

DOI :10.3876/j.issn.1000-1980.2012.05.014

基于含沙紊动水流掺混长度的含沙量垂线分布

丰 青¹ 李瑞杰^{1,2} 江森汇^{1,2} 郑 俊¹

(1. 河海大学海岸灾害及防护教育部重点实验室, 江苏 南京 210098; 2. 河海大学环境海洋实验室, 江苏 南京 210098)

摘要:根据 Prandtl 掺混长度理论对紊流动量传递的假设, 推广得到挟沙水流中泥沙扩散对应的含沙紊动水流掺混长度。类比 Prandtl 动量传递系数与紊流掺混长度的关系, 由含沙紊动水流掺混长度推导出与实测数据吻合较好的泥沙扩散系数, 得到新的含沙量垂线分布公式, 并利用多个海域实测资料对其进行验证。验证结果表明, 新的含沙量垂线分布公式能够较客观地反映含沙量垂线分布规律。

关键词:含沙紊动水流掺混长度 泥沙扩散系数 含沙量垂线分布

中图分类号: TV143 文献标志码: A 文章编号: 1000-1980(2012)05-0549-06

Vertical distribution of suspended sediment concentration based on mixing length of sediment-laden turbulent flow

FENG Qing¹, LI Ruijie^{1,2}, JIANG Senhui^{1,2}, ZHENG Jun¹

(1. Key Laboratory of Coastal Disaster and Defence, Ministry of Education, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. Laboratory of Ocean Environment, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Based on the Prandtl mixing length theory of turbulence momentum transfer, the mixing length of the sediment-laden turbulent flow, which matches the sediment diffusion of sediment-laden flows, was deduced. Compared with the relationship between the Prandtl momentum transfer coefficient and the turbulence mixing length, the sediment diffusion coefficient and a new formula of vertical distribution of sediment concentration were deduced from the mixing length of the sediment-laden turbulent flow, and were shown to be identical with observed data from various ocean areas. The results show that the deduced formula can accurately describe the vertical distribution of sediment concentration.

Key words: mixing length of sediment-laden turbulent flow; sediment diffusion coefficient; vertical distribution of sediment concentration

目前, 基于不同的研究角度, 已获得多种多样的含沙量垂线分布理论, 并取得许多丰硕的成果。含沙量垂线分布理论主要可分为 5 类: 扩散理论、混合理论、能量理论、相似理论和随机理论。倪晋仁等^[1]在综合分析比较上述 5 类理论后认为, 尽管各种理论的出发点不同, 但根据这些理论最终都能得到或接近扩散方程的结构形式, 证明采用扩散理论研究含沙量垂线分布规律的可行性。采用扩散理论研究含沙量垂线分布表达式, 一般利用理论假设的方式将三维扩散方程化简^[2]或利用紊动扩散理论结合费克第二定律^[3-6]得到一维扩散方程, 进而求解含沙量垂线分布表达式。此时求解一维扩散方程的关键是如何确定合理的泥沙扩散系数, 国内外不少学者已对其进行研究, 主要可分为 2 方面: (a) 假设泥沙扩散系数与动量传递系数成正比, 引入施密特数 S_c 或修正系数 β ($\beta = 1/S_c$) 确定泥沙扩散系数; (b) 直接采用动量传递系数代替泥沙扩散系数。实际上, 泥沙扩散系数与紊流动量传递系数两者物理意义不同, 系数修正方式仅仅是数值上的改变, 且系数的变化与挟沙水流特性相关, 不易处理; 直接替代方式物理意义不明确, 且存在一定误差。笔者参照紊流动量传

收稿日期: 2011-10-10

基金项目: 国家海洋公益性行业科研专项(201205005) 教育部高等学校博士学科点科研专项基金(200802940014) 河海大学自然科学基金(2008430511)

作者简介: 丰青(1986 —) 男, 河南郑州人, 博士研究生, 主要从事泥沙运动力学及海岸泥沙运动研究。E-mail: jamesfq@126.com

递系数的理论基础——Prandtl 掺混长度理论 指出挟沙水流中存在受水流紊动扩散影响的泥沙掺混长度 ,并据此推导出与实测数据更加吻合的含沙量垂线分布公式。

1 含沙紊动水流掺混长度

Prandtl 掺混理论定义紊流掺混长度为水团保持原有特性(动量、热量等)的距离。考虑二维恒定、均匀清水水流 ,紊动切应力及动量传递系数的表达式为

τ = ρl²(d u / d y)² = ρε_m d u / d y (1)

