

DOI :10.3876/j.issn.1000-1980.2011.06.019

基于能量原理的均质土坡临界坡高计算

蒋跃楠^{1,2}, 吴继敏¹

(1.河海大学土木与交通学院,江苏 南京 210098;2.宜兴技师学院,江苏 宜兴 214200)

摘要:针对黏聚力较小的均质黏性土坡有可能产生沿直线滑裂面及沿对数螺旋滑裂面滑动的情况,利用能量原理和土坡极限分析的上限定理,推导了坡顶倾斜的土坡沿直线滑裂面滑动的临界坡高,得到黏聚力较小的黏性土均质边坡产生沿直线滑裂面的破坏,其临界坡高与坡顶面倾角 α 无关,只与土体的抗剪强度 c, φ 及密度 ρ 和坡体倾角 β 相关的结论.将该结果与同类土质边坡沿对数螺旋面滑动的临界坡高作了对比,工程实例表明该临界坡高计算方法在实际工程中有一定的实用性.

关键词:均质土坡;临界坡高;直线滑裂面;对数螺旋滑裂面

中图分类号:TU431 文献标志码:A 文章编号:1000-1980(2011)06-0693-05

刚体极限平衡法是常用的边坡稳定分析方法,虽然该方法无法考虑材料的应力-应变关系,不能给出相应的应力场和位移场,但是其概念清晰,计算简便,工程实践资料丰富.事实上,在实际工程中,人们关心的并不是边坡失稳的整个过程,而是开始滑动那一瞬间边坡的极限承载能力或者相应的临界坡高.极限分析法中的上限法恰好回避了工程中最不容易弄清的岩土应力-应变关系,从能量角度直接研究边坡的极限状态,因而是一种合理而且可行的方法.对于处于极限平衡状态的边坡(包括人工边坡、自然斜坡等),其坡度及岩土体的物理力学性质是确定的几何物理学参数,依据能量原理推算的临界坡高,可用来评判边坡的稳定性^[1].

根据已有的研究成果^[2-3],无黏均质土坡破坏时的滑面近似平面,在剖面上呈一条直线,通常用直线滑裂面进行稳定性分析.黏性均质土坡,由于黏聚力的存在,破坏时滑动面是一个曲面,曲率半径上部小、中间大,在断面上与椭圆弧相似,通常用对数螺旋滑裂面进行稳定性分析.国外一些学者经过大量的计算发现,由于土的内摩擦角、土坡坡角、硬层的埋置深度等因素的相互影响,土坡破坏时,可能出现 3 种不同位置的滑动面:坡脚滑弧、坡面滑弧和中点滑弧,如果土的内摩擦角大于 3° ,一般产生坡脚滑弧^[4].

本文应用外功率和内能耗散率相等的原理^[5-6],针对黏聚力较小的黏性均质土坡有可能产生沿直线滑裂面滑动及沿对数螺旋滑裂面滑动的情况分别进行临界坡高的探讨,并结合实例分析土坡临界坡高的计算方法.

1 均质黏性土坡的临界坡高探讨

1.1 倾斜均质黏性土坡沿直线滑裂面滑动的临界坡高

由黏聚力较小的黏性土组成的均质边坡,类似无黏土坡,可以假定滑裂面为直线面,如图 1 所示.当土体沿不连续直线滑裂面向下滑动时,形成刚性楔 ABD ,楔体的下滑速度为 v ,方向与滑裂面成 φ 角(土体内摩擦角).外力所做功的功率等于土体自重 W 与速度 v 在垂直方向分量的乘积:

$$P = Wv\sin(\theta - \varphi) = \frac{1}{2\sin^2\beta}\rho g H^2[\cos(\beta - \theta) + \operatorname{ctan}(\theta - \alpha)\sin(\beta - \theta)]\sin(\beta - \theta)v\sin(\theta - \varphi) \quad (1)$$

其中单位宽度土体自重为

$$W = \frac{1}{2}\rho g L_{DC}L_{AB} = \frac{1}{2}\rho g \sin(\beta - \theta)\frac{H}{\sin\beta}[\cos(\beta - \theta) + \operatorname{ctan}(\theta - \alpha)\sin(\beta - \theta)]\frac{H}{\sin\beta} \quad (2)$$

