

DOI :10.3876/j.issn.1000-1980.2012.02.012

用激光扫描测振仪测定石膏悬臂梁动弹性模量

徐 炜,徐 敏,杨振宇

(河海大学力学与材料学院,江苏 南京 210098)

摘要:为了获得拱坝动力模型试验所用石膏的动弹性模量,首先通过数值方法(有限单元法)计算得到石膏悬臂梁试件的第一阶固有频率,再通过激光扫描测振仪对试件进行试验模态分析,测得石膏悬臂梁试件的第一阶固有频率.将由数值方法和试验模态分析分别得到的第一阶固有频率,通过反演方法得到石膏在第一阶固有频率下的动弹性模量.试验结果表明:石膏在第一阶固有频率下的动弹性模量与静弹性模量相比,提高了约 25.8%.

关键词:动弹性模量;悬臂梁;有限元;模态分析;激光扫描测振仪

中图分类号: TB302 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1980(2012)02-0191-04

Measurement of dynamic elastic modulus in a plaster cantilever beam using laser-scanning vibrometer

XU Wei, XU Min, YANG Zhen-yu

(College of Mechanics and Materials, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: In order to obtain the dynamic elastic modulus of the plaster used for arch dam dynamization experimentation, the numerical method, FEM, was used to calculate the first-order natural frequency of a plaster cantilever beam. Then, a laser-scanning vibrometer was used for experimental modal analysis of specimens to measure the first-order natural frequency. Through comparison of the results obtained through the numerical method and experimental modal analysis, the dynamic elastic modulus of the plaster at the first-order natural frequency was obtained using the inverse method. The results show that the dynamic elastic modulus of the plaster was about 25.8% higher than the static elastic modulus at the first-order natural frequency.

Key words: dynamic elastic modulus; cantilever beam; finite element; modal analysis; laser-scanning vibrometer

许多材料的弹性模量与振动频率等因素有关,而动力计算中弹性模量往往被假定为常数,因此动力试验与计算的结果存在一定的差异^[1].材料的动弹性模量是结构设计的一个重要参数,在水工结构动力设计中,一般比静弹性模量增加 20%^[2].一些材料如石膏、加重乳胶等被用于水工结构动力模型试验,这些材料的动弹性模量随着频率的变化而改变^[3],而动弹性模量的变化必将影响结构的响应.为了模拟这种受力状态,也为了便于在振动台上进行试验,试件一般采用悬臂梁结构^[4].国外学者已通过各种试验方法^[5-8]获得材料的动弹性模量,如声发射、测固有频率等,但传感器会引起试件局部附加质量和力学特性的改变. Caracciolo 等^[9]用单点激光测振仪测得悬臂梁的固有频率,从而获得材料的动弹性模量,解决了这一问题.笔者使用多点激光扫描测振仪测得结构的固有频率以及振型,通过振型来校核结构的固有频率,排除侧向振动固有频率和交流电信号的干扰,使测试结果更加可靠.

1 用反演方法计算材料动弹性模量的基本理论

利用有限元模态分析和试验模态分析的结果,根据反演的方法^[10]可以求得材料在各阶固有频率下的动

弹性模量.

由于小阻尼对大多数工程结构自振频率影响很小,计算时可以将石膏悬臂梁的振动当做无阻尼振动.根据有限元方法,无阻尼自由振动的方程为

$$K - \omega^2 M = 0$$

(1)

式中: K ——刚度矩阵; ω ——固有频率; M ——质量矩阵.

一旦有限元网格划分确定, K 只与弹性模量 E 和泊松比 μ 有关.如果 μ 是常量, K 可以写成

$$K = EK'$$

(2)

式中: K' 是 $E = 1$ 时的劲度矩阵.

同样, M 可以写成

$$M = \rho M'$$

(3)

式中: ρ ——材料密度; M' —— $\rho = 1$ 时的质量矩阵.

将式(2)、式(3)代入式(1),式(1)可以写成

$$K' - \frac{\omega^2 \rho}{E} M' = 0$$

(4)

对于相同结构、相同边界条件、密度不变的同一种材料,材料的静弹性模量和动弹性模量之间的关系可以写成

$$\frac{\omega_i^2}{E_i} = \frac{\omega_{0i}^2}{E_{0i}}$$

(5)

式中: ω_i, ω_{0i} ——试验模态分析和有限元模态分析得到的第 i 阶固有频率; E_i, E_{0i} ——在 i 阶固有频率下的动弹性模量和静弹性模量.

$$E_i = \frac{E_{0i} \omega_i^2}{\omega_{0i}^2}$$

(6)

2 有限元模态分析

用商用软件 ANSYS 对石膏悬臂梁进行模态分析.梁的尺寸为 50 mm × 50 mm × 500 mm. 根据相关规范^[11]进行抗弯试验,得到将用于拱坝动力模型试验的石膏密度为 900 kg/m³,泊松比为 0.25,静弹性模量为 2 400 MPa. 试验数据如表 1 所示,各试件破坏荷载平均值为 2 303 N,弹性模量平均值为 2 400 MPa. 石膏悬臂梁的有限元模型如图 1 所示.为了测定石膏悬臂梁在 200 Hz 以下的动弹性模量,有关文献通过试验证明了石膏的动弹性模量在石膏悬臂梁第一阶固有频率之后的变化在 5% 以内^[12],所以,本文只测定石膏悬臂梁第一阶固有频率.石膏悬臂梁的第一阶振型如图 2 所示,第一阶固有频率为 52.7 Hz.