其中 ε_m = l² d u / d y

式中 :τ——清水水流中紊动切应力(忽略黏性切应力) ;ρ——清水密度 ;l——水流掺混长度 ;u——清水水流时均流速 ;y——垂线坐标 ;ε_m——动量传递系数。

Prandtl 进一步假设掺混长度的表达式为 l = κy(κ 为卡门常数) ,并结合底边界条件 τ = τ_0(τ_0 为底部切应力) ,得到应用广泛的对数型流速分布公式 :

d u / d y = u_* / (κy) (2)

式中 u_* 为摩阻流速。虽然对数型流速垂线分布公式存在底部流速不为零和表面垂线导数不为零的缺点 ,但实测资料表明 [7] ,式(2)所表达的关系在整个水体中基本符合流速的垂线分布规律。

另外 ,Rouse 采用二维均匀流的切应力垂线分布式 τ = τ_0(1 - y/h)(h 为水深) ,得到的动量传递系数可转换为含有根式结构的紊流掺混长度关系式 :

l = κy√(1 - y/h) (3)

van Rijn 对 Rouse 采用的动量传递系数进行了修正 ,其动量传递系数分段函数对应的掺混长度可以表示为

l = { κy√(1 - y/h) 0 < y ≤ 0.5 ; κy√(y/4h) 0.5 < y < 1 (4)

紊流掺混长度的表达式还有许多其他形式 ,如抛物型表达式及分式型表达式等 ,虽结论更加合理 ,但结构形式较 Prandtl 等复杂。

当泥沙进入水体、清水变为挟沙水流时的水体紊动结构发生变化 ,泥沙颗粒受重力的作用向底床方向运动 ,由于水体底部紊动切应力的作用 ,泥沙受到水团紊动及泥沙颗粒浓度梯度的影响 ,泥沙开始不断扩散 ,直至出现平衡状态。根据费克定律 ,达到平衡状态后的含沙量梯度对挟沙水流的动量传递有一定的抑制作用 ,对泥沙的扩散起到促进作用。即泥沙的进入消耗了水流自动的紊动能量 ,使水团的紊动有一定程度的减弱 ,但由于泥沙颗粒的惯性大于水团的惯性 ,故泥沙颗粒的运动相对于水团而言存在时间上的滞后性。类比 Prandtl 紊动掺混长度理论提出含沙紊动水流掺混长度 ,并根据动量传递系数的结构形式 ,则泥沙扩散系数与含沙紊动水流掺混长度的关系表达式如下 :

ε_s = l_s² d u / d y (5)

式中 :ε_s——泥沙扩散系数 ;l_s——含沙紊动水流掺混长度。

垂线平均流速相同的清水和挟沙水流 ,其对应的动量与能量是不同的。挟沙水流的质量要高于清水 ,其受到的紊动切应力比清水更加复杂 ,清水的紊动切应力使整个流层的流态更加均匀 ,而挟沙水流的紊动切应力不仅影响流态 ,而且影响泥沙扩散。故挟沙水流的紊动切应力高于清水 ,含沙紊动水流掺混长度将大于清水中水流紊动掺混长度。考虑到泥沙与水团的紊动为相互作用 ,且泥沙浓度梯度从底部到表面减小 ,含沙紊动水流掺混长度应在 Prandtl 及 Rouse 紊流掺混长度的基础上进行修正获得。挟沙水流底部紊动最强 ,浓度梯度对扩散起促进作用 ,而泥沙在水体底部产生制紊作用 ,使泥沙扩散变化不明显。挟沙水流表层泥沙浓度

梯度小,对水团紊动动能的耗散较大,表层含沙紊动水流掺混长度明显地小于同水深水团的紊动掺混长度。采用数据拟合后经过构造的经验泥沙扩散掺混长度表达式如下:

$$l_s = \kappa y \sqrt{\frac{h}{h + y}} \tag{6}$$

将 Prandtl ,Rouse ,van Rijn 采用的紊流掺混长度与式 (6) 进行比较(图 1) 横坐标为相对水深 y/h ,纵坐标为掺混长度与水深的比值。Prandtl 采用的线性掺混长度仅适用于近底层 ,Rouse 采用的根式结构掺混长度在水体上部趋于零 ,与实际观测结果差距较大 ,根据 van Rijn 对 Rouse 用于替代泥沙扩散系数的动量扩散系数的修正 ,得到 van Rijn 掺混长度表达式 ,式中出现了不连续点 ,不能合理地反映含沙紊动水流的掺混长度。

