

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2016.03.003

求解拱坝极限荷载的增量弹性有限元迭代法

钱向东, 钮如嵩

(河海大学力学与材料学院, 江苏 南京 210098)

摘要: 为了克服弹性补偿法每一步计算量太大的问题, 结合弹塑性分析法和塑性极限分析法的优点, 提出求解复杂结构极限荷载的增量弹性有限元迭代法(IEFEIM)。该方法以荷载因子 β 为变量, 采用自适应增量调整技术, 迭代逼近满足平衡条件和屈服条件的最大荷载因子 $\beta_{\max}$ 。与弹塑性分析法相比, IEFEIM 只需材料的强度准则, 不需要材料屈服、破坏后的本构关系; 与塑性极限分析法相比, IEFEIM 只需增量定向搜索逼近荷载因子最大值, 无需开展大范围搜索的规划算法; 与弹性补偿法相比, 只需形成一次整体刚度矩阵, 无需每一步重新形成整体刚度矩阵, 可以有效地减少每次迭代的计算量。工程实例表明, IEFEIM 可以有效地求得高拱坝的极限荷载, 并可以给出临近极限状态时的结构性状。

关键词: 拱坝; 极限荷载; 增量弹性有限元迭代法; 拉西瓦水电站

中图分类号: TV642.4

文献标志码: A

文章编号: 1000-1980(2016)03-0203-06

Incremental elastic finite element iterative method for solution of ultimate load of arch dams

QIAN Xiangdong, NIU Rusong

(College of Mechanics and Materials, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: In order to avoid large amounts of computation with the elastic compensation method, the incremental elastic finite element iterative method (IEFEIM) is proposed for solution of the ultimate load of complex structures, based on the advantages of elastic-plastic analysis and plastic limit analysis. With the load factor β as a variable, and by using the self-adaptive increment adjustment technique, the maximum load factor $\beta_{\max}$ satisfying the equilibrium and yield conditions is obtained by iteration and approximation. In contrast to the elastic-plastic analysis method, the IEFEIM only requires the strength criterion of materials and does not require the constitutive relationship of materials after yielding and failure; in contrast to the plastic limit analysis method, the IEFEIM obtains the maximum load factor by directional search and approximation, without using the programming algorithm for large-scale search; and in contrast to the elastic compensation method, the IEFEIM generates the global stiffness matrix for only one time, without any need of generating the global stiffness matrix for each step, effectively decreasing the amount of computation in iterations. Practical application in engineering projects shows that the IEFEIM can obtain the ultimate load of high dams effectively and provide the structural characteristics close to the ultimate state.

Key words: arch dam; ultimate load; incremental elastic finite element iterative method; Laxiwa Arch Dam

极限荷载是结构承载能力的重要指标, 可用于复杂工程结构的整体安全度评价。求解结构极限荷载的方法一般有2种^[1]: 增量弹塑性分析法和塑性极限分析法。

增量弹塑性分析法的本质是追踪加载历史, 以增量形式施加荷载, 逐步逼近结构的极限状态。此方法可

收稿日期: 2015-08-16

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(11132003)

作者简介: 钱向东(1963—), 男, 江苏吴江人, 教授, 博士, 主要从事工程力学、水工结构工程研究。E-mail: xdaqing@hhu.edu.cn

以了解结构的塑性破坏过程,能够获得加载过程中结构的位移、应变、应力等信息,但必须严格知道结构的加载历史和材料的本构关系。

塑性极限分析法是一种简化的方法,假定材料为理想塑性材料,采用上、下限定理直接对结构的极限状态进行分析,将求解极限荷载的问题转化为一个有约束的数学规划问题。此方法不必考虑结构的加载历史,也无需材料的本构关系,对于简单的结构可以非常方便地求得结构的极限荷载。

为了避免复杂的弹塑性计算和大量的数学规划运算,Mackenzie等^[2]提出了一种简单高效的基于弹性迭代的数值方法,即降低模量法(reduced modulus method),并发展为弹性补偿法(elastic compensation method, ECM)^[3]和修正的弹性补偿法(MECM)^[4]。ECM法仅需要若干步弹性有限元迭代便可求得极限载荷,在每一次弹性有限元分析中,通过调整单元的弹性模量引起应力的重新分布,来模拟塑性失效行为。作为一种评价结构极限承载能力的方法,ECM在压力容器设计与安全评定中得到了广泛应用^[5-7]。

