

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2013.01.008

岩石单裂隙渗流-传热模型及其参数敏感性分析

董海洲^{1,2}, 罗日洪², 张 令²

(1. 河海大学地球科学与工程学院, 江苏 南京 210098; 2. 河海大学岩土工程研究所, 江苏 南京 210098)

摘要: 针对岩石单裂隙渗流-传热问题,在传热几何简化模型的基础上,借鉴非稳态平面热源法建立岩石单裂隙在瞬态下的传热数学模型,由此计算任意时刻裂隙岩石的温度分布。同时,对裂隙岩石的传热影响因素进行研究。结果表明:渗透作用下岩石温度场受裂隙水流速度、隙宽、水流与岩石初始温度差等综合作用的影响。在一定范围内对这3个参数进行敏感性分析,得出岩石温度场对裂隙水流速度、水流与岩石初始温度差的敏感度较大,而对隙宽敏感度较小的结论。

关键词: 单裂隙;渗流;传热模型;敏感性

中图分类号: TU452 文献标志码: A 文章编号: 1000-1980(2013)01-0042-06

Seepage and heat transfer model of a single fracture of rock and relevant parameter sensitivity analysis

DONG Haizhou^{1,2}, LUO Rihong², ZHANG Ling²

(1. College of Earth Sciences and Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;
2. Geotechnical Research Institute of Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: To study the seepage and heat transfer in a single fracture of rock, a simplified geometrical model of heat transfer in a single fracture was proposed. Based on the plane heat source method, a transient heat transfer mathematical model for a single fracture of rock was established to calculate the temperature distribution at any time. Furthermore, several factors influencing the heat transfer were studied. The study results show that the bedrock temperature field affected by seepage results from the joint effects of the velocity of fracture water, the gap width, and the initial temperature difference between rock and fracture water. Sensitivity analysis of these three parameters shows that the bedrock temperature field is more sensitive to the velocity of fracture water and the initial temperature difference between rock and fracture water, but less sensitive to the gap width.

Key words: single fracture; seepage; heat transfer model; sensitivity

裂隙岩石渗流-传热问题常包含瞬态、非均质等复杂过程,很难得到其解析解,一般采用数值计算方法来进行模拟^[1]。但在特定情况下,可以通过简化模型得到半解析解或解析解。简化模型的特点是概念简单明了,方便用于分析裂隙渗流-传热的基本特征以及一些影响参数的敏感性。

鉴于裂隙岩石渗流的复杂性,一般将其简化为单裂隙平板模型进行研究。例如 Lauwerier 等^[2-4]分别提出了不同的简化概念模型和解析解;柴军瑞等^[5-6]分别对单裂隙非稳定流进行了分析,并进行岩石一维渗流场与温度场的耦合分析,得出模型的近似解析解;张文捷等^[7]建立了改进的离散-连续介质岩石渗流耦合模型,提出反映水头间断程度的连续系数概念;孙粤琳等^[8]研究了瞬态温度场作用下岩体表面裂缝的扩展,表明温度场对岩体裂缝的扩展有很大的影响。

热源法可用于岩石中单裂隙渗流-传热机制的研究。笔者借鉴非稳态平面热源法中的传热数学模型^[9],建立岩石单裂隙在瞬态下的传热数学模型,得到裂隙岩石过余温度的瞬态解析解。在此基础上,分析岩石单裂隙传热的一般规律,以及模型中几个主要参数(裂隙水流速度、隙宽、水流与岩石初始温度差)的敏感性,

得到这 3 个参数对岩石温度场的影响程度。

1 几何模型的建立及求解

几何模型的假定:(a)岩体本身的渗透性忽略不计,地下渗透水流只在岩石裂隙中流动;(b)裂隙内水流为稳定层流,具有常物性、无内热源、不可压缩性,水流温度稳定;(c)岩体内存在单一裂隙,裂隙为平行状窄缝,且无限延伸,裂隙长度远大于隙宽;(d)岩体中的热量传输只考虑热传导,忽略对流换热、热辐射的影响;(e)裂隙无填充。

