

DOI:10.3876/j.issn.1000-1980.2016.04.001

复杂工况下土-结构体系的混合约束模态法

姜忻良^{1,2}, 张海顺^{1,2}

(1. 天津大学建筑工程学院, 天津 300072; 2. 滨海土木工程结构与安全教育部重点实验室(天津大学), 天津 300072)

摘要: 基于动态子结构法的原理, 提出了线性-非线性混合约束模态综合法, 对复杂工况下的二维地基土-箱型基础-上部剪力墙结构相互作用的非线性动力问题进行分析研究。复杂工况包含了一致黏弹性边界问题和基础与周边土体的高度非线性接触问题。依据土-结构相互作用体系存在局部非线性的特性, 将体系划分为若干个线性和非线性子结构。在动力时程分析中对所有非线性子结构利用自编二次开发程序逐步提取等效特性矩阵, 再与经势能判据截断准则减缩过的其他线性子结构组合后进行模态综合处理, 推导出含有接触关系的子结构方程与含有一致黏弹性边界的子结构方程, 最后形成复杂工况下含有各个子结构的模态综合方程。分析结果表明, 混合约束模态综合法与 ANSYS 直接计算法求得的位移、速度、加速度、水平剪力、弯矩、层间位移角动态响应时程曲线吻合良好, 证明线性-非线性混合约束模态综合法是求解复杂工况下的土-结构动力相互作用问题的有效可行方法。

关键词: 土-结构相互作用; 混合约束模态综合法; 一致黏弹性边界; 局部非线性; 弹塑性刚度矩阵; 基础与周边土体接触问题

中图分类号: TU317.1

文献标志码: A

文章编号: 1000-1980(2016)04-0283-08

Mixed constraint modal method for analysis of soil-structure system under complex conditions

JIANG Xinliang^{1,2}, ZHANG Haishun^{1,2}

(1. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. Key Laboratory of Coastal Civil Engineering Structure and Safety of Ministry of Education, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: Based on the principle of the dynamic substructure method, the mixed linear-nonlinear constraint modal method was proposed and applied to analysis of the two-dimensional nonlinear dynamic problem caused by the interactions between the foundation soil, box-type foundation, and upside shear wall structure under complex conditions. The complex conditions included the uniform viscoelastic boundary problem and the highly nonlinear contact problem between the foundation and surrounding soil. According to the local nonlinear feature of the soil-structure interactive system, the system was divided into several linear and nonlinear substructures. During the dynamic time history analysis, the self-compiled program based on second development was used to extract the equivalent characteristic matrices gradually for all the nonlinear substructures, which were combined with the linear substructures reduced by potential energy criterion-based truncation criterion. Then, synthesized modal processing was performed, and substructure equations considering the contact problem and involving the uniform viscoelastic boundary were deduced. Thus, a synthesized modal equation for each substructure was formed under the complex conditions. Results show that the dynamic response time history curves of the displacement, velocity, acceleration, horizontal shear force, bending moment, and interlayer displacement angle obtained by the mixed constraint modal

收稿日期: 2015-05-16

基金项目: 国家自然科学基金(51178308, 51278335)

作者简介: 姜忻良(1951—), 男, 浙江嘉兴人, 教授, 博士, 主要从事地下工程土与结构相互作用研究。E-mail: jiangxinliang@126.com

通信作者: 张海顺, 工程师。E-mail: zhangyibiao_0216@163.com

method agree with those obtained by the ANSYS method, demonstrating that the mixed linear-nonlinear constraint modal method is an effective and feasible method of solving the soil-structure dynamic interaction problem under the complex conditions.