表 1 石膏的静弹性模量

Table 1 Static elastic modulus of plaster

试件号	破坏 荷载/N	弹性 模量/MPa
1	2 250	2 372
2	2 310	2 400
3	2 355	2 428

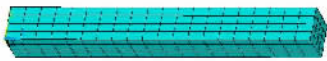


图 1 石膏悬臂梁有限元模型

Fig. 1 FEM model of plaster cantilever beam



图 2 悬臂梁第一阶振型

Fig. 2 First-order modal shape of cantilever beam

3 试验模态分析

3.1 试验装置

石膏悬臂梁试验模态分析的试验装置如图 3 所示.

3.2 第一阶固有频率

通过 5-100 Hz 基础正弦扫频激励,得到石膏悬臂梁第一阶固有频率.为了排除侧向振动固有频率和交流电信号的干扰,还需用振型和自由衰减周期进行校核.试验结果如 4 所示.经分析,第一阶固有频率为 59.0 Hz.

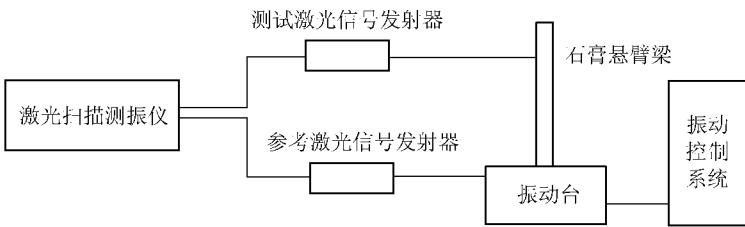


图 3 石膏悬臂梁试验装置示意图

Fig. 3 Schematic diagram of experiment setup of plaster cantilever beam

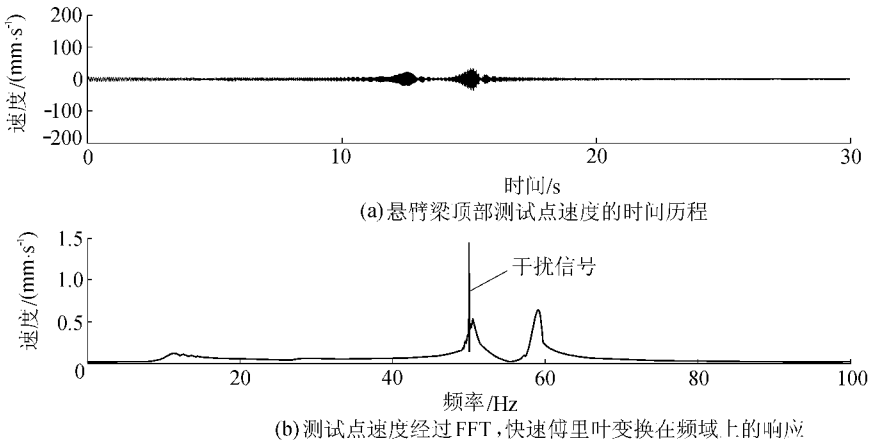


图 4 石膏悬臂梁的第一阶固有频率

Fig. 4 First-order natural frequency of plaster cantilever beam

3.3 第一阶振型

在第一阶固有频率下进行基础正弦激励,加速度为 0.3 m/s^2 .用测试激光信号发射器从梁的顶部到底部进行扫描,得到梁的第一阶振型,如图 5 中曲线所示.排除侧向振动固有频率和交流电信号的干扰,对第一阶横向振动固有频率进行校核.结果表明,试验所得第一阶振型与有限元计算的一致.

3.4 阻尼比

通过敲击锤敲击悬臂梁得到石膏悬臂梁顶部测试点速度的自由衰减曲线,如图 6 所示.取 10 个周期,根据式(7)得到阻尼比为 4.4×10^{-3} ,验证了之前小阻尼振动的假设.

$$\delta = \frac{1}{20\pi} \ln \frac{y_i}{y_{i+10}} \tag{7}$$

将自由衰减曲线进行 FFT(快速傅里叶变换),得到速度在频域内的变化,如图 7 所示,其峰值对应频率为 59.1 Hz.自由衰减的频率为 59.1 Hz,与之前得到的第一阶固有频率一致.