拱坝作为典型的三维复杂结构,其极限承载能力的估算一直是难题。一方面,由于混凝土及岩石类材料的力学性能、破坏形式、后继本构关系的复杂性,准确地模拟结构的破坏—失效过程显得非常困难^[8-11]。另一方面,由于结构的复杂性,采用有限元与数学规划相结合的极限分析方法^[12-15],变量数和约束条件数十分庞大,导致了超高维空间中数学规划的“维数障碍”问题,目前还难以克服。宋鹏等^[16]尝试采用弹性补偿法分析拱坝的极限荷载下限,通过承载比均匀度与基准承载比调整单元弹性模量的策略求解极限承载力系数,但所设定的基准荷载以及表达的名义应力并不能合理地反映拱坝的安全或失效性能。

尽管弹性补偿法不需要采用弹塑性本构关系,但每次迭代均需要重新形成一次整体刚度矩阵,求解一个新的弹性问题。迭代过程类似于牛顿法,对大规模问题仍然需要大量的计算时间。

为了克服弹性补偿法每一步计算量太大的情况,笔者拟结合增量弹塑性分析法和塑性极限分析法的优点,针对下限分析,构造一种只需要初始弹性刚度矩阵,通过增量定向搜索确定极限荷载因子近似值的迭代算法。

1 下限定理及其积分表达式

下限定理可叙述为:与静力容许场对应的外荷载不大于真实的极限荷载,即任意与静力容许场对应的外荷载是极限荷载的一个下限^[17]。因此,所有下限的最大值就是极限荷载。

设作用在结构上的体荷载为 p_i ,表面荷载为 $\bar{p}_i$,假定只有表面荷载为可变荷载,并按荷载因子 β 比例加载,即 $\bar{p}_i = \beta q_i$,则下限定理的数学表达式为

$$\max \beta \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sigma_{ij,j} + p_i = 0 & (\text{在 } V \text{ 内}) \\ \sigma_{ij} n_j = \beta q_i & (\text{在 } S_\sigma \text{ 上}) \\ f(\sigma_{ij}) \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中: σ_{ij} ——结构的应力张量; V ——结构体; S_σ ——结构的应力边界; n_j ——应力边界的方向余弦; $f(\sigma_{ij}) \leq 0$ ——屈服条件。

利用虚功率原理可以将平衡条件和应力边界条件表示为积分形式,则与式(1)(2)等价的下限定理的积分表达式为

$$\max \beta \quad (3)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \int_V \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dV - \int_V p_i \dot{u}_i dV - \beta \int_{S_\sigma} q_i \dot{u}_i dS = 0 & \forall \dot{u}_i \in \dot{U}^* \\ f(\sigma_{ij}) \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\dot{u}_i$ ——任意机动许可的位移速率; $\dot{U}^*$ ——机动场集合; $\dot{\varepsilon}_{ij}$ ——与 $\dot{u}_i$ 对应的应变速率。

2 下限分析的有限单元法

微分形式(式(1)(2))或积分形式(式(3)(4))所表示的下限定理实质上是一个约束最优化问题。对于复杂结构,难以直接求解,一般可采用有限元法对结构进行离散,建立数值型的约束最优化问题。由积分

形式的下限定理可导出下限分析的有限元格式:

$$\max \beta \quad (5)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \mathbf{E}\boldsymbol{\sigma} = \beta \mathbf{R}_q + \mathbf{R}_p \\ f_i(\boldsymbol{\sigma}_i) \leq 0 \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, N_F) \quad (6)$$

$$\text{其中 } \mathbf{R} \cup \mathbf{R}_{e,p} = \bigcup_e \int_{V_e} \mathbf{N}^T p dV \quad \mathbf{R}_q = \bigcup_e \mathbf{R}_{e,q} = \bigcup_e \int_{V_e} \mathbf{N}^T q dV$$

$$\mathbf{E} = \bigcup_e \mathbf{E}_e = \bigcup_e [W_1 | \mathbf{J}|_1 \mathbf{B}_1^T, \dots, W_i | \mathbf{J}|_i \mathbf{B}_i^T, \dots, W_{N_G} | \mathbf{J}|_{N_G} \mathbf{B}_{N_G}^T]$$