1.1 几何模型的建立

取微小单裂隙岩体几何模型,单裂隙两边岩体无限大,在无穷远处岩石温度的 x 方向无限延伸。无穷远处原始地层温度为 T_{s0} ,岩石即时温度为 T_s 。由于单裂隙隙宽很小,近似取单裂隙的隔水边界为 $y=0$ 。如图 1 所示,在 y 方向进行半无限大瞬态导热问题的求解,假设在某一水头差的作用下,单裂隙内的流速是不变的,相应的导热方程、初始条件和边界条件分别为

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = \frac{1}{a_s} \frac{\partial \theta}{\partial t} & (0 < y < +\infty) \\ \theta = 0 & (t = 0) \\ -\lambda_s \frac{\partial \theta}{\partial y} = f(t) & (y = 0) \\ \theta \rightarrow 0 & (y \rightarrow \pm \infty) \\ \theta = \theta(y, t) = T_s - T_{s0} \end{cases} \quad (1)$$

式中: θ ——过余温度, $\theta>0$ 对应于岩石受裂隙高温渗透,水流对其产生的温升, $\theta<0$ 对应于地热作用下岩石致使裂隙渗透水流温度升高,而岩石本身产生的温降, $^{\circ}\text{C}$; t ——时间, s ; y ——岩石内部到隔水边界距离, m ; a_s ——热扩散率, m^2/s ; λ_s ——导热系数, $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$; $f(t)$ ——边界上施加的热流密度, W/m^2 。

1.2 几何模型求解

对定解问题(1)中的方程关于 t 作 Laplace 变换加以求解,最终可得 Laplace 空间温度变换的解析解:

$$\vartheta(y, S) = \frac{\sqrt{a_s}}{\lambda_s} \frac{\varphi(S)}{\sqrt{S}} \exp\left(-\frac{y}{\sqrt{a_s}} \sqrt{S}\right) \quad (2)$$

式中: S ——Laplace 变量; ϑ —— θ 的 Laplace 变换; φ ——热流密度 $f(t)$ 的 Laplace 变换。

经过 Laplace 逆变换,对于 $f(t)=q$ (常数)可得

$$\theta(y, t) = \frac{q}{\lambda_s} \sqrt{a_s} \left[2\sqrt{\frac{t}{\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{4a_s t}\right) - \frac{y}{\sqrt{a_s}} \operatorname{erfc}\left(\frac{y}{\sqrt{4a_s t}}\right) \right] \quad (3)$$

式中 $\operatorname{erfc}(\ast)$ 为余误差函数。

1.3 热源密度的确定

岩石裂隙中地下水的流动属于受迫对流传热,对流换热量可以根据牛顿冷却定律来计算,则流体吸收的热量为

$$Q = hA(T_{s0} - T_w) \quad (4)$$

式中: T_w ——流体的温度($T_s>T_w$); A ——物体的表面积。则由式(4)可得边界热流密度为

$$q = \frac{Q}{A} = h(T_{s0} - T_w)$$

式中 h 为岩石与水的热交换系数。

当裂隙水流为层流,则有^[10]

$$Nu = 1.42 \times 10^{-4} (RePr)^{1.12} \quad h = Nu \frac{L}{\lambda_w} \quad (5)$$

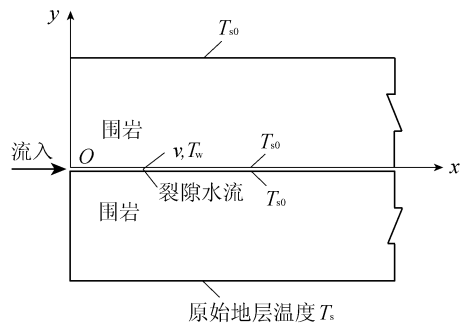


图 1 单裂隙热流模型示意图
Fig. 1 Sketch map of single fracture heat flow model

其中
$$Re = \frac{v\rho_w L}{\mu} \quad Pr = \frac{C_w \mu}{\lambda_w}$$
式中: Nu ——努塞尔数; Re ——雷诺数; Pr ——普朗特数; L ——特征长度, m; λ_w ——水的导热系数, W/(m·℃); C_w ——水的比热容, J/(kg·℃); ρ_w ——水的密度, kg/m³; v ——水流流速, m/s; μ ——水的动力黏滞系数, Pa·s。