Key words: soil-structure interaction; mixed constrained modal method; uniform viscoelastic boundary; local nonlinearity; elastic-plastic stiffness matrix; contact problem between foundation and surrounding soil

解决复杂工况下的土-基础-上部结构的非线性动力相互作用问题时,有限元法是一个强有力的工具,但其自由度庞大,直接算法求解类似相互作用问题往往收敛较慢^[1]。解决这类难题的途径,至关重要的一点是实现整体结构在保证计算精度的基础上,通过自由度的缩减来实现动力方程的降阶。

基于动态子结构法的基本原理,本文提出了线性-非线性混合约束模态综合法。该方法是动态子结构法中仅适用于线性问题的约束模态综合法在非线性问题上的应用扩展^[2]。混合约束模态综合法依据于土-结构相互作用模型存在局部非线性的特性,把整体结构划分为若干个线性和非线性子结构,对其中的线性子结构只需一步提取其特性矩阵,并利用势能判据截断准则^[3]进行方程降阶,而对于其他的非线性子结构则进行有限元程序二次程序开发来逐步地提取其等效特征矩阵^[4-5]。通过各个子结构的模态综合达到对整体结构特性方程的降阶处理,采用常规非线性方程求解方法即可得到体系的动力响应。在保证计算精度的前提下,大幅度地提高计算效率。

目前混合约束模态综合法的研究领域仅限于一般自由边界且无接触问题的简单土-结构相互作用问题的结构分析。对二维模型而言,一般自由边界即考虑土体底部固接、土体两侧为无约束的状态,并且基础两侧土体的宽度各为基础宽度的10倍左右。但是一般自由边界下的土体单元仍然有较大的土体单元,故考虑引入一致黏弹性边界将两侧土体宽度减缩至各为基础宽度的5倍^[6],使其土体单元自由度大幅度地缩减而提高计算效率,并且一致黏弹性边界能够模拟远域地基的弹性恢复性能,具有良好的鲁棒性和适用性。此外,基础与周边土体由于存在刚度的较大差异,在外部荷载作用下,基础与土体的交界面会产生侵入或分离的情况,这类接触问题在土-结构相互作用问题上应该是应该考虑的。

对于一致黏弹性边界问题和基础与周边土体接触问题的研究,目前的动态子结构法未涉足。本文将对上述2个复杂问题进行研究。

1 复杂工况下混合约束模态综合法公式推导

1.1 线性与非线性子结构划分方法

对于考虑上述2个问题的二维非线性土-基础-剪力墙结构模型,其子结构划分方法如图1所示。经多条地震波作用后分析,含有一致黏弹性边界且远离基础的地基土(子结构4,包括一致黏弹性边界单元)和刚度较大的箱型基础(子结构2)在全程分析中并未进入塑性阶段,均可划分为线性子结构。而上部剪力墙结构(子结构1)、基础周边的土体(子结构3)在大震作用下容易进入塑性状态,可划分为非线性子结构。将接触对中的目标面单元划入刚度相对较高的箱型基础线性子结构2内,而接触对中的接触面单元划入刚度相对较低的周边土体非线性子结构3内。值得注意的是图1所示的模型涉及土体的一致黏弹性边界问题、非线性子结构塑性土和线性子结构箱型基础之间的接触问题,需对其子结构的特性矩阵进行推导与处理。

1.2 常规非线性子结构的处理

根据已有科研成果^[2-5],对于常规非线性子结构1不做自由度的缩减,其刚度 $K^{(1)}$ 、质量 $M^{(1)}$ 、阻尼 $C^{(1)}$ 以及荷载矩阵 $f^{(1)}$ 可用二次开发程序在动力时程分析中的各个时刻逐步提取。非线性子结构1在物理坐标下的运动方程按照内部节点I和边界节点B的形式分块表示为

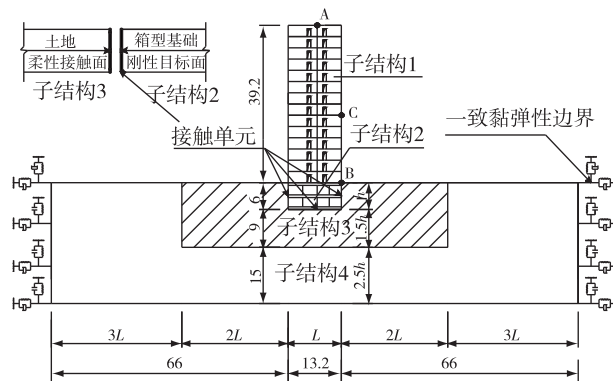


图1 二维模型子结构划分示意图(单位:m)