式中: $\mathbf{E}$ ——整体平衡矩阵,由各单元平衡矩阵 $\mathbf{E}_e$ 集合而成; $\boldsymbol{\sigma}$ ——全部 Gauss 点的应力向量; $\mathbf{R}_p$ 、 $\mathbf{R}_q$ ——与体荷载 p 、面荷载 q 等效的整体结点荷载向量,由单元结点荷载向量 $\mathbf{R}_{e,p}$ 、 $\mathbf{R}_{e,q}$ 集合而成; $\boldsymbol{\sigma}_i$ ——第 i 个 Gauss 点的应力向量; $N_F = N_G$ 、 N_E ——屈服条件的个数; N_G ——每个单元的 Gauss 点数; N_E ——离散系统的单元总数; $\mathbf{N}$ ——单元位移形函数矩阵; W_i 、 $|\mathbf{J}|_i$ 、 $\mathbf{B}_i$ ——单元 e 第 i 个 Gauss 点的权系数、Jacobi 行列式和几何矩阵。

式(5)(6)是一个以 β 和 $\boldsymbol{\sigma}$ 为自变量的约束最优化问题,可以采用线性或非线性规划法进行求解。求解时,为了降低求解空间的维数,常常把寻求与外荷载平衡的应力向量 $\boldsymbol{\sigma}$ 转变为寻求自平衡的应力向量 $\boldsymbol{\sigma}_s^{[1]}$ 。

设 $\boldsymbol{\sigma}_p$ 、 $\boldsymbol{\sigma}_q$ 分别为结构在不变荷载 $\mathbf{R}_p$ 、可变荷载 $\mathbf{R}_q$ 作用下的弹性应力,即满足 $\mathbf{E}\boldsymbol{\sigma}_p = \mathbf{R}_p$ 、 $\mathbf{E}\boldsymbol{\sigma}_q = \mathbf{R}_q$,则由 $\mathbf{E}$ 的线性性质可知,弹性应力 $\boldsymbol{\sigma}_E = \beta \boldsymbol{\sigma}_q + \boldsymbol{\sigma}_p$ 满足平衡条件:

$$\mathbf{E}\boldsymbol{\sigma}_E = \beta \mathbf{R}_q + \mathbf{R}_p \quad (7)$$

假定在荷载 $\beta \mathbf{R}_q + \mathbf{R}_p$ 作用下,结构的真实应力由弹性应力 $\boldsymbol{\sigma}_E = \beta \boldsymbol{\sigma}_q + \boldsymbol{\sigma}_p$ 和自平衡应力 $\boldsymbol{\sigma}_s$ 叠加而成,即 $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_E + \boldsymbol{\sigma}_s$,则约束最优化问题(式(5)(6))转换为

$$\max \beta \quad (8)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \mathbf{E}\boldsymbol{\sigma}_s = 0 \\ f_i(\beta \boldsymbol{\sigma}_{qi} + \boldsymbol{\sigma}_{pi} + \boldsymbol{\sigma}_{si}) \leq 0 \end{cases} \quad (i = 1, 2, \dots, N_F) \quad (9)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}_{qi}$ 、 $\boldsymbol{\sigma}_{pi}$ 、 $\boldsymbol{\sigma}_{si}$ ——可变荷载弹性应力、不变荷载弹性应力和自平衡应力场对应的第 i 个 Gauss 点的应力分量。

式(8)(9)是一个以 β 和 $\boldsymbol{\sigma}_s$ 为自变量的约束最优化问题,可以采用线性或非线性规划法进行求解。目前已有一系列成熟的线性和非线性规划算法^[1,18-21],但是大多数求解非线性规划问题的方法需要处理 Hessian 矩阵,且对某些屈服函数还存在奇异性。另外,对于复杂的三维结构由于离散系统未知量和约束条件数巨大,求解超高维空间中的数学规划问题存在所谓的“维数障碍”,且解的唯一性和收敛性也有待进一步探讨。