综上可得

$$q = 1.42 \times 10^{-4} \frac{C_w^{1.12} \rho_w^{1.12} v^{1.12} L^{0.12} (T_{s0} - T_w)}{\lambda_w^{0.12}}$$

将其代入式(3), 可得裂隙岩石的过余温度模型的解析解:

$$\theta(y, t) = 1.42 \times 10^{-4} \frac{C_w^{1.12} \rho_w^{1.12} v^{1.12} L^{0.12} (T_{s0} - T_w)}{\lambda_w^{0.12} \lambda_s} \sqrt{a_s} \left[2 \sqrt{\frac{t}{\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{4a_s t}\right) - \frac{y}{\sqrt{a_s}} \operatorname{erfc}\left(\frac{y}{\sqrt{4a_s t}}\right) \right] \quad (6)$$

2 岩石单裂隙传热影响因素分析

地下水在岩石裂隙运动时, 忽略温度对渗流的影响, 所以假定 $C_w, \rho_w, \lambda_w, \lambda_s, a_s$ 都为常物性参数, 以花岗岩为例, 取其工程常用的参数^[11]: $C_w = 4\,200\text{ J/(kg} \cdot \text{℃)}$, $\rho_w = 1\,000\text{ kg/m}^3$, $\lambda_w = 0.6\text{ W/(m} \cdot \text{℃)}$, $\lambda_s = 2.391\text{ W/(m} \cdot \text{℃)}$, $a_s = 1.384 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$ 。由式(4)可知, 过余温度 $\theta(y, t)$ 与裂隙水流速度 v 、隙宽 b 、水流与岩石初始温度差 $\Delta T(T_{s0} - T_w)$ 以及 y 和 t 有关。

下面进行不同工况下单裂隙传热数学模型计算, 从而分析单裂隙传热影响因素的变化规律。计算中取特征长度为 b , 裂隙水流速度为 $v_1 = 5 \times 10^{-5}\text{ m/s}$, $v_2 = 4 \times 10^{-4}\text{ m/s}$, $v_3 = 10^{-3}\text{ m/s}$; 隙宽分别为 $b_1 = 5 \times 10^{-6}\text{ m}$, $b_2 = 1.8 \times 10^{-5}\text{ m}$, $b_3 = 5 \times 10^{-5}\text{ m}$; 岩石初始温度分别为 $T_{s1} = 25\text{ ℃}$, $T_{s2} = 30\text{ ℃}$, $T_{s3} = 35\text{ ℃}$, 地下水初始温度为 $T_w = 20\text{ ℃}$ 。

2.1 过余温度随 t 和 y 的变化规律

距离隔水边界越近, 温度场变化越剧烈。图2(a)为沿 y 方向一簇不同 y 值下, θ 与 t 的关系曲线。各条曲线的变化速率开始时比较快, 然后变缓, 最后趋于零。图2(b)为沿 t 方向一簇不同 t 值下, θ 与 y 的关系曲线。曲线从上到下, 其斜率是逐渐变小的。对于图2, 就物理原因而言是因为随着 y 的增加, 岩石与裂隙间热量传递的距离越长, 岩石内的过余温度变化越慢。