Fig. 1 Schematic diagram of substructure classification of two-dimensional analysis model (units: m)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{II}^{(1)} & \mathbf{M}_{IB}^{(1-2)} \\ \mathbf{M}_{BI}^{(1-2)} & \mathbf{M}_{BB}^{(1-2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_I^{(1)} \\ \ddot{\mathbf{u}}_B^{(1-2)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{II}^{(1)} & \mathbf{C}_{IB}^{(1-2)} \\ \mathbf{C}_{BI}^{(1-2)} & \mathbf{C}_{BB}^{(1-2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_I^{(1)} \\ \dot{\mathbf{u}}_B^{(1-2)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{II}^{(1)} & \mathbf{K}_{IB}^{(1-2)} \\ \mathbf{K}_{BI}^{(1-2)} & \mathbf{K}_{BB}^{(1-2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_I^{(1)} \\ \mathbf{u}_B^{(1-2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_I^{(1)} \\ \mathbf{f}_B^{(1-2)} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{M}_{II}^{(1)}$ 、 $\mathbf{M}_{IB}^{(1-2)}$ 、 $\mathbf{M}_{BI}^{(1-2)}$ 、 $\mathbf{M}_{BB}^{(1-2)}$ ——子结构 1 的分块质量矩阵; $\mathbf{C}_{II}^{(1)}$ 、 $\mathbf{C}_{IB}^{(1-2)}$ 、 $\mathbf{C}_{BI}^{(1-2)}$ 、 $\mathbf{C}_{BB}^{(1-2)}$ 、 $\mathbf{K}_{II}^{(1)}$ 、 $\mathbf{K}_{IB}^{(1-2)}$ 、 $\mathbf{K}_{BI}^{(1-2)}$ 、 $\mathbf{K}_{BB}^{(1-2)}$ ——分块阻尼矩阵和分块刚度矩阵; $\mathbf{u}_I^{(1)}$ 、 $\mathbf{u}_B^{(1-2)}$ ——子结构 1 的内部节点位移向量和与子结构 2 相交的边界节点在物理坐标下的位移向量; $\mathbf{f}_I^{(1)}$ 、 $\mathbf{f}_B^{(1-2)}$ ——作用于子结构 1 的地震外荷载和与子结构 2 相交的边界节点荷载(即下部基础对上部结构的作用力矩阵)。

1.3 一致黏弹性边界线性子结构的处理

一致黏弹性边界线性子结构 4 局部区域分析如图 2 所示。该子结构由 3 类节点组成: $\bullet$ 为一致黏弹性边界节点,分为固定约束节点和内部节点; $\blacksquare$ 为子结构 4 的内部节点; $\blacktriangle$ 为子结构 4 与子结构 3 交界的边界节点。当舍弃 $\bullet$ 中的固定约束节点,即相当于将相连的阻尼弹簧抗力 $\mathbf{f}_E^{(4)}$ 施加于如图 2 的一致黏弹性边界 $\bullet$ 中的内部节点上,则子结构只剩下 $\bullet$ 、 $\blacksquare$ 和 $\blacktriangle$ 3 类节点,进行下述分析时分别以代码 E、I、B 表示。

图 2 中 $\mathbf{f}_E^{(4)}$ 由弹簧恢复力和阻尼力组成:

$$\mathbf{f}_E^{(4)} = -\mathbf{K}_{cb}^{(4)} \mathbf{u}_E^{(4)} - \mathbf{C}_{cb}^{(4)} \dot{\mathbf{u}}_E^{(4)} \quad (2)$$