3 增量弹性迭代法

考虑到 β 既是问题的优化变量又是目标函数,对约束最优化问题式(8)(9)可以构造对 β 作一维增量搜索的迭代算法。从初始值 β^0 开始,以增量形式逐渐逼近最大值 $\beta_{\max}$ 。算法依据的原则如下:

a. 对任意的 $\beta > 0$,有 $\boldsymbol{\sigma}_E = \beta \boldsymbol{\sigma}_q + \boldsymbol{\sigma}_p$,如果存在一个自平衡应力向量 $\boldsymbol{\sigma}_s$,即 $\mathbf{E}\boldsymbol{\sigma}_s = 0$,且满足 $f_i(\beta \boldsymbol{\sigma}_{qi} + \boldsymbol{\sigma}_{pi} + \boldsymbol{\sigma}_{si}) \leq 0 (i = 1, 2, \dots, N_F)$,则 $\beta \boldsymbol{\sigma}_q + \boldsymbol{\sigma}_p + \boldsymbol{\sigma}_s$ 是一个静力许可应力场, β 是极限荷载因子的一个下限,且 $\beta \leq \beta_{\max}$ 。

b. 设 β 是极限荷载因子的一个下限,对给定的 $\Delta\beta > 0$,有 $\beta' = \beta + \Delta\beta$ 、 $\boldsymbol{\sigma}'_E = \beta' \boldsymbol{\sigma}_q + \boldsymbol{\sigma}_p$,如果 $f_i(\beta' \boldsymbol{\sigma}_{qi} + \boldsymbol{\sigma}_{pi} + \boldsymbol{\sigma}_{si}) > 0 (i = 1, 2, \dots, N_F)$,则 $\beta' > \beta_{\max}$ 。

增量弹性迭代法实施步骤如下:

- 给定允许误差 ε_β 、 ε_1 、 ε_2 ,取计算初值 $\beta^0 = 0$ 、 $\Delta\beta^0 = \alpha$ 、 $\boldsymbol{\sigma}_E^0 = \boldsymbol{\sigma}_p$ 、 $\boldsymbol{\sigma}_s^0 = 0$ 、 $\mathbf{R}_s^0 = 0$, $i = 1$ 。
- 若 $\Delta\beta^{i-1} < \varepsilon_\beta$,则 $\beta_{\max} = \beta^{i-1}$ 、 $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_E^{i-1} + \boldsymbol{\sigma}_s^{i-1}$,计算结束。
- $\beta^i = \beta^{i-1} + \Delta\beta^{i-1}$ 、 $\Delta\boldsymbol{\sigma}_E^{i-1} = \Delta\beta^{i-1} \boldsymbol{\sigma}_q$ 、 $\boldsymbol{\sigma}_E^i = \boldsymbol{\sigma}_E^{i-1}$ 。
- 如果满足 $f(\boldsymbol{\sigma}_E^{i-1} + \Delta\boldsymbol{\sigma}_E^{i-1}) \leq 0$,表示 $\beta^i \leq \beta_{\max}$,则 $\Delta\beta^i = \Delta\beta^{i-1}$ 、 $\boldsymbol{\sigma}_E^i = \boldsymbol{\sigma}_E^{i-1} + \Delta\boldsymbol{\sigma}_E^{i-1}$ 、 $i+1 \Rightarrow i$,返回 b;如果 $f(\boldsymbol{\sigma}_E^{i-1} + \Delta\boldsymbol{\sigma}_E^{i-1}) > 0$,表示 $\beta^i > \beta_{\max}$,迭代不会收敛,则 $\Delta\beta^{i-1} = \Delta\beta^{i-1}/2$ 、 $\boldsymbol{\sigma}_E^0 \Rightarrow \boldsymbol{\sigma}_E^{i-1}$,返回 b。
- $\xi_j = 0$,若 $f_j(\boldsymbol{\sigma}_{jE}^{i-1} + \Delta\boldsymbol{\sigma}_{jE}^{i-1}) > 0$,则计算 ξ_j ,使 $f_j(\boldsymbol{\sigma}_{jE}^{i-1} + \xi_j \Delta\boldsymbol{\sigma}_{jE}^{i-1}) = 0 (j = 1, 2, \dots, N_F)$ 。
- 计算 $\boldsymbol{\sigma}_s^i$,其中 $\boldsymbol{\sigma}_{js}^i = -(1 - \xi_j) \Delta\boldsymbol{\sigma}_{jE}^{i-1} (j = 1, 2, \dots, N_F)$ 。
- 计算 $\mathbf{R}_s = \mathbf{E}(\boldsymbol{\sigma}_s^i) = \sum_e \mathbf{C}_e^T \int_{V_e} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}_{js}^i dV$,其中 $\mathbf{C}_e$ 为单元选择矩阵。