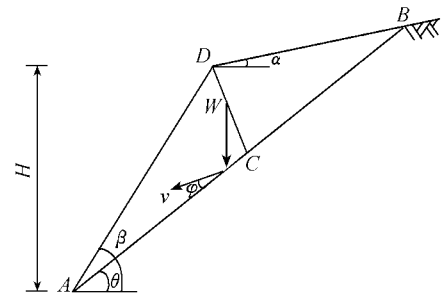


图 1 直线滑裂面示意图

Fig. 1 Sketch of linear slip surface

其中 $L_{DC} = \sin(\beta - \theta)L_{DA}$ $L_{AB} = \cos(\beta - \theta)L_{DA} + c \tan(\theta - \alpha)L_{DC}$ $L_{DA} = \frac{H}{\sin\beta}$ (3)

式中 ρ ——土的密度 c ——黏聚力 φ ——内摩擦角.

土体沿不连续直线滑裂面滑动的内能耗散等于黏聚力与速度 v 在滑裂面上的分量 v_1 的乘积:

$D = cv_1 = cL_{AB}v\cos\varphi = \frac{[c\cos(\beta - \theta) + c\tan(\theta - \alpha)\sin(\beta - \theta)]}{\sin\beta}Hv\cos\varphi$ (4)

令外功率等于内能耗散率,有

$P = D$ (5)

则 $cv_1 = Wv\sin(\theta - \varphi)$ (6)

即 $\frac{1}{2\sin^2\beta}\rho gH[c\cos(\beta - \theta) + c\tan(\theta - \alpha)\sin(\beta - \theta)]\sin(\beta - \theta)v\sin(\theta - \varphi) = \frac{[c\cos(\beta - \theta) + c\tan(\theta - \alpha)\sin(\beta - \theta)]}{\sin\beta}Hv\cos\varphi$ (7)

由此得到沿直线滑裂面破坏的临界坡高:

$H_c = \frac{2c\sin\beta\cos\varphi}{\rho g\sin(\beta - \theta)\sin(\theta - \varphi)}$ (8)

根据莫尔-库仑强度理论,土体处于极限平衡状态下破坏时 $\theta = \frac{\beta + \varphi}{2}$,将其代入式(8)得

$H_c = \frac{2c\sin\beta\cos\varphi}{\rho g\sin^2(\frac{\beta - \varphi}{2})}$ (9)

由式(9)得出结论:

- a. 无黏土或黏聚力较小的均质黏性土坡产生沿直线滑裂面的滑动时,影响临界坡高的主要因素是土体的抗剪强度、密度及坡体倾角 β ,而与坡顶面倾角 α 无关.
 - b. 对于特定的均质黏性土坡,如果其 ρ, c, φ 确定,则临界坡高 H 仅与坡体倾角 β 呈负相关关系,即边坡坡度愈缓,其临界坡高愈高.
 - c. 当 $c = 0$ 时, $H_c = 0$,说明对于无黏聚力的土体,边坡的任何高度都是不稳定的.
- 将 $\beta = \pi/2$ 代入式(9),可以求得垂直边坡的最大高度

$H_{90^\circ} = \frac{2c\cos\varphi}{\rho g\sin^2(45^\circ - \frac{\varphi}{2})}$ (10)

式(10)表明,对于上述均质直立土坡,如果土体的 ρ, c, φ 为定值,则临界坡高 H_c 是一个定值.该类土坡的临界坡高与岩土体的内摩擦角和黏聚力正相关,与密度负相关.

1.2 倾斜均质黏性土坡沿对数螺旋滑裂面滑动的临界坡高

一般均质黏性土坡产生滑动时,其滑面形态均为曲线,通常采用对数螺旋方程加以描述,图2为沿曲线滑裂面滑动示意图.