$\mathbf{K}_{cb}^{(4)}$ 由子结构 4 边界的切向弹簧刚度系数 $\mathbf{K}_t$ 和法向刚度系数 $\mathbf{K}_n$ 组成, $\mathbf{C}_{cb}^{(4)}$ 由子结构 4 边界的切向弹簧阻尼系数 $\mathbf{C}_t$ 和法向阻尼系数 $\mathbf{C}_n$ 组成,即

$$\mathbf{K}_{cb}^{(4)} = [\mathbf{K}_{t1} \ \mathbf{K}_{n1} \ \mathbf{K}_{t2} \ \mathbf{K}_{n2} \ \cdots \ \mathbf{K}_{tm} \ \mathbf{K}_{nm}]^T \quad (3)$$

$$\mathbf{C}_{cb}^{(4)} = [\mathbf{C}_{t1} \ \mathbf{C}_{n1} \ \mathbf{C}_{t2} \ \mathbf{C}_{n2} \ \cdots \ \mathbf{C}_{tm} \ \mathbf{C}_{nm}]^T \quad (4)$$

式中: m ——一致黏弹性阻尼弹簧边界的节点数。

同样根据已有科研成果^[3-6],当不考虑边界问题的线性子结构 4 的刚度 $\mathbf{K}^{(4)}$ 、质量 $\mathbf{M}^{(4)}$ 、阻尼 $\mathbf{C}^{(4)}$ 以及荷载矩阵 $\mathbf{f}^{(4)}$ 在动力时程分析中保持不变时,仅用一次开发程序提取上述矩阵。按照势能判据截断准则进行自由度的缩减,通过坐标变换将线性子结构 4 的动力方程由物理坐标转变为广义坐标,其相应变换后的矩阵分别为 $\bar{\mathbf{K}}^{(4)}$ 、 $\bar{\mathbf{M}}^{(4)}$ 、 $\bar{\mathbf{C}}^{(4)}$ 、 $\bar{\mathbf{f}}^{(4)}$,在广义坐标下的动力方程以分块矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \bar{\mathbf{M}}_{IB}^{(4-3)} \\ \bar{\mathbf{M}}_{BI}^{(4-3)} & \bar{\mathbf{M}}_{BB}^{(4-3)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_I^{(4)} \\ \ddot{\mathbf{q}}_B^{(4-3)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}}_{II}^{(4)} & \bar{\mathbf{C}}_{IB}^{(4-3)} \\ \bar{\mathbf{C}}_{BI}^{(4-3)} & \bar{\mathbf{C}}_{BB}^{(4-3)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_I^{(4)} \\ \dot{\mathbf{q}}_B^{(4-3)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A}_k^{(4)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{K}}_{BB}^{(4-3)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_I^{(4)} \\ \mathbf{q}_B^{(4-3)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{f}}_I^{(4)} \\ \bar{\mathbf{f}}_B^{(4-3)} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

其中 $\bar{\mathbf{f}}_B^{(4-3)} = (\mathbf{T}^{(4)})^T \mathbf{f}_B^{(4-3)}$ $\mathbf{A}_k^{(4)} = \text{diag}(\lambda_1^{(4)}, \lambda_2^{(4)}, \dots, \lambda_k^{(4)})$

式中: $\mathbf{q}_I^{(4)}$ 、 $\mathbf{q}_B^{(4-3)}$ ——子结构 4 的内部节点和与子结构 3 相交的边界节点在广义坐标上的位移向量; $\mathbf{A}_k^{(4)}$ ——子结构 4 的前 k 阶特征值; $\bar{\mathbf{f}}_I^{(4)}$ 、 $\bar{\mathbf{f}}_B^{(4-3)}$ ——子结构 4 的内部荷载和与子结构 3 相交的边界节点在广义坐标上的荷载; $\mathbf{T}^{(4)}$ ——子结构 4 从物理坐标转变为广义坐标的转换矩阵。

