

DOI :10.3876/j.issn.1000-1980.2012.05.017

两种常用本构模型在基坑开挖数值模拟中的适用性

蒋明镜^{1,2}, 朱方园^{1,2}, 刘芳^{1,2}

(1. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092; 2. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092)

摘要: 针对基坑分析中难以选择土体宏观本构模型现状, 通过数值模拟研究 2 种常用本构模型对基坑开挖问题的适用性。首先, 基于双轴压缩试验, 求解与离散元试样在力学特性上相匹配的 M-C 和 D-P 模型参数; 其次, 进行基坑开挖模拟, 以离散元的应力、应变路径分析结果为参考, 讨论 2 种本构模型在基坑分析中的特点及适用性。结果表明, M-C 和 D-P 本构模型能够较好地反映开挖过程中土体的复杂应力发展, 难以表征土体的变形发展, 2 种模型的基坑开挖分析结果相差不大。

关键词: 本构模型; 基坑开挖; 应力路径; 土体变形特性

中图分类号: TV551; TU431 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1980(2012)05-0568-08

Applicability of two constitutive models to numerical simulation of foundation excavation

JIANG Mingjing^{1,2}, ZHU Fangyuan^{1,2}, LIU Fang^{1,2}

(1. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering (Tongji University), Ministry of Education, Shanghai 200092, China;

2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: It is difficult to select an appropriate constitutive model for numerical simulation of foundation excavation problems. The applicability of two commonly used constitutive models to foundation excavation was examined through numerical simulation in this study. First, the biaxial compression test was conducted using the discrete element method (DEM) and the finite difference method (FDM) that incorporates the Mohr-Coulomb (M-C) model and Drucker-Prager (D-P) model. The model parameters were obtained by fitting the stress-strain curves and the volumetric strain-axial strain curves that were captured by the DEM simulation. Second, using the model parameters, excavation of a foundation pit was simulated by DEM and FDM. Finally, the DEM results of the stress path and strain path were used as the reference for evaluation of the performance and applicability of the M-C model and D-P model. The results show that the two models can accurately capture the stress path during excavation, but cannot describe the accumulation of deformations in soils, and there is not much difference between the two models' results.

Key words: constitutive model; foundation excavation; stress path; soil deformation behavior

随着基坑工程的日益复杂^[1-2], 数值模拟方法已成为分析基坑开挖问题的重要手段。以有限单元法和有限差分法为代表的传统数值分析方法能够有效考虑土与支护结构的共同作用, 被广泛应用于基坑分析, 但其关键点和难点在于如何合理地选择土体本构模型和参数^[3]。目前, 针对基坑开挖的岩土工程软件较多, 若对软件本身尤其是相关本构模型的适用性缺乏了解、盲目使用, 将使分析结果不可靠甚至产生误导。为合理选择适用于基坑分析的土体本构模型, Hashash 等^[4]、Grande^[5]以及 Potts 等^[6]、徐中华等^[7]根据不同本构模型下变形结果与实测资料的对比分析, 得出一些具有实用价值的研究成果, 但这些成果多适用于一些特定工程土体环境, 难以全面推广至其他工程环境。

收稿日期: 2011-10-14

基金项目: 国家杰出青年基金(51025931); 国家自然科学基金(10972158); 长江学者和创新团队发展计划(IRT1029)

作者简介: 蒋明镜(1965—), 男, 江苏如皋人, 教授, 博士, 主要从事天然结构性土壤的宏、微观试验, 以及本构模型和数值分析研究。

E-mail: mingjing.jiang@tongji.edu.cn

沈珠江^[8]指出,土体的受力变形特性具有应力路径相关性,在复杂应力路径下,很多本构理论所采用的唯一性假定得不到保证。基坑工程的特殊性在于土体应力路径复杂,基于特定应力路径下的室内试验检验,Yao 等^[9]、路德春等^[10-11]、王靖涛等^[12]讨论了一些本构模型的适用性,但鲜见依据实测基坑开挖应力路径的本构模型研究。笔者认为,离散单元法可为基坑分析中土体本构模型的选择提供一些参考。与连续介质力学方法相比,离散单元法更擅长于复杂应力路径问题的分析,其将土体处理为离散颗粒材料,立足于颗粒间微观力学接触规律,分析不同加载条件下的土体宏观力学响应。该方法不依赖于土体宏观本构关系,可方便地模拟边值问题的真实力学过程,得到空间各点的真实应力、应变路径^[13],其优点在挡墙^[14-15]、桩基^[16]、隧道^[17]、基坑^[18-19]等应用中已得到体现。此外,该方法能够以无损方式对任意位置土体的应力、应变路径进行连续观测,不存在工程中的一些监测难题。目前,Thornton^[20]已通过不同应力路径下的离散元室内三轴试验研究了拉德-邓肯屈服准则和松岗元屈服准则对砂土的适用性,认为前者优于后者。