图2中的刚性土体 ADB 绕旋转中心 O 发生滑动时, AB 面以下的土体保持静止,因此,滑动面 AB 是个速度不连续面.滑动土体 ADB 由于自重所做外功的功率可通过土块 OAB, OAD, ODB 所做外功率之代数和求得,而沿 AB 面滑动土体所产生的内能耗散率则需要在整个表面积分而得.根据内外功率相等的原理,文献[7]经过推导整理后得

$H = \frac{c\sin[\alpha e^{\lambda(\theta_1 - \theta_0)}\tan\varphi - 1]}{2\rho g\sin(\beta - \alpha)\tan\varphi(f_1 - f_2 - f_3)}$
[$\sin(\theta_1 + \alpha)e^{\lambda(\theta_1 - \theta_0)\tan\varphi} - \sin(\theta_0 + \alpha)] = \frac{c}{\rho g}f(\theta_1, \theta_0)$ (11)

其中

$f(\theta_1, \theta_0) = \frac{1}{\lambda(1 + 9\tan^2\varphi)}[(3\tan\varphi\cos\theta_1 + \sin\theta_1)e^{\lambda\theta_0 - \theta_1}\tan\varphi]$

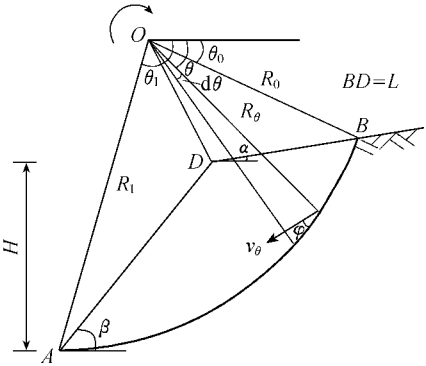


图2 对数螺旋滑裂面示意图
Fig. 2 Sketch of logarithmic spiral slip surface

$$f(\theta_1, \theta_0) = \frac{L}{6R_0} \left(2\cos\theta_0 - \frac{L}{R_0} \cos\alpha \right) \sin(\theta_0 + \alpha)$$

$$f(\theta_1, \theta_0) = \frac{1}{6} e^{(\theta_1 - \theta_0) \tan\varphi} \left[\sin(\theta_1 - \theta_0) - \frac{L}{R_0} \sin(\theta_1 + \theta_0) \right] \left[\cos\theta_0 - \frac{L}{R_0} \cos\alpha + \cos\theta_1 e^{(\theta_1 - \theta_0) \tan\varphi} \right]$$

当滑动土体处于极限状态时 $f(\theta_1, \theta_0)$ 最小, 故令 $\frac{\partial f}{\partial \theta_1} = 0, \frac{\partial f}{\partial \theta_0} = 0$ 求得 θ_1, θ_0 后代入式 (11) 得土体的临界坡高:

$$H_c = \frac{c}{\rho g} f(\theta_1, \theta_0)_{\min} \tag{12}$$

由此可见, 如果黏性土坡沿着对数螺旋面产生滑动, 其临界坡高与土体的抗剪强度、密度、坡体倾角和坡顶的倾斜度都有关, 因此计算过程复杂, 只能通过查找文献 [8] 中的 $f(\theta_1, \theta_0)$ 图表近似计算土体沿对数螺旋面滑动的临界坡高。

2 工程实例计算

2.1 工程概况

某市江南水乡度假村工程位于丘陵山坡场地, 地表起伏大。施工过程中, 一座 5 层的宾馆楼北侧存在几十米长的一段因采土而形成的高陡山坡, 坡高 3.5 m 左右, 坡体呈 10° 以上的自然倾斜状态。受风化残坡积的影响, 山坡表层是层厚 3.0 ~ 5.0 m 的松软耕植土, 色杂含块石, 见植物根茎, 土体的主要物理力学指标为: 密度 $\rho = 1.85 \text{ g/cm}^3$, 黏聚力 $c = 10 \text{ kPa}$, 内摩擦角 $\varphi = 10^\circ$, 表层土以下是厚度 8.5 ~ 20.0 m 的含碎石黏土, 呈硬塑状态, 该土层渗透系数低、强度高。