h. 若 $\|R_s\|/\|R_q\| \leq \varepsilon_1$, 则 $\Delta\beta^i = \Delta\beta^{i-1}$ 、 $\sigma_E^i = \sigma_E^{i-1} + \Delta\sigma_E^{i-1} + \sigma_s^i$ 、 $i+1 \Rightarrow i$, 返回 b。

i. 若 $\|R_s - R_s^0\|/\|R_s\| \leq \varepsilon_2$, 则 $\Delta\beta^{i-1} = \Delta\beta^{i-1}/2$ 、 $\sigma_E^0 \Rightarrow \sigma_E^{i-1}$, 返回 b。

j. $\sigma_E^{i-1} + \Delta\sigma_E^{i-1} + \sigma_s^i \Rightarrow \sigma_E^{i-1}$ 。

k. 求解 $K_0 \Delta\delta = R_s$, 其中 K_0 为弹性刚度矩阵, $\Delta\delta$ 为由 R_s 引起的弹性位移增量; 计算 $\Delta\sigma_E$, 其中 $\Delta\sigma_{jE} = DB\Delta\delta_e (j=1, 2, \dots, N_F)$, 而 D 、 B 、 $\Delta\delta_e$ 分别为弹性矩阵、几何矩阵、单元位移增量, 然后 $R_s \Rightarrow R_s^0$ 、 $\Delta\sigma_E \Rightarrow \Delta\sigma_E^{i-1}$, 返回 d。

以上算法实际上就是在每一个 β 的增量步, 对违反不等式约束的应力, 采用非线性有限元计算中的应力转移迭代技术, 直至应力场 $\sigma^i = \sigma_E^i + \sigma_s^i$ 满足全部约束条件。因此, 也可称之为应力转移法。

计算中根据应力转移迭代的收敛情况, 采用自适应的步长(增量)调整技术, 当步长 $\Delta\beta < \varepsilon_\beta$ 时, 表明已接近极限状态, 即近似达到了 $\beta_{\max}$ 。由于与 $\beta_{\max}$ 对应的应力场满足全部约束条件, 因此 $\beta_{\max}$ 是极限荷载因子的一个下限。计算时一般可取 $\alpha = 0.6 \sim 1.0$, $\varepsilon_\beta = 0.05 \sim 0.5$, $\varepsilon_1 = 10^{-4} \sim 10^{-6}$ 和 $\varepsilon_2 = 10^{-2} \sim 10^{-4}$ 。

4 工程实例

以黄河拉西瓦水电站的混凝土拱坝为例进行计算分析。该拱坝为高 250 m、底宽 49 m 的对数螺旋式双曲拱坝。计算采用的有限元模型如图 1 所示, 其中模拟了 Hf4、Hf6、Hf7、Hf8、Hf10、F166、F164、F29、F172、F211、F201、F421、L145 等主要断层和软弱带。

计算采用的荷载组合为地应力+坝体自重+水压力(上游正常蓄水位 $\nabla 2542\text{m}$) + 泥沙压力($\nabla 2296\text{m}$) + 渗流+温升。坝体混凝土密度为 2.4 t/m^3 、弹性模量为 20000 MPa 、泊松比为 0.2 、热胀系数为 $0.00001\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ 。其他诸如水库运行参数、温度变化情况、岩体结构分布和材料参数等参见文献[22]。