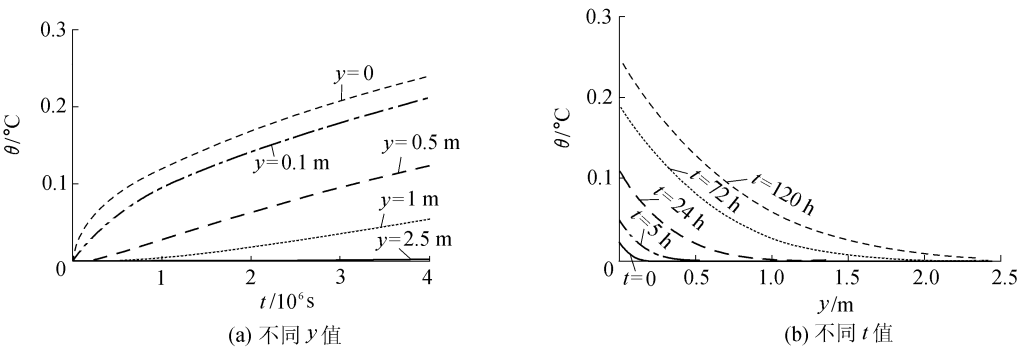


图2 θ 与 y 的关系曲线
Fig. 2 Relationship between θ and y

2.2 不同渗透流速下岩石内的过余温度

在工况 $b_2 = 1.8 \times 10^{-5}\text{ m}$, $T_{s2} = 25\text{ ℃}$, $T_w = 20\text{ ℃}$ 下, 不同裂隙水流速度所对应的岩石过余温度如图3(a)所示。由图3(a)可以看出, 岩石的过余温度和影响范围随着时间的增长而逐渐变大, 其趋势为在开始时随着 y 迅速变化, 然后趋缓, 最后趋于0, 这与图2(a)所示互为验证。裂隙内水流渗透速度的变化, 会影响温度场的分布。随着裂隙内水流渗透速度的加快, 热交换的速度随之加快, 缩短了到达热平衡的时间。渗透速度增大, 导致热质迁移随之增大, 在与岩石进行热交换达到平衡状态时, 裂隙内部温度场的变化越剧烈。

2.3 不同隙宽下岩石内的过剩温度

在工况 $T_s=25\text{ }^{\circ}\text{C}$, $T_w=20\text{ }^{\circ}\text{C}$, $v_2=0.0004\text{ m/s}$ 下,不同隙宽对应的岩石过剩温度如图 3(b) 所示。由图 3(b) 可以看到, b 越小, 热质迁移的能力也越小, 对岩石温度场的改变也越小。 b 的改变对岩石温度场的影响较小。

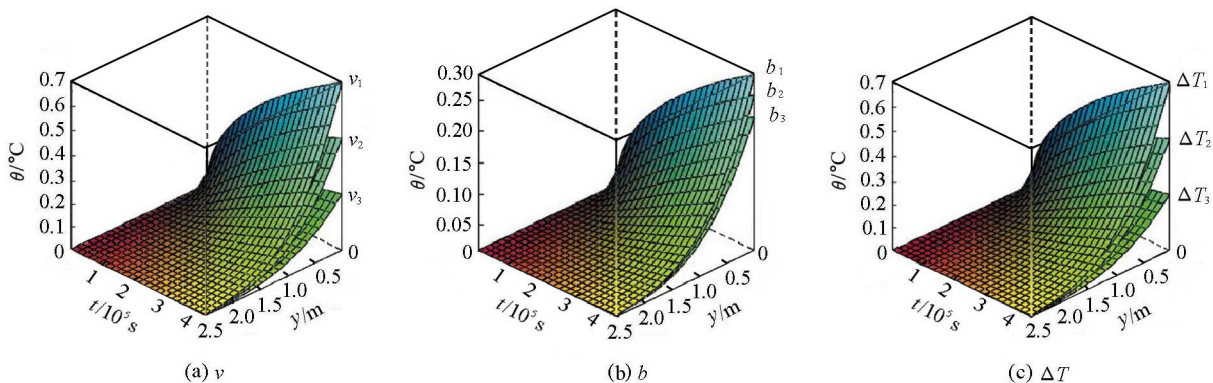


图 3 不同 v, b 和 ΔT 下岩石内过剩温度的变化

Fig. 3 Change of excess temperature of rock at different v, b , and ΔT

2.4 不同水流与岩石初始温度差下岩石内的过剩温度

在工况 $v_3=0.0010\text{ m/s}$, $b=1.8\times10^{-5}\text{ m}$ 下,不同水流与岩石初始温度差所对应的岩石过剩温度如图 3(c) 所示。岩石和裂隙水之间的相对温度越高, 则其温度梯度的变化率越大, 热量交换的速率也越快, 岩石内温度场变化也越剧烈。