笔者以离散单元法所分析的基坑开挖的应力、应变路径为参考,在文献[21]的基础上探讨 Mohr-Coulomb 和 Drucker-Prager(以下简称 M-C 和 D-P)2 种本构模型在分析松砂土体中基坑开挖的适用性。首先,以地基土体的离散元双轴试验应力-应变和体积应变关系为参照,确定 M-C 和 D-P 本构模型参数;其次,分别采用离散单元法和考虑 2 种本构模型的有限差分法进行基坑开挖模拟;最后,结合特征点的应力、应变路径及基坑开挖的土体塑性区分布对 2 种本构模型进行探讨。其中,离散单元法和有限差分法的计算分别采用商业软件 PFC^{2D}和 FLAC^{3D}。

1 2 种土体宏观本构模型及其特点

M-C 模型和 D-P 模型是在工程应用中较常见的 2 种土体弹塑性本构模型。两者在主应力空间中的屈服面如图 1 所示,其中 σ_1 、 σ_2 和 σ_3 为主应力,其他各参量为与土体力学性质相关的模型参数。M-C 模型综合考虑了虎克定律和摩尔-库伦破坏准则,其空间屈服面形状为六棱锥形;D-P 模型在 M-C 模型的基础上将屈服面的形式修正为圆锥形。

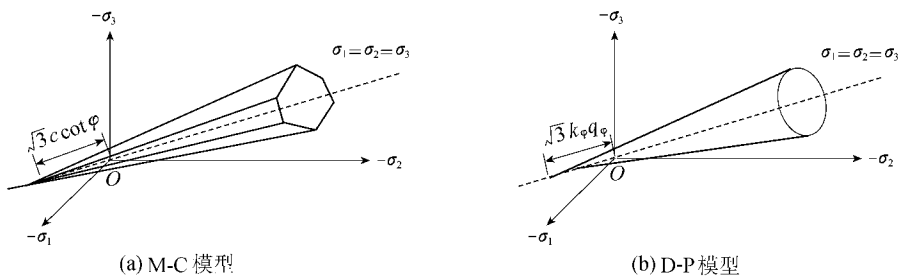


图 1 主应力空间中的本构模型屈服面

Fig. 1 Yield surfaces of constitutive models in principal stress space

常规 M-C 和 D-P 模型的土体弹性模量为定值,为了反映实际地基土体的压硬特性,笔者对模型中的弹性模量进行修正,假设弹性模量和围压成线性关系,即

$$E = a\sigma_3 + b \tag{1}$$

式中: E ——弹性模量, kPa; σ_3 ——地基土体的小主应力, kPa; a ——待定系数,无量纲; b ——待定系数, kPa。

修正后的 M-C 模型共有 6 个参数,包括系数 a 和 b 、泊松比 ν 、黏聚力 c 、内摩擦角 φ 和剪胀角 ψ ,修正后的 D-P 模型有 6 个参数,前 3 个参数同 M-C 模型,另外还包括与 φ 有关的参数 q_φ 、与 ψ 相关的参数 q_ψ 、与 c 及 φ 均相关的参数 k_φ 。

2 宏观模型参数确定

采用一种在离散元分析中广泛使用的理想颗粒材料来代替实际土体,颗粒级配曲线如图 2 所示。该材料由 10 种粒径的颗粒组成,粒径分别为 6.0 mm、6.8 mm、7.2 mm、7.4 mm、7.6 mm、7.8 mm、8.0 mm、8.2 mm、8.4 mm、9.0 mm,每种粒径颗粒的质量分数均为 10%,不均匀系数为 1.3。颗粒的密度、法向刚度、切向

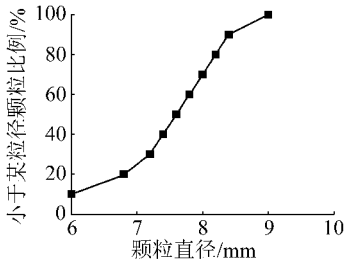


图 2 颗粒级配曲线

Fig. 2 Particle size distribution

刚度和摩擦系数分别为 2600 kg/m^3 、 $1.5\times 10^8\text{ N/m}$ 、 $1.0\times 10^8\text{ N/m}$ 和 0.5 。材料平面孔隙比为 0.24 。

在地基平均应力范围内的 4 种代表围压(100 kPa 、 200 kPa 、 400 kPa 和 600 kPa)下 ,进行离散元平面应变双轴压缩试验 ,所生成的离散元试样如图 3 所示。图 4 和图 5 中离散元所标记的曲线为试验所得的土体应力-应变和体积应变关系 ,其中体积应变正值代表收缩 ,负值代表膨胀。土体材料在各围压下呈现出不同程度的剪缩性质 ,表征于实际中具有应变硬化特性的松散砂土。

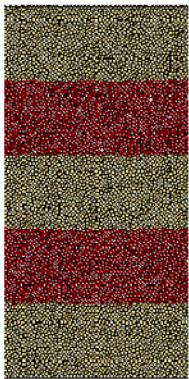
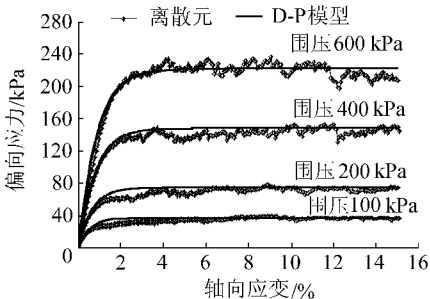