2 泥沙扩散系数

为了确定泥沙扩散系数 ,将式 (2) 式 (6) 代入式 (5) 中 ,化简整理后得到

$$\epsilon_s = \frac{\kappa u_* h y}{y + h} \tag{7}$$

不少学者期望采用修正动量传递系数得到更加合理的泥沙扩散系数。van Rijn^[8]提出引入系数 β 来修正动量传递系数 ,其表达式为

$$\beta = 1 + 2 \left(\frac{\omega_{s,m}}{u_*} \right)^2 \quad 0.1 < \frac{\omega_s}{u_*} < 1 \tag{8}$$

式 (8) 中 ,挟沙水流中的泥沙沉降速度 $\omega_{s,m}$ 与清水中单颗粒泥沙沉降速度 ω_s 不同 ,其与体积比含沙量 c 、泥沙颗粒粒径及泥沙产生絮凝的强度有关 ,一般采用 Richardson-Zaki 方程表示:

$$\omega_{s,m} = (1 - c)^{\frac{1}{n}} \omega_s \tag{9}$$

虽然 van Rijn 提出的修正系数物理意义明确 ,但无法准确表达含沙量的垂线分布 ,且对含沙量垂线分布直接求解产生较大困难。Wref^[9]提出针对 Rouse 方程采用的动量传递系数进行修正的经验系数 β 表达式(式 10) ,该表达式虽然可以使一维扩散方程获得解析解 ,但其得到的含沙量垂线分布值偏大 ,甚至大于采用指数定律^[10]在泥沙扩散系数为线性函数假设下得到的含沙量 ,不符合实际含沙量的垂线分布规律。

$$\beta = 1 + \left(\frac{y}{h} \right)^2 \tag{10}$$

式 (7) 与 Rouse ,van Rijn 在推导含沙量垂线分布公式所采用的泥沙扩散系数及钱宁、Coleman 在 Enoree 河^[11]实测数据的对比如图 2 所示(卡门系数取 0.4) ,式 (7) 较合理地反映 Enoree 河中挟沙水流泥沙扩散系数随水深的变化 ,与实测数据的相关系数达到 0.8279。

3 含沙量垂线分布公式

基于扩散理论 ,在平衡状态下紊动扩散与泥沙重力相平衡 ,根据费克第二定律可得 ,在单位时间内垂线方向上紊动产生的泥沙通量与体积比含沙量梯度成比例 ,即一维泥沙扩散方程为

$$\epsilon_s \frac{dc}{dy} + (1 - c) c \omega_{s,m} = 0 \tag{11}$$

为了解决方程求解过程中出现的高阶项不易处理的问题 ,采取先垂线积分化简后再微分的方式将高阶项舍去 ,即将式 (9) 代入式 (11) 中 ,从参考高度 a 到垂线坐标 y 进行垂线积分 ,则

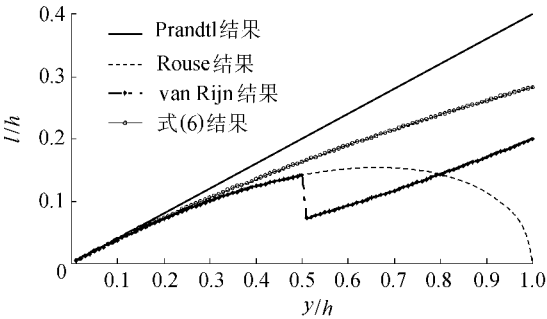


图 1 Prandtl ,Rouse ,van Rijn 采用的水流掺混长度与式 (6) 结果比较
Fig. 1 Comparison of mixing lengths adopted by Prandtl , Rouse , and van Rijn , with Eq.(6)

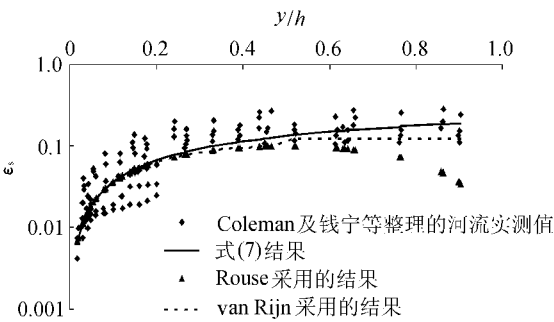


图 2 van Rijn ,Rouse 采用的泥沙扩散系数 ϵ_s 与式 (7) 结果及 Enoree 河实测数据对比
Fig. 2 Comparison of sediment diffusion coefficients adopted by van Rijn and Rouse with Eq.(7) and field data from Enoree River

$$\sum_{n=1}^4 \left[\frac{1}{n(1-c)^n} \right] - \sum_{n=1}^4 \left[\frac{1}{n(1-c_a)^n} \right] + \ln \left[\frac{\alpha(1-c_a)}{c_a(1-c)} \right] = - \int_a^y \frac{\omega_s}{\epsilon_s} dy$$