3 参数敏感性分析

由本文分析可知, 参数 $v, \Delta T$ 和 b 对岩石的温度场都有影响, 但其影响程度需进行敏感性分析。

3.1 分析方法

设一系统, 其系统特性 P 主要由 n 个因素 $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ 决定, $P=f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ 。在某一基准 $\alpha^* = \{\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_n^*\}$ 下, 系统特性为 P^* [12]。分别令各因素在其可能的范围内变动, 分析由于这些因素的变动系统特性, P 偏离基准状态 P^* 的趋势和程度, 这种分析方法称为敏感性分析。

首先, 需要进行无量纲化处理。为此定义无量纲形式的敏感度函数和敏感度因子, 即将系统特性 P 的相对误差 $\delta_p = |\Delta P|/P$ 与参数 α_k 的相对误差 $\delta_{\alpha_k} = |\Delta \alpha_k|/\alpha_k$ 的比值定义为参数 α_k 的敏感度函数 $S_k(\alpha_k)$:

$$S_k(\alpha_k) = \frac{\frac{|\Delta P|}{P}}{\frac{|\Delta \alpha_k|}{\alpha_k}} = \left| \frac{\Delta P}{\Delta \alpha_k} \right| \frac{\alpha_k}{P} \quad (7)$$

在 $\frac{|\alpha_k|}{\alpha_k}$ 较小的情况下, $S_k(\alpha_k)$ 可近似表示为

$$S_k(\alpha_k) = \left| \frac{d\varphi_k(\alpha_k)}{d\alpha_k} \right| \frac{\alpha_k}{P} \quad (k=1, 2, \dots, n)$$

可绘出 α_k 的敏感函数曲线 $S_k \sim \alpha_k$ 。取 $\alpha_k = \alpha_k^*$, 即可得到参数 α_k 的敏感度因子 S_k^* :

$$S_k^* = S_k(\alpha_k^*) = \left| \left(\frac{d\varphi_k(\alpha_k)}{d\alpha_k} \right)_{\alpha_k = \alpha_k^*} \right| \frac{\alpha_k^*}{P} \quad (8)$$

$S_k^* (k=1, 2, \dots, n)$ 是一组无量纲非负数。 S_k^* 值越大, 表明在基准状态下, P 对 α_k 越敏感。通过对 S_k^* 的比较, 就可以对比评价系统特性对各因素的敏感性。

3.2 分析结果

系统特性即为裂隙岩石的过剩温度 θ , 进行敏感性分析的参数为 $v, b, \Delta T$ 。根据传热模型, 给出基准参数

集: $t^*=120\text{ h}$; $y^*=0.5\text{ m}$; $v^*=0.0004\text{ m/s}$; $b^*=1.8\times10^{-5}\text{ m}$; $\Delta T^*=5\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。这里的基准参数集只是为了探讨参数的一般性规律,在实际工程及试验中可以有所不同。基准参数和本文传热模型的参数所选范围一致, $v=0.00005\sim0.00100\text{ m/s}$, $b=5\times10^{-6}\sim5\times10^{-5}\text{ m}$, $\Delta T=5\sim15\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。分别逐次取定 $v, b, \Delta T$ 的值,计算出裂隙岩石的 θ ,用曲线拟合方法建立 θ 与 v, θ 与 b 及 θ 与 ΔT 的函数关系 $\theta=\varphi_v, \theta=\varphi_b$ 和 $\theta=\varphi_{\Delta T}$,分别为

$$\theta=\varphi_v=373.77v-0.01334$$
$$\theta=\varphi_b=-2\times10^7b^2+1550.6b+0.1076\quad\theta=\varphi_{\Delta T}=0.0263\Delta T$$