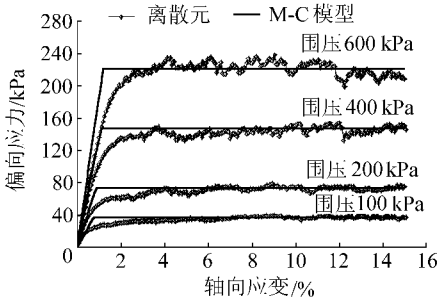
图 3 离散元双轴试样

Fig. 3 Sample in biaxial test of DEM

将离散元分析的力学特性曲线视为实际土体的室内试验曲线 ,有限差分法 M-C 和 D-P 模型参数参考文献 [22] 中土体本构模型参数的优化确定思路求解。首先 ,基于摩尔-库伦强度准则和对曲线相关斜率的求解 ,初步拟定土体模型参数 ,随后 ,进行有限差分法双轴试验模拟 ,不断地根据模型参数反推力学特性关系 ,反馈和调整模型参数 ,至模拟的土体应力-应变和体积应变关系较优地逼近离散元分析曲线 ;最后 ,统计终定曲线所对应的各模型参数值 ,确定 M-C 和 D-P 宏观模型参数。采用前述思路所确定的宏观模型参数可认为在力学特性上与离散元材料参数具有较优的匹配性 ,其具体过程见文献 [21]。



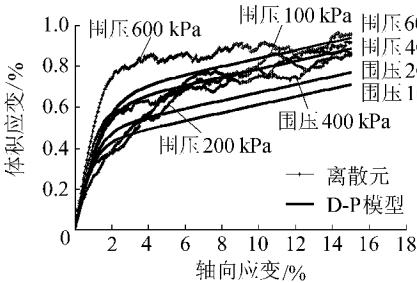
(a) D-P 模型终定曲线与离散元分析曲线对比



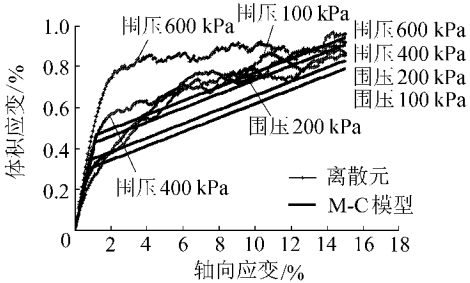
(b) M-C 模型终定曲线与离散元分析曲线对比

图 4 应力-应变关系拟合

Fig. 4 Stress-strain curve fitting



(a) D-P 模型终定曲线与离散元分析曲线对比



(b) M-C 模型终定曲线与离散元分析曲线对比

图 5 体积应变关系拟合

Fig. 5 Volumetric strain-axial strain curve fitting

有限差分法 M-C 和 D-P 模型的终定曲线与离散元分析曲线的对比情况如图 4 和图 5 所示。D-P 和 M-C 模型在初始阶段具有相似的线弹性变形特性 ,由于屈服准则的不同 ,在各围压下两者达到塑性区的临界点略有不同。达到塑性区后 ,两者在同一轴向应变下所对应的体积应变数值也存在一些差异。

最终确定的曲线所对应的 M-C 模型参数 a 、 b 、 ν 、 c 、 φ 和 ψ 分别为 46.28 、 4510 kPa 、 0.38 、 0.6 kPa 、 15.5° 和 -1° ;D-P 模型参数 a 、 b 、 ν 、 q_φ 、 k_φ 和 q_ψ 分别为 46.28 、 4510 kPa 、 0.38 、 0.27 、 0.7 kPa 和 -0.01 。由于离散元土体颗粒间仅采用简单接触模型 ,所反映的土体性质与实际情况存在一些差异 ,如内摩擦角偏小 ,考虑以上差异不影响文中宏观本构模型的比选思路 ,将该参数应用于下文有限差分法基坑开挖模拟。

3 基坑开挖数值模拟

考虑到离散元的计算效率,依据离心机试验原理,以模型试验的手段探讨平面应变条件下基坑的浅层悬臂开挖问题。图 6(a)为基坑开挖原型示意图,依据对称性取 1/2 基坑结构作为研究对象,基坑宽度为 40 m,地下墙高 15 m,开挖总深度为 5 m,每层开挖深度为 0.5 m。图 6(b)为基坑开挖模型示意图,其尺寸为原型的 5%,同原型具有几何相似性。

通过对模型施加 20 倍重力加速度场,可保持图 6 中原型和模型的力学性质相似、变形相似、破坏机理相同。已有资料表明^[23]这种模型试验手段对于基坑开挖等以重力为主要荷载的岩土工程问题是较为适用的。参考土工模型试验的比尺因素,土体的离散元微观参数及最终确定的 M-C 模型、D-P 模型参数的换算比尺均为 1,可直接用于离散单元法和有限差分法的基坑开挖模型分析,其分析过程可表述如下。

