, Heze 274008, China ;
4. College of Mechanics and Materials, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract : In order to verify the rationality of numerical methods for generating random aggregate model of concrete, first of all, random distribution of multi-graded concrete was simulated by use of the Monte Carlo method with high-efficiency pseudo-random function, and a geometrical model for the random spatial distribution for aggregate was generated. Then, the rationality of its randomness was studied by means of the digital image technology according to difference of pixels in plane distribution of the aggregate and the box-counting dimensions in fractal geometry. The results indicate that the random distribution of concrete aggregate derived by the Monte Carlo method has fractal characteristics and its random distribution is uniform.

Key words : concrete ; random aggregate model ; mesomechanical modeling ; box-counting dimension ; digital image