由式(8),得敏感度函数 S_v, S_b 和 $S_{\Delta T}$ 分别为

$$\begin{cases} S_v=\frac{373.77v}{373.77v-0.01334} \\ S_b=\frac{-4\times10^7b^2+1550.6b}{-2\times10^7b^2+1550.6b+0.1076} \\ S_{\Delta T}=0.0263\frac{\Delta T}{\theta}=1 \end{cases}\quad(9)$$

相应的敏感度曲线见图4~6。

从图4~6可以看出,在给定的参数范围之内,参数 v 值较低时,对应的敏感度较高。随着 v 变大,敏感度逐渐降低, b 的敏感度随 v 的增加而增加,参数 ΔT 的敏感度保持不变。将基准值 $v^*=0.0004\text{ m/s}$ 代入式(9) S_v , 即得 v 的敏感度因子 $S_{v^*}=1.098$; 同理得基准值下 b 和 ΔT 的敏感度因子 $S_{b^*}=0.216, S_{\Delta T^*}=1$ 。

由此,对于裂隙岩石的 θ ,即裂隙岩石的温度场而言,由分析结果可知 v 是最敏感参数,其敏感度高达1.098。也就是说,若 v 的计算值与实际值相差10%,则 θ 的相对误差 $\delta_{\theta}=10.98\%$ 。 b 敏感度较低,若误差为10%,引起 θ 的误差仅为2.16%。 ΔT 的敏感度为1,若误差为10%,引起 θ 的误差也为10%。因此,对于 v 和 ΔT ,计算值的选取应特别慎重。需要指出的是,该结论是针对特定基准参数集给出的,对于不同的基准参数集,也可得到相似的规律。

对敏感度因子进行排序,可以区分传热模型中的主要参数和次要参数,这样在工程应用或试验时就可以对方案进行优化。对本文的模型而言,在参数范围内由于 b 敏感度比较小,在测定其值时,不用要求过高的精度,从而节省费用。

4 结 语

通过建立岩石单裂隙传热数学模型,探讨了岩石单裂隙传热的一般规律,并对模型参数进行了敏感性分析,得到以下结论:(a)渗透作用下岩石温度场是裂隙水流速度、隙宽、水流与岩石初始温度差等综合作用的结果。(b)在给定的参数范围内,岩石的温度场对参数 v 和 ΔT 的敏感性要比对 b 的敏感性高。

本文建立的岩石单裂隙传热数学模型具有理论清晰、计算过程简单明了等特点,可以用于分析单裂隙岩石渗流-传热的基本特征和参数敏感性,但也存在一些局限需要深入研究:裂隙岩石假设为隔水边界;边界条件考虑简单,与实际情况存在差距;没有考虑温度对渗流的影响;敏感性分析未考虑参数之间的相互影响等。

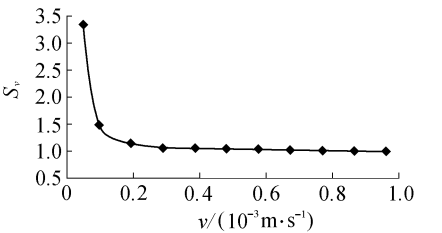


图4 $S_v\sim v$ 曲线

Fig. 4 $S_v\sim v$ curve

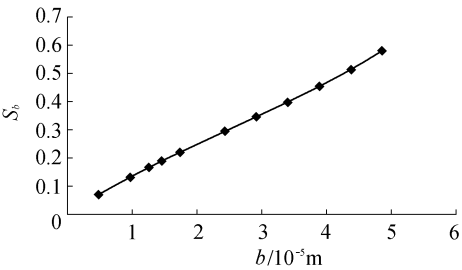


图5 $S_b\sim b$ 曲线

Fig. 5 $S_b\sim b$ curve

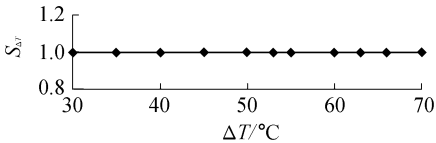


图6 $S_{\Delta T}\sim\Delta T$ 曲线

Fig. $S_{\Delta T}\sim\Delta T$ curve

参考文献:

[1] 项彦勇. 裂隙岩体中非饱和渗流与运移的概念模型及数值模拟[J]. 工程地质学报,2002,10(2):204-209. (XIANG Yanyong. Conceptual models and numerical modeling of unsaturated flow and transport in fractured rocks[J]. Journal of Engineering Geology,2002,10(2):204-209. (in Chinese))

[2] LAUWERIER H A. The transport of heat in an oil layer caused by the injection of hot fluid[J]. Appl Sci Res,1955,5:145-150.

[3] GRINGARTEN A C, WITHERSPOON P A, OHNISHI Y. Theory of heat extraction from fractured hot dry rock[J]. Journal of Geophysical Research,1975,80:1120-1124.

[4] SCHULZ R. Analytical model calculations for heat exchange in a confined aquifer[J]. Journal of Geophysics,1987,61:12-20.

[5] 柴军瑞, 仵彦卿. 单裂隙非稳定流分析[J]. 水利水运科学研究,2000(2):59-61. (CHAI Junrui, WU Yanqing. Analysis of unsteady flow through a single fissure[J]. Hydro-Science and Engineering,2000(2):59-61. (in Chinese))

[6] 柴军瑞, 韩群柱, 仵彦卿. 岩体一维渗流场与温度场耦合模型的解析演算[J]. 地下水,1999,21(4):180-182. (CHAI Junrui, HAN Qunzhu, WU Yanqing. Checking computations on on-dimensional coupling model coupling temperature-seepage in rock mass[J]. Groundwater,1999,21(4):180-182. (in Chinese))

[7] 张文捷, 程荣兰, 詹美礼, 等. 岩体渗流的一种改进数学模型[J]. 河海大学学报: 自然科学版,2010,38(1):52-57. (ZHANG Wenjie, CHENG Ronglan, ZHAN Meili, et al. Improved mathematical model for seepage in rock mass[J]. Journal of Hohai University: Natural Sciences,2010,38(1):52-57(in Chinese))

[8] 孙粤琳, 沈振中, 张国双, 等. 瞬态温度场作用的岩体裂缝扩展追踪[J]. 河海大学学报: 自然科学版,2009,37(1):80-85. (SUN Yuelin, SHEN Zhenzhong, ZHANG Guoshuang, et al. Trace of crack propagation of rock under action of transient temperature field[J]. Journal of Hohai University: Natural Sciences,2009,37(1):80-85(in Chinese))

[9] 于帆, 张欣欣, 何小瓦. 非稳态平面热源法同时测量材料的导热系数和热扩散率[J]. 宇航计测技术,2006,26(6):13-21. (YU Fan, ZHANG Xinxin, HE Xiaowa. Measurement of thermal conductivity and thermal diffusivity for materials on transient hot-plane method[J]. Journal of Astronautic Metrology and Measurement,2006,26(6):13-21. (in Chinese))

[10] 赵坚. 岩石裂隙中的水流-岩石热传导[J]. 岩石力学与工程学报,1999,18(2):119-123. (ZHAO Jian. Experimental study on flow-rock heat transfer in rock fractures[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,1999,18(2):119-123. (in Chinese))

[11] 林睦曾. 岩石热物理学及其工程应用[M]. 重庆: 重庆大学出版社,1991.

[12] 章光, 朱维申. 参数敏感性分析与试验方案优化[J]. 岩土力学,1993,14(1):51-58. (ZHANG Guang, ZHU Weishen. Parameter sensitivity analysis and optimizing for test programs [J]. Rock and Soil Mechanics,1993,14(1):51-58. (in Chinese))