

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2013.05.014

近岸悬沙质量浓度垂向分布公式

郑俊<sup>1,2</sup>,李瑞杰<sup>1,3</sup>,丰青<sup>3</sup>,陆莎莎<sup>1</sup>

(1. 河海大学海岸灾害及防护教育部重点实验室,江苏 南京 210098;  
2. 国家海洋局海域管理技术重点实验室,辽宁 大连 116023; 3. 河海大学环境海洋实验室,江苏 南京 210098)

**摘要:**为解决现有悬沙质量浓度分布公式积分难的问题,基于流速幂函数及摩阻流速推导出一个近岸流速垂向分布公式,并结合悬沙扩散方程推导出平衡状态下可有效避免 Rouse 公式在水表面为零的不合理性的悬沙质量浓度分布公式。近岸水文及泥沙实测资料验证分析结果表明:该流速、悬沙质量浓度分布公式具有较高的准确性;根据流速、悬沙质量浓度分布公式推导的悬沙输沙率公式可由初等函数表示,并能有效解决爱因斯坦方法积分难的问题。

**关键词:**流速垂向分布;悬沙质量浓度垂向分布;悬沙输沙率;含沙水流;近岸海域

**中图分类号:**TV149      **文献标志码:**A      **文章编号:**1000-1980(2013)05-0452-04

Formula of vertical distribution of nearshore suspended sediment concentration

ZHENG Jun<sup>1, 2</sup>, LI Ruijie<sup>1,3</sup>, FENG Qing<sup>3</sup>, LU Shasha<sup>1</sup>

(1. Key Laboratory of Coastal Disaster and Defence, Ministry of Education, Hohai University, Nanjing 210098, China;  
2. Key Laboratory of Sea-Field Management Techniques, State Oceanic Administration, Dalian 116023, China;  
3. Laboratory of Ocean Environment, Hohai University, Nanjing 210098, China)

**Abstract:** To overcome the difficulties in integration using existing formulas of vertical distribution of suspended sediment concentration, a velocity profile was obtained based on the power function of velocity and the friction velocity, and an equilibrium suspended sediment concentration profile was further deduced. These profiles agreed with field data, and the profile of suspended sediment concentration did not show the unreasonableness of the classical Rouse profile, such as a zero value at the water surface. Verification results of the nearshore hydrologic and sediment data show that the formulas of velocity and suspended sediment concentration had high accuracy. An elementary function for the transport rate of a suspended load was deduced from the formulas of velocity and suspended sediment concentration. It can effectively overcome the difficulty of integration with Einstein's method.

**Key words:** vertical velocity distribution; vertical distribution of suspended sediment concentration; suspended sediment transport rate; sediment-laden flow; near shore

悬沙质量浓度垂向分布对于悬沙输运研究具有重要意义。均匀、稳定流条件下的悬沙质量浓度垂向分布通常可通过求解悬沙扩散方程得到,其中悬沙垂向扩散系数为悬沙质量浓度垂向分布形式的重要决定因子。悬沙垂向扩散系数常被假定与水流动量交换系数一致,常用的形式有线性型、抛物线型和常数-抛物线联合型等<sup>[1]</sup>。常用的悬沙质量浓度垂向分布公式有 Rouse 公式、van Rijn 公式<sup>[1]</sup>等。现有的悬沙质量浓度垂向分布研究多数是对 Rouse 公式进行改进<sup>[2-3]</sup>,对泥沙扩散系数进行修正<sup>[4-5]</sup>以及从不平衡输沙、含沙水流紊动掺混长度等方面出发的研究<sup>[6-10]</sup>。

基于悬沙质量浓度垂向分布进行的悬沙输运研究需要对分布公式进行积分运算。但是,现有的悬沙质

量浓度垂向分布公式大多为分断函数,且不能通过积分运算得到以初等函数表示的公式,因此利用现有分布公式进行积分比较困难。为解决悬沙质量浓度垂向分布公式积分难的问题,笔者从流速垂向分布出发,结合相应的泥沙垂向扩散系数推导出形式简单且容易被进一步积分的悬沙质量浓度垂向分布公式。

1 流速垂向分布

流速垂向分布是悬沙质量浓度垂向分布的重要影响因素。流速垂向分布理论的研究从湍流边界层的普朗特-卡门定律开始一直被发展延续,在近岸海域中也取得了许多研究成果<sup>[11-12]</sup>。

Soulsby<sup>[12]</sup>结合实际海域提出的流速垂向分布公式形式简单且能满足工程要求,但其为经验公式、分段函数,不便于用其进行进一步的理论研究。