图 5 石膏悬臂梁第一阶振型

Fig. 5 First-order modal shape of plaster cantilever beam

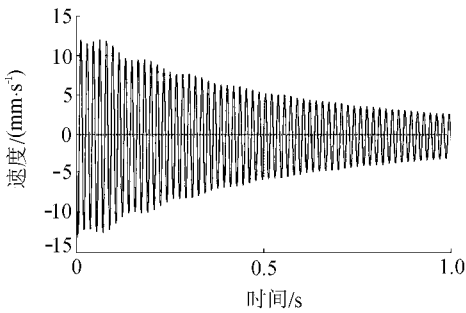


图 6 测试点速度自由衰减曲线

Fig. 6 Free vibration attenuation curve of velocity at test point

4 结 语

通过数值方法(有限单元法)和试验模态分析方法分别得到石膏悬臂梁的第一阶固有频率和振型. 根据有限元模态分析和试验模态分析的结果,用反演的方法得到石膏在第一阶固有频率下的动弹性模量(3020 MPa),为拱坝动力模型试验提供了动弹性模量参数. 试验结果表明:石膏在第一阶固有频率下的动弹性模量与静弹性模量相比,提高了约25.8%.

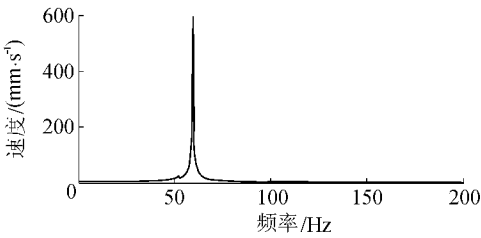


图7 测试点速度在频域内的响应
Fig. 7 Frequency response to velocity at test point

参考文献:

[1] 马良筠,夏颂佑,孙海峰.坝工结构动态模型试验中的某些问题的讨论[J].河海大学学报,1991,19(1):25-30. (MA Liang-yun ,XIA Song-you ,SUN Hai-feng. Study on dynamic modeling of dam structures[J]. Journal of Hohai University ,1991 ,19(1):25-30. (in Chinese))

[2] 傅作新,陈和群,裘允执,等.响洪甸拱坝的抗震分析[J].水利水运科学研究,1983(3):11-21. (FU Zuo-xin ,CHEN He-qun ,QIU Yun-zhi et al. A seismic analysis of Xianghongdian arch dam[J]. Chinese Journal of Hydraulic and Water Carriage ,1983(3):11-21. (in Chinese))

[3] 李普安,周立运.水工模型材料动弹性模量测定的若干问题[J].东北水利水电学报,1993(7):29-32. (LI Pu-an ,ZHOU Li-yun. Some problems in measuring model material's dynamic modulus of elasticity[J]. Chinese Journal of Northeast Water Conservancy and Hydropower ,1993(7):29-32. (in Chinese))

[4] 郑永来,周橙,黄伟,等.动态弹性模量的试验研究[J].河海大学学报:自然科学版,1998,26(2):31-35. (ZHENG Yong-lai ,ZHOU Chen ,HUANG Wei et al. Experimental study on dynamic elastic modulus[J]. Journal of Hohai University :Natural Science ,1998 ,26(2):31-35. (in Chinese))

[5] PRITZ T. Transfer function method for investigating the complex modulus of acoustic materials'spring-like specimen[J]. Journal of Sound and Vibration ,1980,73(3):317-341.

[6] PRITZ T. Dynamic strain of a longitudinally vibration viscoelastic rod with an end mass[J]. Journal of Sound and Vibration ,1982,85(2):151-167.

[7] PRITZ T. Transfer function method for investigating the complex modulus of acoustic materials'rod-like specimen[J]. Journal of Sound and Vibration ,1982,81(3):359-376.

[8] PRITZ T. Dynamic Young's modulus and loss factor of plastic foams for impact sound isolation[J]. Journal of Sound and Vibration ,1994,178(3):315-322.

[9] CARACCIOLO R ,GASPARETTO A ,GIOVAGNONI M. Measurement of the isotropic dynamic Young's modulus in a seismically excited cantilever beam using a laser sensor[J]. Journal of Sound and Vibration 2000,231(5):1339-1353.

[10] 马良筠,孙海峰.梁式构件动态弹性模量的试验研究及振动分析中梁的有效长度问题[J].力学学报,1989,21(6):697-704. (MA Liang-yun ,SUN Hai-feng. Experimental study on elastic dynamic modulus of beam-type elements and equivalent length of a beam for vibration analysis[J]. Acta Mechanica Sinica ,1989,21(6):697-704. (in Chinese))

[11] DL/T 5010—2001 水工混凝土试验规范[S].

[12] 郑永来,杨林德,夏松佑.比尺对梁式构件动态弹性模量影响的试验研究[J].同济大学学报,2000,28(3):287-290. (ZHENG Yong-lai ,YANG Lin-de ,XIA Song-you. Experimental investigation of influence of scale on dynamic elastic modulus of beam-type element[J]. Journal of Tongji University ,2000,28(3):287-290. (in Chinese))