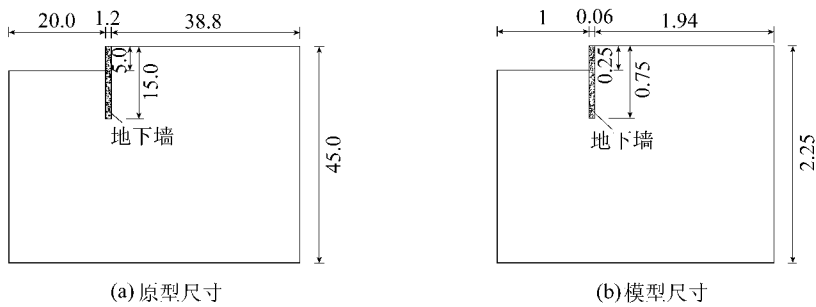


图 6 基坑开挖示意图(单位:m)

Fig. 6 Schematic diagram of foundation excavation(units : m)

离散单元法基坑开挖模型如图 7 所示。首先,采用分层欠压法^[24]生成开挖前地基模型,分级施加重力加速度,使其最终在 20 倍重力加速度下平衡稳定,随后,挖除地下连续墙位置处的土体颗粒,替换为地下连续墙颗粒,颗粒间接触点施加平行胶结,形成可抵抗一定弯矩的连续墙整体,并同地基土体整体平衡稳定,最后,逐层挖除各区域内土体颗粒,实现基坑分层开挖。

有限差分法基坑开挖模型与边界约束情况如图 8 所示。为了与离散元分析结果有较好的可比性,模拟过程同离散单元法。首先,对未开挖地基进行网格划分和边界约束,使其在 20 倍重力场下平衡稳定,随后,挖除连续墙位置处土体单元,以弹性实体单元生成地下连续墙,并在墙与土体的连接处设置接触面单元,接触面参数折减为土体参数的 90%,最后,再次自重平衡,逐层挖除土体单元,模拟基坑分层开挖。

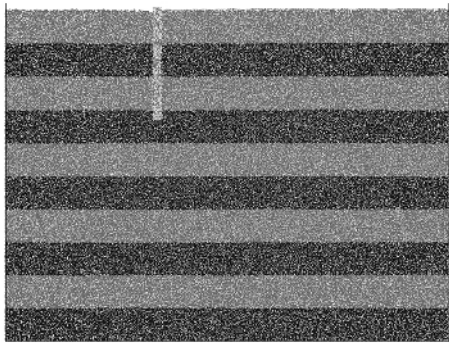


图 7 离散单元法基坑开挖模型

Fig. 7 Model for simulation by DEM

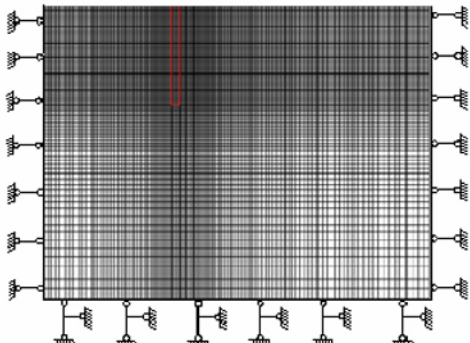


图 8 有限差分法基坑开挖模型

Fig. 8 Model for simulation by FDM

4 模拟结果分析

基于相似原理,将模型的应力和应变结果换算为原型,以下以离散单元法为参考,讨论 M-C 和 D-P 模型在基坑开挖各典型位置处土体单元的应力和应变路径。

4.1 开挖过程中土体应力和应变路径

根据土体受力特征可将基坑周围土体划分为 3 个典型区域^[25],如图 9 中 I,II,III 区所示。图 10 中给出

了各典型区域内的土体应力路径,其中 K_0 线和 K_f 线分别为土体初始应力线和破坏包线。基坑侧壁 I 区土体的水平应力随开挖而不断释放,处于侧向卸荷状态,表现为偏应力增大和球应力减小,如图 10 中应力路径 AB 所示;基坑底部 II 区土体随着开挖过程中上覆压力的逐渐减小,处于轴向卸荷状态,表现为偏应力和球应力减小,如图 10 中应力路径 AC 所示;连续墙外侧基坑底部以下 III 区土体水平和竖直向应力均随着基坑的开挖而变化,其受力状态较前两者复杂,常介于 AB 和 AC 之间。因此,为系统反映开挖过程中土体的应力路径变化过程,在基坑开挖面内选取具有代表性的 6 个点作为观测点,具体分布如图 9 所示。

图 11 所示为离散单元法和有限差分法 M-C 及 D-P 模型在基坑开挖过程中各测点的应力路径,其中左上侧矩形区域为 M-C 和 D-P 模型的应力路径在开挖终点处的局部放大图。

测点 1 位于 I 区,随着开挖侧向卸荷,各应力路径线均由 K_0 线向左上方逐渐逼近并最终到达 K_f 线,与理论线 AB 相符;测点 4~6 位于 II 区,随着开挖轴向卸荷,各应力路径均由 K_0 线附近向左下方逼近并趋于球应力和偏应力状态较小的点,与理论线 AC 相符;测点 2 和 3 位于 III 区,各应力路径线均由起点逐渐逼近 K_f 线,主要反映了土体的侧向卸荷作用。此外,以上分析表明连续墙附近土体区域为基坑开挖危险区域,基坑内部土