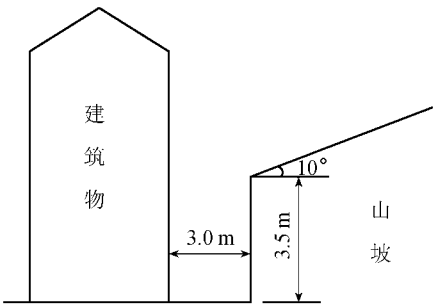


图 3 建筑物位置示意图

Fig. 3 Sketch of location of building

建筑物的位置如图 3 所示, 由于陡坡与建筑物的距离较近, 所以探讨该边坡的稳定性对于建筑物的安全使用至关重要。

2.2 土坡临界坡高的确定

该工程的直立边坡是山坡经过人工切坡后而导致的, 具有土质均匀、黏聚力较小的特点, 类似无黏土, 所以坡体一旦失稳将沿直线滑裂面滑动或者沿对数螺旋面滑动, 下面分别加以探讨。

首先将 $\beta = 90^\circ, \alpha = 10^\circ, \varphi = 10^\circ, c = 10 \text{ kPa}$ 代入式 (10) 得 $H_{90^\circ} = 2.58 \text{ m}$, 即该土坡沿直线滑裂面滑动的临界坡高为 2.58 m。

查阅文献 [8] 中的图表可知, 当 $\beta = 90^\circ, \alpha = 10^\circ, \varphi = 10^\circ$ 时, $f(\theta_1, \theta_0) = 4.47$, 代入式 (12) 得 $H_c = 2.42 \text{ m}$, 即该土坡沿对数螺旋面滑动的临界坡高为 2.42 m。

以上计算结果表明, 该直立边坡沿对数螺旋面滑动的临界坡高小于沿直线滑裂面滑动的临界坡高。从能量学的角度分析, 一个处于极限平衡的土体将具有一定的滑动势能, 同样势能的土体如果沿着曲线滑动时, 滑动的土块范围广、质量大, 相应的临界坡高小; 而沿着直线滑动时, 滑动的土块少、质量小, 相应的临界坡高大。所以, 一般情况下, 黏性土坡的滑裂面呈曲线状, 但是对于直立边坡, 由于受临空效应的影响也会产生沿直线滑裂面的滑动。

上述分析说明该处的直立边坡是不稳定的, 其自然直立高度远大于临界坡高, 参照一些国内外学者的研究成果 [9-12], 应对本边坡进行合理的治理。

根据工程边坡高度小、坡顶平缓的特点, 可以采用削坡减载加坡面植草防护的方式进行治理, 削坡示意图如图 4 所示。为了保证边坡的稳定, 削坡后坡体的临界坡高必须大于自然高度, 所以应确定坡体的倾角 β 。根据上述分析, 该直立边坡沿对数螺旋面滑动的临界坡高小于沿直线滑裂面滑动的临界坡高, 因此要先计算当坡体的自然高度与沿直线滑动的临界坡高相等时的坡

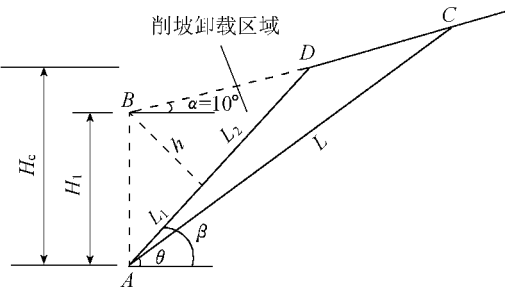


图 4 削坡卸载示意图

Fig. 4 Sketch of cutting slope for unloading

体倾角,然后按两种滑动模式进行验算直到满足要求.

根据图4的三角关系得削坡后坡体的自然高度:

$$H = (L_1 + L_2) \sin \beta = [\sin \beta + c \tan(\beta - 10^\circ) \cos \beta] \sin \beta H_1 \quad (13)$$

由图3可知, $H_1 = 3.5 \text{ m}$. 根据式(9),并进一步简化得土坡沿直线滑裂面的临界坡高:

$$H_c = \frac{4c \sin \beta \cos \varphi}{\rho g [1 - \cos(\beta - \varphi)]} \quad (14)$$

当式(13)与式(14)相等时,满足

$$\frac{4c \sin \beta \cos \varphi}{\rho g [1 - \cos(\beta - \varphi)]} = [\sin \beta + c \tan(\beta - 10^\circ) \cos \beta] \sin \beta H_1 \quad (15)$$

把 $H_1 = 3.5 \text{ m}$, $c = 10.0 \text{ kPa}$, $\rho = 1.85 \text{ g/cm}^3$, $\varphi = 10.0^\circ$ 代入式(15)并用迭代法求得 $\beta = 73^\circ$.