(12)

假设所研究的挟沙水流为低含沙量挟沙水流(即 $1-c \approx 1, 1-c_a \approx 1$)则式(12)可简化为

$$\ln \frac{c}{c_a} = - \int_a^y \frac{\omega_s}{\epsilon_s} dy$$

(13)

将式(7)代入式(13)中,整理后得到新的含沙量垂线分布公式为

$$c = c_a \left(\frac{y}{a} e^{\frac{y-a}{h}} \right)^{-b}$$

(14)

其中 Rouse 数 $b = \omega_s / (\kappa u_*^3)$, u_* 表达式为

$$u_* = \frac{\kappa \bar{u}}{\ln \left(\frac{4h}{z_0} \right) - \frac{8}{3}}$$

(15)

式中: c_a ——参考高度 a 处的含沙量(体积比); $\bar{u}$ ——垂线平均流速; z_0 ——摩阻高度,一般取常数 0.0025。

图 3 为 van Rijn, Rouse 指数定律及式(14)结果的比较(假设 Rouse 数为 1,参考层为 0.01)。式(14)的含沙量计算结果与 van Rijn 含沙量垂线分布公式的结果近似,两者相关系数为 0.999 32。式(14)为连续方程,不存在不可微分点,公式结构更加简单。式(14)关于水体下层的含沙量计算结果与 Rouse 方程的计算结果近似,而水体上层所得计算结果则优于 Rouse 方程及指数定律含沙量垂线分布公式的计算结果。在已知摩阻流速 u_* 或垂线平均流速 $\bar{u}$ 的前提下,可以计算 Rouse 数 b ,理论上在给出 a 及 c_a 的值时,可通过式(14)求出自底层以上任何一处的含沙量。

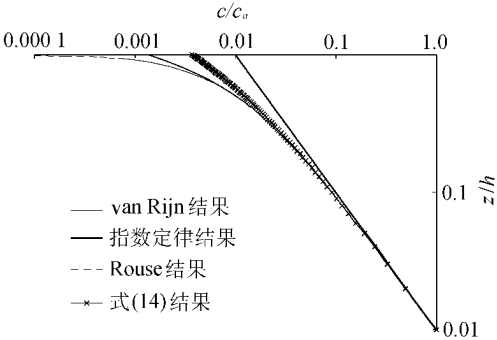


图 3 van Rijn, Rouse 指数定律及式(14)含沙量垂线分布公式计算结果比较

Fig. 3 Comparison between van Rijn formula, Rouse equation, power law, and Eq.(14)

4 实测资料验证分析

选取舟山、厦门、瓯江口及长江口等近海海域 2010 年大潮实测资料(各层含沙量)进行验证,小潮结果与大潮近似。由于推导过程中采用的含沙量为体积比,故乘以挟沙水流密度,将含沙量转化为质量浓度 c' 进行验证。为了更好地体现含沙量垂线分布式(14)的精度,并鉴于 Rouse 方程在实际工程计算中应用广泛,在对式(14)的计算值与实测值进行比较的同时,引入 Rouse 方程的计算结果共同比较(由于 Rouse 方程无法计算水表面含沙量,选取相对深度为 0.95 处替代表层的计算值)。参考层取为 0.2 层,如图 4~7 所示。