计算时针对不同的材料分别采用不同形式的强度准则。对坝体混凝土采用 H-T-C 四参数准则^[23], 岩石采用 Drucker-Prager 准则, 建基面和断层采用修正的 Mohr-Coulomb 准则。相关强度参数见文献[22]。

根据拱坝的承载特点, 以上游水压力作为可按比例增长(超载)的可变荷载, 相应的有限元等效结点力为 βR_q , 这里将水压力超载系数作为荷载因子 β ; 地应力、自重、温度、渗流、泥沙等荷载均作为固定荷载, 相应的有限元等效结点力为 R_p 。

采用增量弹性有限元分析时, 取 $\alpha = 1.0$, 即 $\Delta\beta = 1.0$ 、 $\varepsilon_\beta = 0.5$ 、 $\varepsilon_1 = 10^{-5}$ 、 $\varepsilon_2 = 10^{-3}$ 。计算过程中当 $\beta = 7.0$ 时迭代不能收敛, 于是开始自动缩减增量步长 $\Delta\beta$, 直至 $\Delta\beta = 0.25$, 即 $\beta = 6.25$ 时迭代收敛, 由于此时 $\Delta\beta = 0.25$ 小于 $\varepsilon_\beta = 0.5$, 加载结束, 可获得水压力极限超载系数 $\beta_{\max} \approx 6.25$ 。此计算结果与文献[24]由数值分析和模型试验得出的结果相当吻合, 即水荷载超载系数为 $6.0 \sim 8.0$ 。

为了检验临近极限状态时坝体的破坏情况, 图 2 给出了 $\beta = 6.0$ 和 $\beta = 6.25$ 时拱坝上下游面的破坏情况。

5 结 语

a. 有限元下限极限分析法可以归结为一个约束最优化问题, 荷载因子 β 既是自变量又是目标函数, 可以利用问题的特殊性, 寻求有效的求解方法, 以克服大规模问题“维数障碍”。

b. 提出的增量弹性有限元迭代法(IEFEIM), 结合了增量弹塑性有限元和塑性极限分析两类方法的优点, 只需材料的强度准则, 不需要材料屈服、破坏后的本构关系; 只需增量定向搜索逼近荷载因子最大值, 无需开展大范围搜索的规划算法。

c. 与弹性补偿法(ECM)相比, IEFEM 只需形成一次整体刚度矩阵, 无需每一步重新形成整体刚度矩阵, 可以有效地减少每次迭代的计算量。

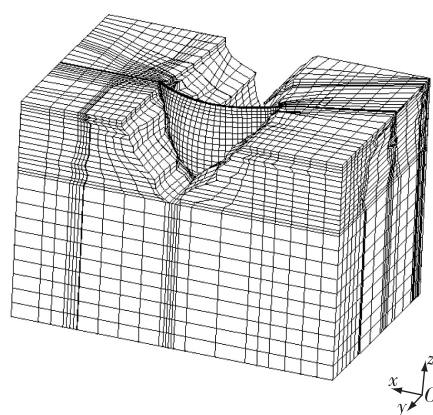
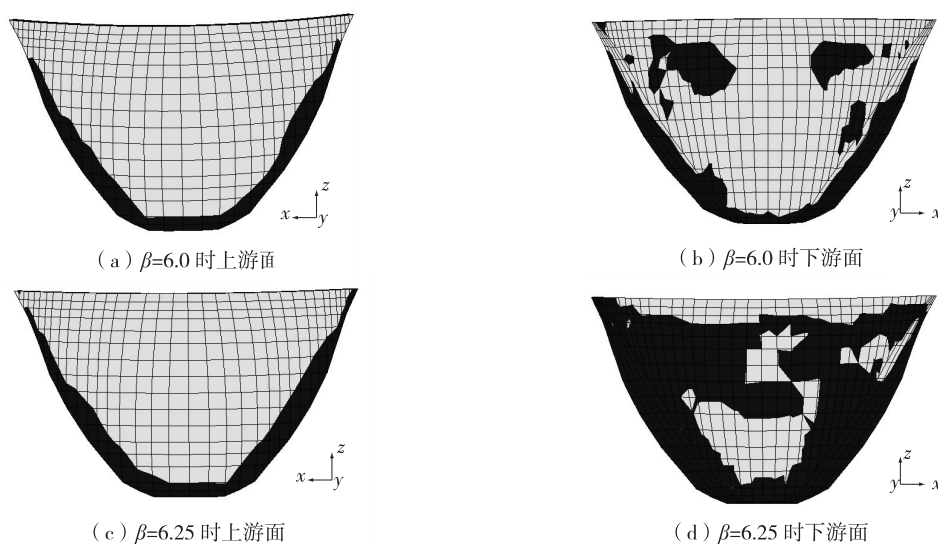