该计算结果表明,当工程直立边坡削坡后的坡体倾角为 73° 时,边坡的自然高度刚好等于沿直线滑动的临界坡高,边坡处于极限平衡状态. 根据边坡的临界坡高与坡角大小成反比的关系,坡体倾角 β 应该小于 73° ,才能使边坡的自然高度小于临界坡高,满足边坡稳定条件,所以必须逐步验算 β .

首先取 $\beta = 70^\circ$,把 $\beta = 70^\circ$ 代入式(13)得到坡体的自然高度 $H = 3.74 \text{ m}$,然后把 $\beta = 70^\circ$ 代入式(14)得坡体沿直线滑裂面滑动的临界坡高为 4.0 m ,说明边坡满足不产生直线滑裂面的滑动条件;用数据 $\beta = 70^\circ$, $\alpha = 10^\circ$, $\varphi = 10^\circ$ 查文献[8]中的图表得 $f(\theta_1, \theta_0) = 6.03$,代入式(12)得到坡体沿对数螺旋滑裂面滑动的临界坡高为 3.26 m ,该值小于边坡自然高度,说明边坡有可能沿对数螺旋面发生破坏,所以 $\beta = 70^\circ$ 不能满足条件.

依次取 β 为 $65^\circ, 60^\circ$ 进行验算后,均不能满足要求,最后设 $\beta = 55^\circ$ 代入式(13)得坡体的自然高度为 4.00 m ; $\beta = 55^\circ$ 代入式(14)得边坡沿直线破裂面滑动的临界坡高为 5.95 m ; $\beta = 55^\circ$, $\alpha = 10^\circ$, $\varphi = 10^\circ$ 查表并代入式(12)得坡体沿对数螺旋滑裂面滑动的临界坡高为 4.08 m . 根据以上验算过程,当 $\beta = 55^\circ$ 时,满足边坡的自然高度小于产生滑动的临界坡高的条件,可确保土坡稳定. 因此该直立均质土坡的削坡角度要大于 35° 才能避免土体产生滑动.

3 结 论

a. 由黏聚力较小的黏性土构成的均质土坡产生沿直线滑裂面的破坏时,其临界坡高与坡顶面倾角 α 无关,只受土体的抗剪强度 c 和 φ 、密度 ρ 和坡体倾角 β 影响.

b. 根据内外功率相等的原理,相同势能的土体沿着曲线滑动,由于曲线长而需要消耗更多的能量. 因此,同样土体的均质黏性土坡产生沿对数螺旋滑裂面破坏的临界坡高小于直线滑裂面的临界坡高.

c. 实际均质黏性直立土坡采用削坡护面的方法进行治理时,其合理削坡角度应满足按两种滑裂面计算所得临界坡高都大于土坡的自然直立高度这一条件.

参考文献:

- [1] 崔新壮,王爱营,刘雁冰,等.考虑岩土体变形的边坡临界高度上限解[J].山东大学学报:工学版,2006(5):73-76.(CUI Xin-zhuang, WANG Ai-yin, LIU Yan-bing, et al. Upper-bound solution of critical height of slope considering soil and rock deformation[J]. Journal of Shandong University Engineering Science, 2006(5):73-76. (in Chinese))
- [2] YU H S, SALGADO R, SLOAN S W, et al. Limit analysis versus limit equilibrium for slope stability[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1998, 124(1):1-11.
- [3] XIE M, ESAKI T, ZHOU G, et al. GIS-based 3D critical slope stability analysis and landslide hazard assessment[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2003, 129(12):1109-1118.
- [4] 张天宝.土坡稳定分析和土工建筑物的边坡设计[M].成都:成都科技大学出版社,1987.
- [5] CHEN Jian, YIN Jian-hua, LEE C F. Upper bound limit analysis of slope stability using rigid finite elements and nonlinear programming[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2003, 129(4):742-752.
- [6] CUI X Z, JIN Q, SHANG Q S, et al. General solving method of energy dissipation rate of deforming region in upper-bound analysis for Coulomb material[J]. Key Engineering Materials, 2006(6):1439-1444.
- [7] YU Mao-hong. Unified strength theory and its application[M]. New York: Springer, 2004.
- [8] 黄仰贤.土坡稳定分析[M].北京:清华大学出版社,1988.
- [9] DONALD I, CHEN Zu-yu. Slope stability analysis by the upper bound approach: fundamentals and methods[J]. Canadian Geotechnical

Journal ,1997 ,34(6) 853-862.