笔者结合悬沙输运领域相关理论推导一种流速垂向分布公式。流速垂向分布函数为

$$f\left(\frac{u}{u_*}, \ln \frac{h}{z}\right) = g(x_1, x_2, \cdots) \tag{1}$$

式中: $u$ ——流速; $u_*$ ——摩阻流速,见文献[13]; $h$ ——水深; $z$ ——垂向坐标; $g(x_1, x_2, \cdots)$ ——待定函数。

为得到结构形式简单的流速垂向分布公式,将式(1)确定为

$$\ln \frac{u}{u_*} = a \ln \frac{h}{z} + b \tag{2}$$

其中

$$u_* = \frac{\kappa \bar{u}}{\ln \frac{4h}{z_0} - \frac{8}{3}}$$

式中: $a, b$ ——系数; $\kappa$ ——卡门常数; $\bar{u}$ ——垂向平均流速; $z_0$ ——床面粗糙长度。

将式(2)沿水深积分得

$$\frac{\kappa e^b}{\ln \frac{4h}{z_0} - \frac{8}{3}} = 1 - a \tag{3}$$

结合近岸海洋实测数据对式(3)进行率定得  $a = -\frac{1}{6}, b = \frac{1}{6} \ln \kappa + \ln \left[ \kappa / \left( \ln \frac{4h}{z_0} - \frac{8}{3} \right) \right]$ ,代入式(2)得

$$u = \left( \frac{z}{\kappa h} \right)^{\frac{1}{6}} \bar{u} \tag{4}$$

式(4)与 Soulsby 公式的比较如图 1 所示。由图 1 看出,两者吻合较好,但式(4)为连续函数,且形式更加简单,便于被进一步研究和应用。

2 悬沙质量浓度垂向分布

在恒定、均匀流条件下,悬沙的沉降通量等于向上的紊动通量,悬沙质量浓度垂向分布由下式表示:

$$\omega_s C + \varepsilon_s \frac{dC}{dz} = 0 \tag{5}$$

其中

$$\varepsilon_s = fl(\omega_s + 2V_e) \quad f = \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad V_e = \frac{u_*}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\omega_s}{u_*} \right)^2 \right]$$

式中: $\omega_s$ ——泥沙沉降速度; $C$ ——悬沙质量浓度; $\varepsilon_s$ ——悬沙垂向扩散系数,见文献[4]; $f$ ——比例系数,见文献[11]; $l$ ——混合长度; $V_e$ ——有效泥沙负载速度。

根据掺混理论,混合长度可表示为

$$l = \frac{6}{u_*} (\kappa h)^{\frac{1}{6}} z^{\frac{5}{6}} \left(1 - \frac{z}{h}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{6}$$

将式(6)代入式(5)并将式(5)沿水深积分得悬沙质量浓度垂向分布为

$$C = C_a \exp \left[ A \left( z^{\frac{1}{6}} - z_a^{\frac{1}{6}} \right) \right] \tag{7}$$

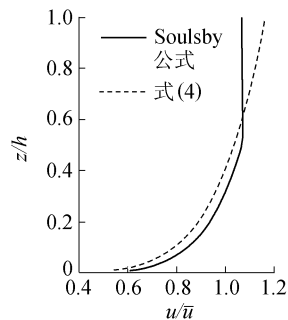


图 1 式(4)与 Soulsby 公式比较  
Fig. 1 Comparison of Eq. (4) and Soulsby formula

其中

$$A = \frac{-\bar{u}\omega_s}{u_* (\omega_s + 2V_e)(\kappa h)^{\frac{1}{6}}}$$

式中  $C_a$  为参考高度  $z_a$  处的悬沙质量浓度。

将式(7)与 Rouse 公式、van Rijn 公式<sup>[1]</sup>和 Power-law 公式<sup>[14]</sup>进行比较,如图 2 所示(悬浮数  $\omega_s/(\kappa u_*)$  取为 1,  $z_a$  取为 0.01 m)。式(7)与 van Rijn 公式较贴合,但在水表面处的悬沙质量浓度略大于 van Rijn 公式所得结果。

3 流速和悬沙质量浓度垂向分布公式验证

3.1 简便性

悬沙输沙率常用式(8)表示:

$$q_s = \int_{z_a}^h u C dz \tag{8}$$

为进一步检验本文所提的流速及悬沙质量浓度分布公式的简便性,将式(4)和式(7)代入式(8)得

$$q_s = B \left\{ \exp \left[ A \left( h^{\frac{1}{6}} - z_a^{\frac{1}{6}} \right) \right] \sum_{n=0}^6 \left[ \frac{(-1)^n}{n!} A^{n-7} h^{\frac{n}{6}} \right] - \sum_{n=0}^6 \left[ \frac{(-1)^n}{n!} A^{n-7} z_a^{\frac{n}{6}} \right] \right\} \tag{9}$$