图1 拉西瓦拱坝三维有限元模型

Fig. 1 Three-dimensional finite element model for Laxiwa Arch Dam

图2 不同 β 时上下游面破坏区Fig. 2 Damaged areas on upstream and downstream faces of dam for different values of β

d. IEFEIM 的本质是常刚度迭代应力转移法,类似于增量弹塑性分析中的常刚度迭代法。转移应力的累加构成一个自平衡应力场。该方法具有简单、高效、易于程序实现等优点。

e. 工程实例的计算表明,该方法可以有效地求得高拱坝的极限荷载,可以给出临近极限状态时的结构性状。

参考文献:

- [1] 陈钢,刘应华.结构塑性极限与安定分析理论及工程方法[M].北京:科学出版社,2006.
- [2] MACKENZIE D, BOYLE J T. A method of estimating limit loads by iterative elastic analysis I: simple examples [J]. International Journal of Pressure Vessels & Piping, 1992, 53(1):77-95.
- [3] MACKENZIE D, SHI J, BOYLE J T. Finite element modeling for limit analysis by elastic compensation method [J]. Computer & Structure, 1994, 51(4):403-410.
- [4] 杨璞,刘应华,袁鸿雁,等.计算结构极限载荷的修正弹性补偿法[J].工程力学,2006,23(3):21-26. (YANG Pu, LIU Yinghua, YUAN Hongyan, et al. A modified elastic compensation method for the computation of limit loads[J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(3):21-26. (in Chinese))
- [5] PONTER A R S, CARTER K F. Limit state solutions based on linear elastic solutions with spatially varying elastic modulus [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1997, 140(3/4):237-258.
- [6] YANG P, LIU Y, OHTAKE Y, et al. Limit analysis based on a modified elastic compensation method for nozzle-to-cylinder junctions [J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2005, 82(10):770-776.
- [7] SIMHA C H M, ADIBI-ASL R. Lower bound limit load estimation using a linear elastic analysis [J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 2012, 134(2):1207-1216.
- [8] 洪晓林.拱坝坝体非线性分析与极限承载力的估算[D].南京:华东水利学院,1982.
- [9] 钱向东.有限单元法在拱坝设计计算中的应用[D].南京:河海大学,1990.
- [10] 傅作新,钱向东,郑雄.拱坝极限承载能力的分析方法研究[J].河海大学学报(自然科学版),1991,19(5):25-31. (FU Zuoxin, QIAN Xiangdong, ZHENG Xiong. Analysis method of ultimate bearing capacity for arch dam [J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 1991, 19(5):25-31. (in Chinese))
- [11] 杨强,程勇刚,赵亚楠,等.混凝土拱坝的极限分析[J].水利学报,2003,34(10):38-43. (YANG Qiang, CHENG Yonggang, ZHAO Yanan, et al. Limit analysis of concrete arch dam [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2003, 34(10):38-43. (in Chinese))
- [12] 李新民,王开治.拱坝极限承载力的一个计算方法[J].水利学报,1985,16(7):66-72. (LI Xinmin, WANG Kaizhi. A method for evaluating ultimate bearing capacity of arch dam [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1985, 16(7):66-72. (in Chinese))
- [13] 杨强,陈新,周维垣,等.推求拱坝极限承载力的一种有效算法[J].水利学报,2002,33(11):60-65. (YANG Qiang, CHEN