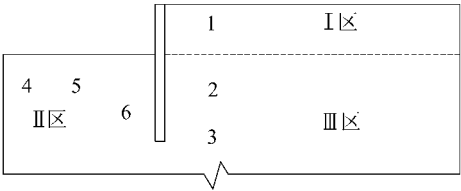


图 9 基坑周围土体典型区域划分及应力路径测点分布

Fig. 9 Division of typical regions around foundation pit and arrangement of points for stress path measurement

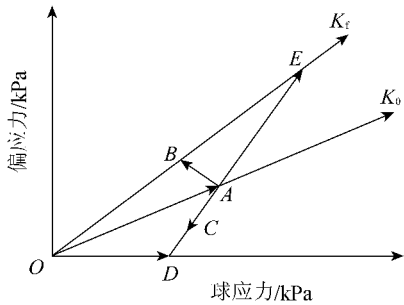


图 10 基坑开挖典型应力路径^[25]

Fig. 10 Typical stress path of pit excavation^[25]

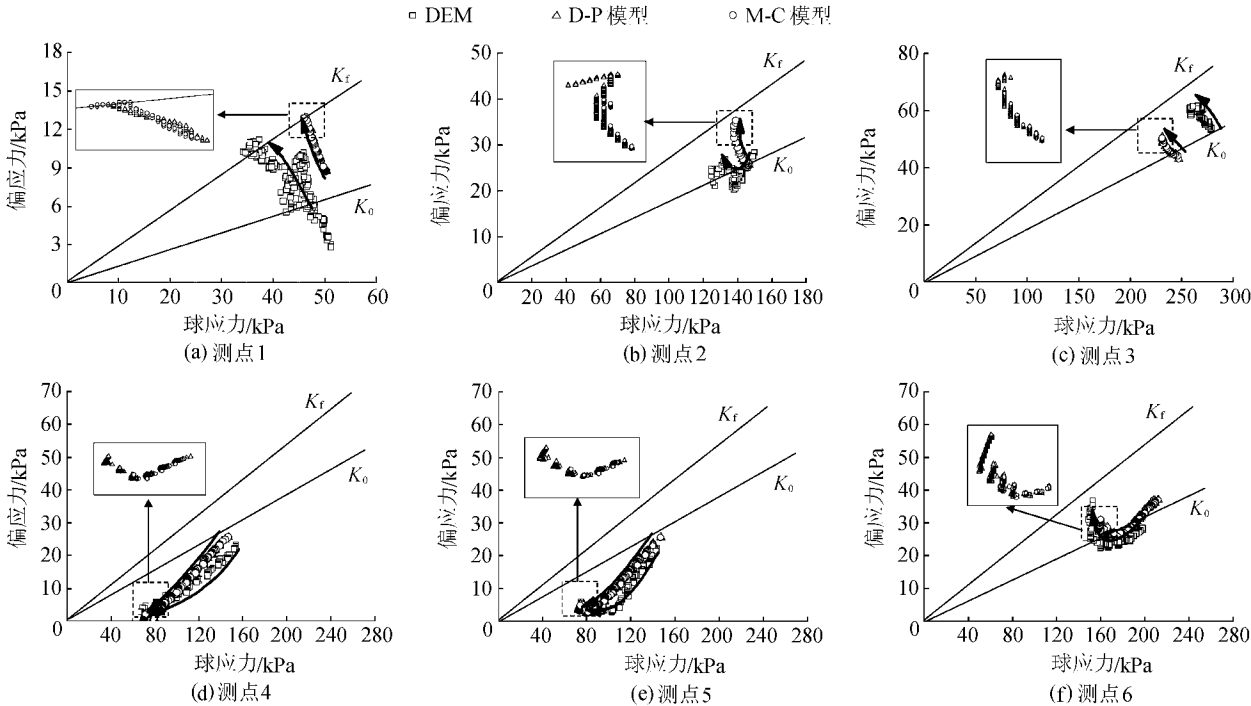


图 11 3 种方法所得各测点的应力路径

Fig. 11 Stress path of designated points using three methods

体相对较为安全。在墙后,土体单元自深处到浅层逐渐偏于危险,各计算方法下测点 1 处的应力路径线均已达到强度包线而发生破坏;在墙内,各计算方法下测点 6 处的应力路径线均基本接近强度包线;在基坑内部,各计算方法下测点 4 和 5 处的应力路径线均离强度包线较远。

M-C 及 D-P 模型的应力路径线在数值和规律上较为一致,与离散单元法存在一些差异,主要表现为:2 种本构模型在测点 1 和测点 3 处的应力路径起点高于离散单元法,但应力路径发展规律一致;2 种本构模

型在测点2 处无初始轴向卸荷阶段 ,主要表现为侧向卸荷。

有限差分法的应力路径起点 ,即开挖前地基初始应力 ,同离散元的计算结果存在一些差别 ,主要原因如下 (a)离散元模型中土体颗粒受力受土颗粒排列和分布的影响 ,因而在同一深度下不同位置土体的应力状态稍有波动 ,而有限差分法在同一深度下各点的初始应力状态相同 (b)离散元地基的固结系数自上而下呈略微减小的趋势 ,而有限差分法所表征的是整个地基范围内的平均固结系数 ,其在浅层土体处的固结系数值略小于离散单元法 ,深层土体处固结系数略大于离散元 ,因而地表浅层区域的测点 1 和较深层区域的测点 3 处 M-C 和 D-P 模型的应力路径起点同离散元相差较大 ,但这些微小区别不影响本文主要结论。