[10] 盛维高 ,李国维 ,袁俊平 . 基于含水量变化对土体强度影响的高边坡稳定分析 [J]. 水利水电科技进展 ,2009 ,29(1) :12-15.
(SHENG Wei-gao ,LI Guo-wei ,YUAN Jun-ping . Stability analysis of high slopes based on the influence of water content change on soil strength[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources 2009 ,29(1) :12-15.(in Chinese))

[11] 蒋忠信 . 边坡临界坡高卡尔曼公式之工程应用[J]. 岩土工程技术 ,2007(5) :217-220.(JIANG Zhong-xin . Engineering application of Culmann 's formula on critical height of slope[J]. Geotechnical Engineering Technique 2007(5) :217-220.(in Chinese))

[12] 张玉 ,张方方 . 变水位多工况下大型渠道土质边坡的稳定分析 [J]. 水利水电科技进展 ,2010 ,30(1) :56-60.(ZHANG Yu ,ZHANG Fang-fang . Stability analysis of soil slopes for large-scale canals considering variable water levels and various working conditons [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources 2010 ,30(1) :56-60.(in Chinese))

Critical height calculation for homogeneous clay slope based on energy principle

JIANG Yue-nan^{1 2} ,WU Ji-min¹

(1. College of Civil and Transportation Engineering , Hohai University , Nanjing 210098 , China ;
2. Yixing Technician College , Yixing 214200 , China)

Abstract : A homogeneous clay slope with low cohesion will probably slide along the linear surface or the logarithmic spiral surface . In this study , according to the upper bound theory and energy principle , the critical height of a clay slope with an inclined top when it slid along the linear surface was deduced . It was concluded that for the homogeneous clay slope with low cohesion , the critical height is not related to the angle α of the slope top , but related to cohesion c , the internal friction angle φ , density ρ , and the inclination angle of slope β . The result was compared with that of the critical height calculation of the clay slope sliding along the logarithmic spiral surface . The introduced method for calculating the critical height proves to be practicable through its application to a practical project .

Key words : homogeneous clay slope ; critical height of slope ; linear slip surface ; logarithmic spiral slip surface

+++++

《水利经济》征订启事

中国科技核心期刊 RCCSE 中国核心学术期刊

全国水利系统优秀期刊 全国农业系统优秀期刊

(邮发代号 28-252 ,CN32-1165/F 双月刊)

《水利经济》是由河海大学与中国水利经济研究会共同主办的以技术性为主、兼顾学术性和管理性的科技期刊。《水利经济》1983 年创刊 ,是全国唯一的水利经济研究方面的专业性期刊。

主要刊登内容 :水经济学理论 ;水权、水市场与水价研究 ;水利工程建设中的经济效益、社会效益和环境效益评价与分析 ;水利工程经济评价和财务评价 ;水利工程资本运作与费用分摊研究 ;水利工程管理研究 ,以及水利事业和水利建设的管理体制体制改革研究 ;水库移民经济研究 ;农业经济与管理研究 ;生态与环境经济研究 ;生态建设领域中的水资源可持续发展研究等。

主要读者对象 :从事水经济、水利水电技术、经济管理、生态、环境、农业经济及管理工作的有关工程技术人员、科研人员、管理人员以及高等院校师生。

订阅办法 :读者可通过邮局订阅 ,也可直接向编辑部订阅。2012 年每期定价 10 元 ,全年 6 期共计 60 元。

编辑部地址 :南京市西康路 1 号 河海大学《水利经济》编辑部

邮政编码 210098 电话/传真 025-83786350 E-mail jj@hhu.edu.cn

网址 http://kkb.hhu.edu.cn/web/indexjj.asp?l_id=43