- Xin, ZHOU Weiyuan, et al. An effective method for evaluating ultimate bearing capacity of arch dam[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2002, 33(11): 60-65. (in Chinese)
- [14] 杨强, 程勇刚, 赵亚楠, 等. 基于非线性规划的极限分析方法及其应用[J]. 工程力学, 2004, 21(2): 15-19. (YANG Qiang, CHENG Yonggang, ZHAO Yanan, et al. Limit analysis method based on nonlinear programming and its application [J]. Engineering Mechanics, 2004, 21(2): 15-19. (in Chinese))
- [15] 王均星, 张优秀, 王汉辉. 高拱坝承载能力研究[J]. 武汉大学学报(工学版), 2004, 37(1): 27-32. (WANG Junxing, ZHANG Youxiu, WANG Hanhui. Research on load bearing capacity of high arch dam [J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2004, 37(1): 27-32. (in Chinese))
- [16] 宋鹏, 郑东健, 许焱鑫, 等. 基于弹性补偿法的拱坝极限承载力分析方法[J]. 水利水电科技进展, 2015, 35(6): 78-81. (SONG Peng, ZHENG Dongjian, XU Yanxin, et al. Analysis approach for ultimate bearing capacity of arch dams based on elastic compensation method [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2015, 35(6): 78-81. (in Chinese))
- [17] 徐秉业, 刘信声. 结构塑性极限分析[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1985.
- [18] SLOAN S W. Lower bound limit analysis using finite elements and linear programming[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1988, 12(1): 61-77.
- [19] LYAMIN A V, SLOAN S W. Lower bound limit analysis using non-linear programming[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2002, 55: 573-611.
- [20] KRABBENHOFT K, DAMKIDLE L. A general non-linear optimization algorithm for lower bound limit analysis[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2003, 56: 165-184.
- [21] 钱向东, 吴有奇, 林荔珊. 下限极限分析的子迭代路径跟踪内点算法[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2015, 43(3): 244-248. (QIAN Xiangdong, WU Youqi, LIN Lishan. Subiterative interior point path-following algorithm for lower bound limit analysis [J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2015, 43(3): 244-248. (in Chinese))
- [22] 钱向东, 黄河拉西瓦拱坝三维有限元分析与安全度评价[R]. 南京: 河海大学, 2003.
- [23] HSIEH S S, TING E C, CHEN W F. A plastic-fracture model for concrete [J]. International Journal of Solids and Structures, 1982, 18(3): 181-197.
- [24] 黄岩松, 周维垣, 杨若琼, 等. 拉西瓦拱坝稳定性分析和评价[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(5): 901-905. (HUANG Yansong, ZHOU Weiyuan, YANG Ruojiong, et al. Stability analysis and evaluation of Laxiwa Arch Dam [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(5): 901-905. (in Chinese))

· 简讯 ·

河海大学代表团参加中埃大学校长论坛与中国高等教育展

2016年3月26日,中埃大学校长论坛与中国高等教育展在埃及首都开罗举行,国务院副总理刘延东出席论坛闭幕式并致辞。河海大学党委书记朱拓率团参加本次论坛和教育展。

本次论坛由中国教育部主办,主题是“‘一带一路’与中埃人文交流”。期间,国务院副总理刘延东和埃及高教科研部部长希哈共同为中国高等教育展剪彩。在河海大学展台前,刘延东副总理向希哈部长介绍河海大学是一所有着百年办学历史、以水利为特色的高校。朱拓书记与希哈部长等官员以及来到学校展台的埃及学生做了交流,介绍了学校的办学特色与优势,并希望加强校际的合作,共同为“一带一路”建设和中埃人文交流做出积极贡献。

2016年是中埃建交60周年,举行中埃大学校长论坛和中国高等教育展,是中埃大学之间的一次全方位展示和深入交流。与会者就促进中埃教育交流与合作进行了广泛的讨论,提出了诸多建设性意见。

(本刊编辑部供稿)