其中

$$B = 4\,320 \bar{u} C_a (\kappa h)^{-\frac{1}{6}}$$

式(9)的输沙率公式由初等函数表示,有效解决了爱因斯坦方法积分困难的问题。

由式(7)可得  $C_a$  与任意深度  $z$  处悬沙质量浓度的关系:

$$C_a = C \exp \left[ A \left( z_a^{\frac{1}{6}} - z^{\frac{1}{6}} \right) \right] \tag{10}$$

因此,在已知  $z$  处的  $C$  时,便可结合式(9)(10)计算出相应条件下的输沙率,从而有效解决工程应用中由于资料缺损带来的不便问题。

3.2 准确性

为检验式(4)和式(7)的准确性,采用日照和舟山海域的实测水文及泥沙资料对两式进行验证分析。

图 3 为式(4)计算值与实测值的比较,可以看出两者吻合很好,相关系数达 0.967 5。图 4 为式(7)计算值与 Rouse 公式计算值及实测值的比较,可以看出式(7)的计算值与实测值吻合较好,特别是在靠近水表面附近明显比 Rouse 公式的计算结果更接近实测结果。

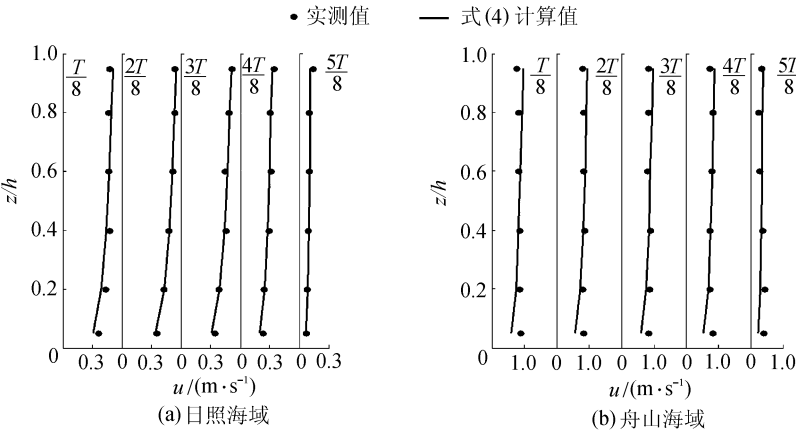


图 3 式(4)计算值与近岸海域实测值的比较( $T$ 为潮周期)

Fig. 3 Comparison of Eq. (4) and observed data from near shore ( $T$  is tidal cycle)

4 结 语

基于流速幂函数及摩阻流速推导得到形式简单、物理意义明确的流速垂向分布公式,结合恒定、均匀流条件下的悬沙运动方程求解得到了悬沙质量浓度垂向分布公式。该悬沙质量浓度垂向分布公式避免了

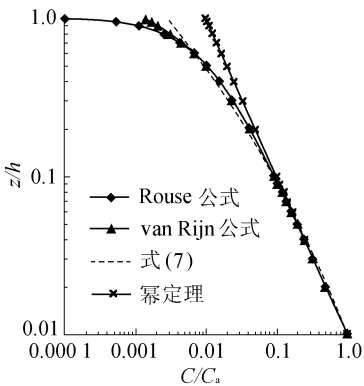


图 2 式(7)与 Rouse 公式、van Rijn 公式、幂定理的比较

Fig. 2 Comparison of Eq. (7) and Rouse equation, van Rijn equation, and power law

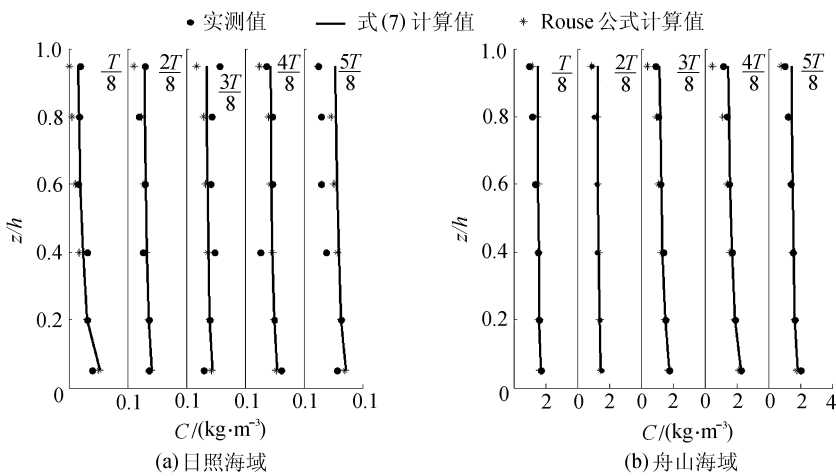


图 4 式(7)计算值与 Rouse 公式计算值及近岸海域实测值的比较(  $T$  为潮周期)