图 12 所示为基坑开挖过程中各测点的应变路径 ,其中体积应变正值代表体积收缩、负值代表体积膨胀 ;横坐标表示应变第二不变量 J_2 。M-C 和 D-P 模型所描述各测点处的土体应变路径均与离散元存在一些差异 ,在测点 1 和测点 2 处相差最大。结合图 9 的分析可知 ,与各测点应变路径的差异相比 2 种模型对各测点应力路径的描述与离散元相差较小 ,基本能反映各测点应力路径的发展。因而 M-C 和 D-P 模型在松散砂土地基的浅层开挖模拟中基本能反映各区域内土体的复杂应力发展 ,但难以表征不同区域内土体的变形发展 ,尤其是测点 1 和测点 2 所表征的连续墙后浅层土体区域。

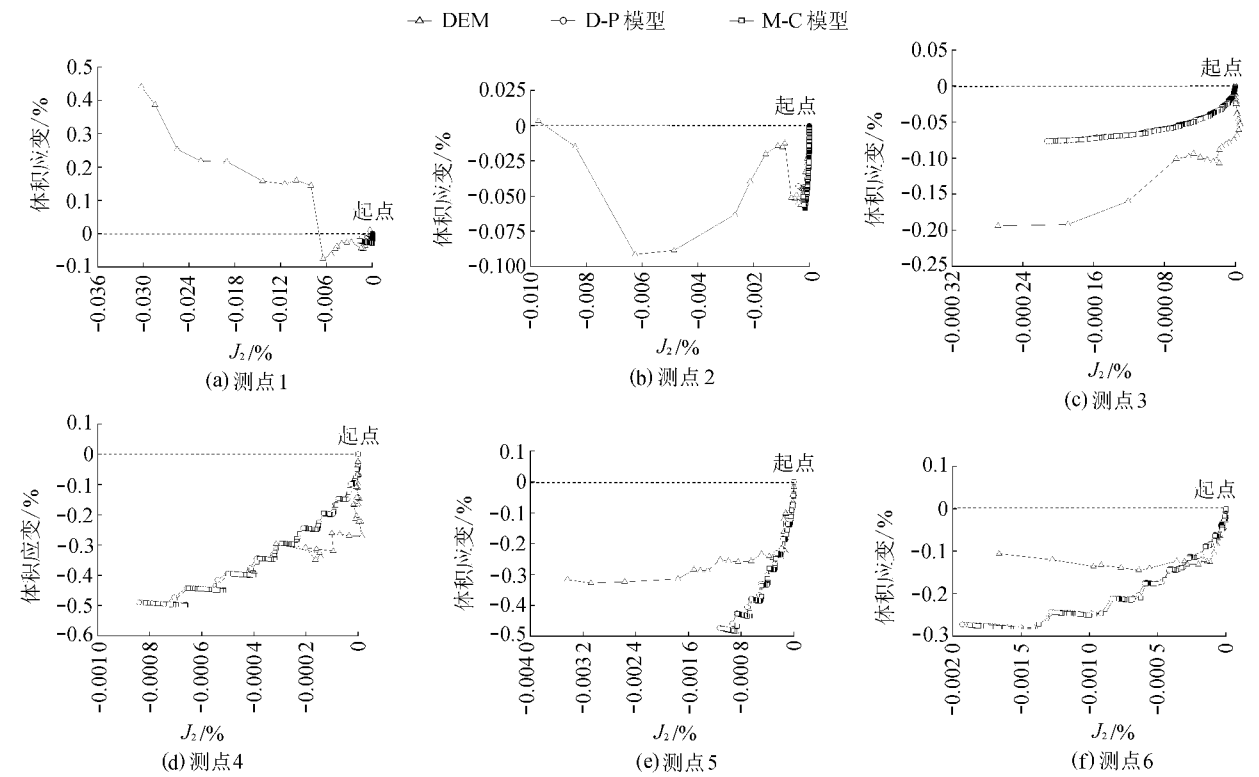


图 12 3 种方法所得各测点的应变路径

Fig. 12 Strain path of designated points using three methods

4.2 基坑开挖面塑性区分布

为进一步讨论 M-C 和 D-P 模型在整个基坑开挖区域内的变形性状 ,给出开挖深度为 5 m 时的塑性区域分布(图 13),可以看出两者均表现出如下规律 :达到塑性状态的单元体主要集中在连续墙前后三角形区域内 ,其他部位单元体并未发生屈服 ,仍处于弹性状态 ,由此进一步表明图 11 中测点 1、2、6 为基坑开挖的危险点 ,其所表征的连续墙后浅层和连续墙内侧土体区域为基坑开挖的危险区域。

结合图 11 和图 12 的分析可知 ,M-C 和 D-P 模型对基坑开挖中土体受力变形特性的描述差异不明显 ,主要原因如下 (a)M-C 和 D-P 模型的差异主要体现在屈服之后 ,而在连续墙附近三角形区域以外的土体仍处于弹性变形状态 ,2 种模型对弹性区域的变形模拟结果基本相同 (b)D-P 和 M-C 模型间仅存在屈服准则的差异。张鲁渝等^[26]通过研究表明 ,在平面应变条件下 D-P 和 M-C 屈服准则存在精确的匹配关系 ,本文的数值模拟结果进一步表明 M-C 和 D-P 模型在松散砂土地基浅层基坑开挖的应用中 ,对土体体积应变特性的描述结果相差不大。