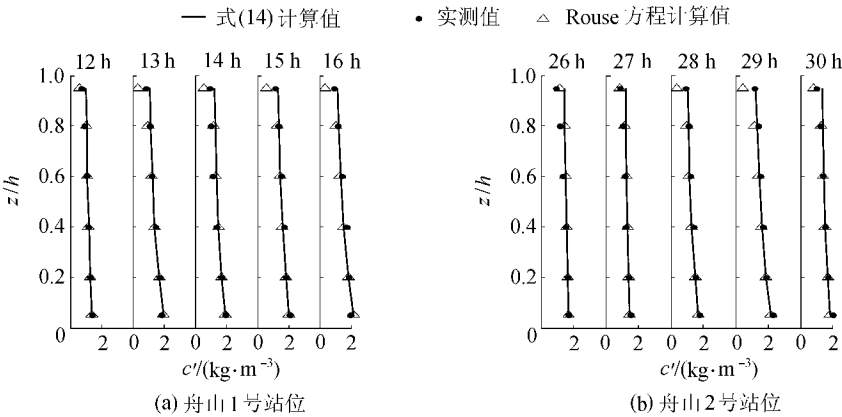


图 4 舟山海域大潮含沙量垂线分布

Fig. 4 Vertical distribution of sediment concentration during spring tide in Zhoushan sea area

从图 4~7 可见,舟山海域含沙量较高,泥沙分布特征明显,总体呈现水体上层含沙量小于下层含沙量;厦门海域含沙量较低,泥沙分布特征不明显,下层含沙量与上层差异不大,瓯江口及长江口海域虽然输沙量

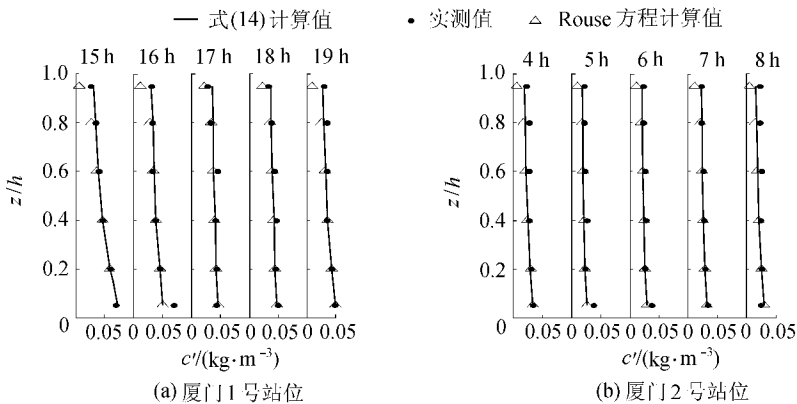


图 5 厦门海域大潮含沙量垂线分布

Fig. 5 Vertical distribution of sediment concentration during spring tide in Xiamen sea area

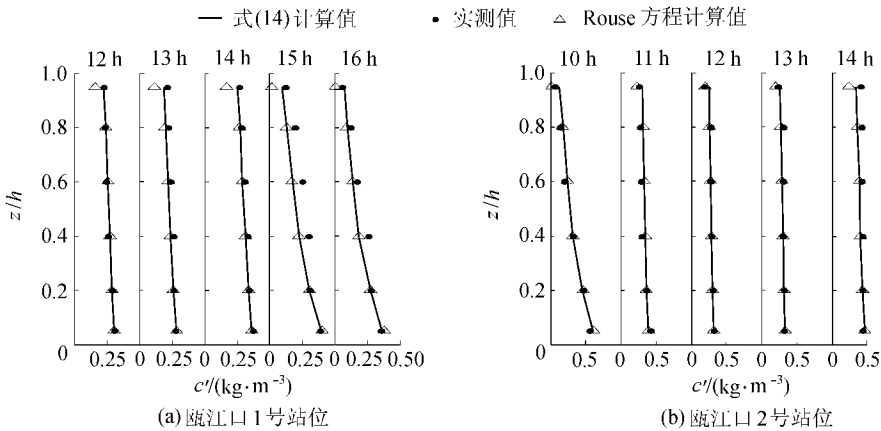


图 6 瓯江口海域大潮含沙量垂线分布

Fig. 6 Vertical distribution of sediment concentration during spring tide in Oujiang Estuary

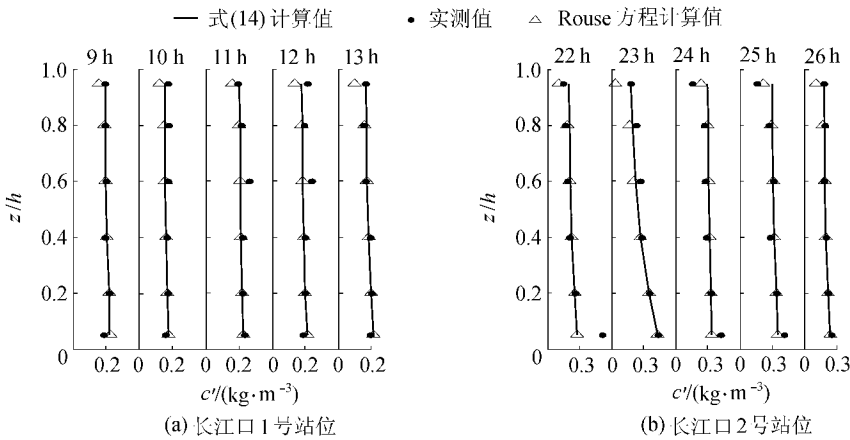


图 7 长江口海域大潮含沙量垂线分布

Fig. 7 Vertical distribution of sediment concentration during spring tide in Yangtze Estuary