**Fig. 4 Comparison of Eq. (7) and Rouse equation, and observed data from near shore ( $T$  is tidal cycle)**

Rouse 公式在水表面处悬沙质量浓度为零的不合理性,计算值与 van Rijn 公式较接近,且形式较 van Rijn 公式更简洁,更便于进一步的积分计算。采用本文的流速公式和悬沙质量浓度公式推导出的悬沙输沙率公式能有效解决爱因斯坦方法积分难的问题,并且可以解决工程实际中由于资料不足(如只有表层含沙量)带来的困难。

参考文献:

[ 1 ] van RIJN L C. Principles of sediment transport in rivers, estuaries and coastal seas[M]. Den Haag:Aqua Publications, 1993.

[ 2 ] UMEYAMA M. Vertical distribution of suspended sediment in uniform open-channel flow[J]. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 1992, 118(6):936-941.

[ 3 ] WRIGHT S, PARKER G. Density stratification effects in sand-bed rivers[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2004, 130(8):783-795.

[ 4 ] HUANG Saihua, SUN Zhilin, XU Dan, et al. Vertical distribution of sediment concentration[J]. Journal of Zhejiang University:Science A, 2008,9(11):1560-1566.

[ 5 ] HUANG Huiming, WANG Yigang, WEN Yuncheng, et al. Vertical distribution of momentum exchange coefficient and sediment concentration in estuarine and coastal waters[J]. China Ocean Engineering, 2010, 24(4):677-692.

[ 6 ] 倪晋仁, 梁林. 水沙流中的泥沙悬浮( I ) [J]. 泥沙研究, 2000(1): 7-12. (NI Jinren, LIANG Lin. Particle suspension in sediment-laden flow( I ) [J]. Journal of Sediment Research Advances in Water Science, 2000(1): 7-12. (in Chinese))

[ 7 ] 韩其为, 陈绪坚, 薛晓春. 不平衡输沙含沙量垂线分布研究[J]. 水科学进展, 2010, 21(4): 512-523. (HAN Qiwei, CHEN Xujian, XUE Xiaochun. On the vertical distribution of sediment concentration in non-equilibrium transportation[J]. Advances in Water Science, 2010, 21(4): 512-523. (in Chinese))

[ 8 ] 董德信,李瑞杰,陈波,等. 垂向平均含沙量计算方法初探[J]. 水利水电科技进展,2011,31(4):65-68. (DONG Dexin, LI Ruijie, CHEN Bo, et al. Preliminary discussion about methods for calculation of vertical average suspended sediment concentration[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2011,31(4):65-68. (in Chinese))

[ 9 ] 莫磊,李瑞杰,李佳芮,等. 悬移质泥沙的垂线分布[J]. 河海大学学报:自然科学版,2013,41(1):90-94. (MO Lei, LI Ruijie, LI Jirui, et al. Research on vertical distribution of suspended sediment concentration[J]. Journal of Hohai University: Natural Sciences, 2013,41(1):90-94. (in Chinese))

[ 10 ] HEINLOO J, TOOMPUU A. A model of the vertical distribution of suspended sediment in the bottom layer of a natural water body[J]. Estonian Journal of Earth Sciences, 2010,59(3):238-245.

[ 11 ] SONG Zhiyao, YAN Yixin, HAO Jialing, et al. Study on the log-linear velocity profile of near-bed tidal current in estuarine and coastal waters[J]. China Ocean Engineering, 2006, 20(4): 573-584.

[ 12 ] SOULSBY R L. Dynamics of marine sands[M]. London:Thomas Telford, 1997.

[ 13 ] FANG Guohong, ICHIYE T. On the vertical structure of tidal currents in a homogeneous sea[J]. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 1983, 73(1): 65-82.

[ 14 ] LAURSEN E M. A sediment concentration distribution based on a revised Prandtl mixing length theory[ C ]//International Symposium on River Sedimentation. New York:Wiley-Interscience, 1980:237-244.