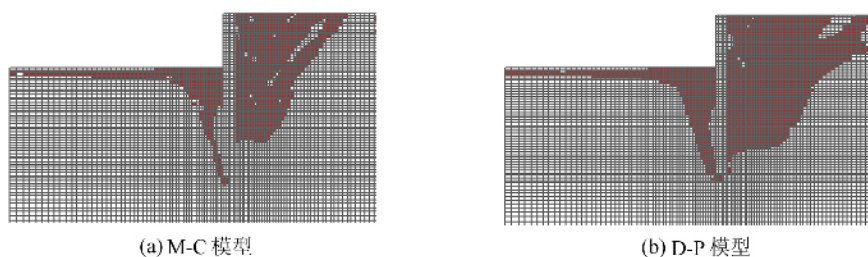


图13 塑性区分布

Fig. 13 Distribution of plastic zone

5 结 语

采用离散单元法和有限差分法模拟同一基坑模型的开挖过程,提出了基于离散元应力、应变路径分析结果的土体宏观本构模型比选思路,讨论了 M-C 和 D-P 模型在分析松散砂土地基开挖问题中的适用性。主要结论如下:

a. M-C 和 D-P 模型能够较好地反映基坑开挖过程中土体的复杂应力发展过程,但难以描述土体的变形发展,尤其对易屈服的地下连续墙后土体区域。

b. M-C 和 D-P 模型在松散砂土地基浅层基坑开挖的应用中,受力变形的计算结果较为一致。

c. 在复杂应力路径边值问题中,离散元数值试验可以作为本构模型选择的一种分析参考。首先,基于实际工程土体的试验力学特性曲线,确定离散元土体微观参数,以及同离散元参数在力学特性上相匹配的土体本构模型参数,随后,采用离散单元法及相应本构模型的有限元或有限差分法对边值问题进行模拟分析,以离散单元法所描述的应力、应变路径为参考,探讨宏观本构模型的特点与适用性。

笔者认为,一种数值模拟方法难以完全代替实际基坑开挖,但是,不同模拟方法存在其各自的优势。基于连续介质力学的有限单元法和有限差分法更适用于实际基坑工程的开挖分析和设计,但其依赖于一种有效的本构模型。离散单元法由于计算效率的限制,难以应用于实际工程,但其可以作为一种可供选择的数值方法以反映复杂应力变形路径。因而在仅有较少实测资料的前提下,离散元可作为一种分析参考。为全面衡量一种本构模型的适用性,应结合实测基坑开挖变形资料做进一步的比较论证。

参考文献:

- [1] 李平,杨挺,王义,等. 基坑工程隆起变形研究综述[J]. 河海大学学报:自然科学版, 2010, 38(2): 196-201. (LI Ping, YANG Ting, WANG Yi, et al. Summary of heave deformation of foundation pit engineering[J]. Journal of Hohai University: Natural Sciences, 2010, 38(2): 196-201. (in Chinese))
- [2] 汪志强,艾亿谋,卢红标. 某深基坑开挖对周边环境的影响[J]. 河海大学学报:自然科学版, 2011, 39(2): 161-164. (WANG Zhiqiang, AI Yimou, LU Hongbiao. Influences of excavation of deep foundation pit on surrounding environment[J]. Journal of Hohai University: Natural Sciences, 2011, 39(2): 161-164. (in Chinese))
- [3] 宋二祥,娄鹏,陆新征,等. 某特深基坑支护的非线性三维有限元分析[J]. 岩土力学, 2004, 25(4): 538-543. (SONG Erxiang, LOU Peng, LU Xinzheng, et al. Nonlinear 3D finite element analysis of an extremely deep excavation support system[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(4): 538-543. (in Chinese))
- [4] HASHASH Y M A, FU Q W, BUTKOUICH J. Generalized strain probing of constitutive models[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2004, 28: 1503-1519.
- [5] GRANDE L. Some aspects on sheet pile wall analysis, soil-structure interaction[C]//KATAENBACH R, ARSLAN U. Proceedings from Cost C7's International Conference on Soil Structure Interaction in Urban Civil Engineering, Darmstadt Geotechnics. Darmstadt: Darmstadt University of Technology, 1998: 193-211.
- [6] POTTS D M, ZDRAVKOVIC L. Finite element analysis in geotechnical engineering: application[M]. London: Thomas Telford, 2001.
- [7] 徐中华,王卫东. 敏感环境下基坑数值分析中土体本构模型的选择[J]. 岩土力学, 2010, 31(1): 258-264. (XU Zhonghua, WANG Weidong. Selection of soil constitutive models for numerical analysis of deep excavations in close proximity to sensitive properties[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(1): 258-264. (in Chinese))
- [8] 沈珠江. 理论土力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2000.