大,但含沙量不大,泥沙分布不均匀,常出现S形泥沙垂线分布。式(14)的计算结果与 Rouse 方程计算结果整体趋势一致,底层计算值与 Rouse 方程几乎一致,均客观地反映底层含沙量垂线分布规律,但式(14)的表层计算结果优于 Rouse 方程,与实测数据吻合得更好。整体上,式(14)比 Rouse 方程更加合理地反映了整个水体的含沙量垂线分布规律。

5 结 语

根据 Prandtl 掺混长度理论对紊流动量传递的假设,推广得到挟沙水流中泥沙扩散对应的含沙紊动水流

掺混长度。类比 Prandtl 动量传递系数与紊流掺混长度的关系,由含沙紊动水流掺混长度推导得与实测数据吻合较好的泥沙扩散系数,与 van Rijn 等采用参数修正动量传递系数所得到的泥沙扩散系数进行对比,其垂线变化更加明确、结构更加简单。推导所得到的新的含沙量垂线分布公式能够较客观地反映含沙量垂线分布规律,并将其与 Rouse 方程的计算值和实测含沙量进行比较,其结果优于 Rouse 方程的计算结果,更加符合含沙量垂线分布规律。需要指出的是文中公式只对舟山、厦门、瓯江口及长江口等海域进行了验证,在其他海域的适用性还需进一步验证分析。

参考文献:

- [1]倪晋仁,惠遇甲. 悬移质浓度垂线分布的各种理论及其间关系[J]. 水利水运科学研究, 1988(1): 83-97. (NI Jinren, HUI Yujia. The various theories of suspended load concentration vertical distribution and their relationships[J]. Hydro-Science and Engineering, 1988(1) 83-97. (in Chinese))
- [2]CHIEN Ning, WANG Zhaohui. Mechanics of sediment transport[M]. Virginia : ASCE Press ,1999.
- [3]NIELSEN P, TEAKLE I A L. Turbulent diffusion of momentum and suspended particles : A finite-mixing-length theory[J]. Physics of Fluids ,2004 ,16(7) 2342-2348.
- [4]严冰,张庆河. 基于有限掺混长度概念的悬沙浓度垂线分布研究[J]. 泥沙研究, 2008 ,2(1):9-16.(YAN Bing , ZHANG Qinghe. Distribution of vertical suspended sediment concentration based on the finite mixing length conception[J]. Journal of Sediment Research , 2008 ,2(1) 9-16. (in Chinese))
- [5]van RIJN L C. Principles of sediment transport in rivers , estuaries and coastal sea[M]. Amsterdam : Aqua Publications , 1993.
- [6]董德信,李瑞杰,陈波. 垂向平均含沙量计算方法初探[J]. 水利水电科技进展, 2011 , 31(4): 65-68. (DONG Dexin , LI Ruijie , CHEN Bo. Preliminary discussion about methods for calculation of vertical average suspended sediment concentration[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources , 2011 , 31(4) 65-68. (in Chinese))
- [7]陈国祥. 河流动力学[M]. 北京 : 人民交通出版社, 1981.
- [8]van RIJN L C. Sediment transport part II : suspended load transport[J]. J Hydraul Div Proc ,ASCE ,1984 , 110(HY11): 1613-1641.
- [9]WREN D G. Distributions of velocity , turbulence , and suspended sediment over low-relief antidunes[J]. Journal of Hydraulic Research , 2005 , 43(1): 3-11.
- [10]SOULSBY R. Dynamics of marine sands : a manual for practical applications[M]. Oxford : Thomas Telford Press , 1997.
- [11]COLEMAN N L. Flume studies of the sediment transfer coefficient[J]. Water Resource Res , 1970 , 6(3): 801-809.
- [12]FANG Guohong , ICHIYE T. On the vertical structure of tidal currents in a homogeneous sea[J]. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society , 1983 , 73 : 65-82.