- [9] YAO Yangping , SUN Dean , MATSUOKA H. A unified constitutive model for both clay and sand with hardening parameter independent on stress path[J]. Computers and Geotechnics , 2008 , 35 : 210-222.
- [10] 路德春, 罗汀, 姚仰平. 砂土应力路径本构模型的试验验证[J]. 岩土力学, 2005 , 26(5) : 717-722. (LU Dechun , LUO Ting , YAO Yangping. Test validating of constitutive model of sand considering complex stress path[J]. Rock and Soil Mechanics , 2005 , 26(5) : 717-722. (in Chinese))
- [11] 路德春, 姚仰平. 砂土的应力路径本构模型[J]. 力学学报, 2005 , 37(4) : 451-458. (LU Dechun , YAO Yangping. Constitutive model of sand considering complex stress path[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics , 2005 , 37(4) : 451-458. (in Chinese))
- [12] 王靖涛, 杨毅, 张曦映. 考虑应力路径的砂土神经网络本构关系模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2002 , 21(10) : 1487-1489. (WANG Jingtao , YANG Yi , ZHANG Xiyang. Neural network constitutive model of sandsoil in consideration of stress path[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering , 2002 , 21(10) : 1487-1489. (in Chinese))
- [13] 黄茂松, 孙海忠, 钱建固. 粗粒土的非共轴性及其离散元数值模拟[J]. 水利学报, 2010 , 41(2) : 173-181. (HUANG Maosong , SUN Haizhong , Qian Jiangu. Non-coaxial behavior of coarse granular aggregates simulated by DEM[J]. Journal of Hydraulic Engineering , 2010 , 41(2) : 173-181. (in Chinese))
- [14] 彭述权. 砂土挡墙破坏机理宏观细观研究[D]. 上海: 同济大学, 2007.
- [15] 李秀梅, 蒋明镜. 2 种位移模式下挡土墙主动土压力的离散元模拟[J]. 地下空间与工程学报, 2010 , 6(1) : 60-64. (LI Xiumei , JIANG Mingjing. DEM Analyses of Active Earth Pressure against Retaining Wall with Two Displacement Models[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering , 2010 , 6(1) : 60-64. (in Chinese))
- [16] 蒋明镜, 肖俞, 陈双林, 等. 砂土中单桩竖向抗压承载机制的离散元分析[J]. 岩土力学, 2010 , 33(增刊 2) : 366-372. (JIANG Mingjing , XIAO Yu , Chen Shuanglin , et al. Discrete element analysis of bearing mechanism of single pile in sand under vertical load [J]. Rock and Soil Mechanics , 2010 , 33(Sup2) : 366-372. (in Chinese))
- [17] 蒋明镜, 王富周, 朱合华. 考虑尾隙的盾构隧道土压力离散元数值分析[J]. 地下空间与工程学报, 2010 , 6(1) : 28-32. (JIANG Mingjing , WANG Fuzhou , ZHU Hehua. Numerical simulation on earth pressure for shield tunnels incorporating tail gaps by DEM[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering , 2010 , 6(1) : 28-32. (in Chinese))
- [18] 贾敏才, 王磊, 周健. 基坑开挖变形的颗粒流数值模拟[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2009 , 37(5) : 612-617. (JIA Mincai , WANG Lei , ZHOU Jian. Simulation of soil deformation due to pit excavation with particle flow code[J]. Journal of Tongji University : Natural Science , 2009 , 37(5) : 612-617. (in Chinese))
- [19] 罗勇. 土工问题的颗粒流数值模拟及应用研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2007.
- [20] THORNTON C. Numerical simulations of deviatoric shear deformation of granular media[J]. Geotechnique , 2000 , 50(1) : 43-53.
- [21] 朱方园, 蒋明镜, 郑敏, 等. 基坑开挖数值模拟方法的对比分析[C]//涂永强. 第十一届全国土力学及岩土工程学术会议论文集. 兰州: 兰州大学学报编辑部, 2011 : 231-236.
- [22] 朱俊高, 殷宗泽. 土体本构模型参数的优化确定[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 1996 , 24(2) : 68-73. (ZHU Jungao , YIN Zongze. Determining constitutive model parameters of soil with optimization[J]. Journal of Hohai University : Natural Science , 1996 , 24(2) : 68-73. (in Chinese))
- [23] 李广信. 高等土力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [24] JIANG Mingjing , KONRAD J M , LEROUEIL S. An efficient technique for generating homogeneous specimens for DEM studies[J]. Computers and Geotechnics , 2003 , 30(7) : 579-597.
- [25] 刘熙媛, 闫澍旺, 奚远明, 等. 模拟基坑开挖过程的试验研究[J]. 岩土力学, 2005 , 26(1) : 97-104. (LIU Xiyuan , YAN Shuwang , DOU Yuanming , et al. Experimental studies of simulated excavation process[J]. Rock and Soil Mechanics , 2005 , 26(1) : 97-104. (in Chinese))
- [26] 张鲁渝, 时卫民, 郑颖人. 平面应变条件下土坡稳定有限元分析[J]. 岩土工程学报, 2002 , 24(7) : 487-490. (ZHANG Luyu , SHI Weimin , ZHENG Yingren. The slope stability analysis by FEM under the plane strain condition[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering , 2002 , 24(7) : 487-490. (in Chinese))