从图 2 中也可以看出,对一致黏弹性边界内部节点 E 施加阻尼弹簧抗力 $\mathbf{f}_E^{(4)}$ 与子结构边界节点 B 所受子结构间的作用力 $\mathbf{f}_B^{(4-3)}$ 有相似性,则一致黏弹性边界的子结构 4 参照式(5),在广义坐标上的动力方程以分块矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \bar{\mathbf{M}}_{IB}^{(4-3)} & \bar{\mathbf{M}}_{IE}^{(4)} \\ \bar{\mathbf{M}}_{BI}^{(4-3)} & \bar{\mathbf{M}}_{BB}^{(4-3)} & \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{M}}_{EI}^{(4)} & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{M}}_{EE}^{(4)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_I^{(4)} \\ \ddot{\mathbf{q}}_B^{(4-3)} \\ \ddot{\mathbf{q}}_E^{(4)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}}_{II}^{(4)} & \bar{\mathbf{C}}_{IB}^{(4-3)} & \bar{\mathbf{C}}_{IE}^{(4)} \\ \bar{\mathbf{C}}_{BI}^{(4-3)} & \bar{\mathbf{C}}_{BB}^{(4-3)} & \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{C}}_{EI}^{(4)} & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{C}}_{EE}^{(4)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_I^{(4)} \\ \dot{\mathbf{q}}_B^{(4-3)} \\ \dot{\mathbf{q}}_E^{(4)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A}_k^{(4)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{K}}_{BB}^{(4-3)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{K}}_{EE}^{(4)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_I^{(4)} \\ \mathbf{q}_B^{(4-3)} \\ \mathbf{q}_E^{(4)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{f}}_I^{(4)} \\ \bar{\mathbf{f}}_B^{(4-3)} \\ \bar{\mathbf{f}}_E^{(4)} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

其中 $\bar{\mathbf{f}}_E^{(4)} = (\mathbf{T}^{(4)})^T \mathbf{f}_E^{(4)} = -\bar{\mathbf{K}}_{cb}^{(4)} \mathbf{q}_E^{(4)} - \bar{\mathbf{C}}_{cb}^{(4)} \dot{\mathbf{q}}_E^{(4)}$

$$\bar{\mathbf{K}}_{cb}^{(4)} = (\mathbf{T}^{(4)})^T \mathbf{K}_{cb}^{(4)} \mathbf{T}^{(4)} \quad \bar{\mathbf{C}}_{cb}^{(4)} = (\mathbf{T}^{(4)})^T \mathbf{C}_{cb}^{(4)} \mathbf{T}^{(4)}$$

则一致黏弹性边界子结构 4 在广义坐标的运动方程为

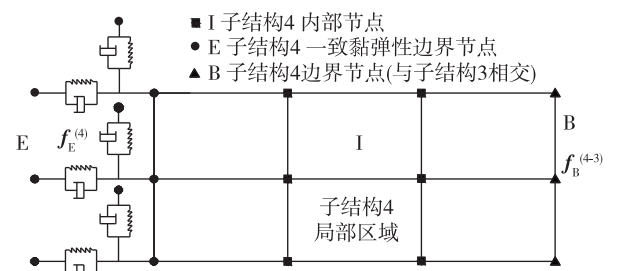


图 2 一致黏弹性边界的线性子结构示意图

Fig. 2 Schematic diagram of linear substructures with uniform viscoelastic boundary

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \bar{\mathbf{M}}_{IB}^{(4-3)} & \bar{\mathbf{M}}_{IE}^{(4)} \\ \bar{\mathbf{M}}_{BI}^{(4-3)} & \bar{\mathbf{M}}_{BB}^{(4-3)} & \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{M}}_{EI}^{(4)} & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{M}}_{EE}^{(4)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_I^{(4)} \\ \ddot{\mathbf{q}}_B^{(4-3)} \\ \ddot{\mathbf{q}}_E^{(4)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}}_{II}^{(4)} & \bar{\mathbf{C}}_{IB}^{(4-3)} & \bar{\mathbf{C}}_{IE}^{(4)} \\ \bar{\mathbf{C}}_{BI}^{(4-3)} & \bar{\mathbf{C}}_{BB}^{(4-3)} & \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{C}}_{EI}^{(4)} & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{C}}_{EE}^{(4)} + \bar{\mathbf{C}}_{cb}^{(4)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_I^{(4)} \\ \dot{\mathbf{q}}_B^{(4-3)} \\ \dot{\mathbf{q}}_E^{(4)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A}_k^{(4)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{K}}_{BB}^{(4-3)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{K}}_{EE}^{(4)} + \bar{\mathbf{K}}_{cb}^{(4)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_I^{(4)} \\ \mathbf{q}_B^{(4-3)} \\ \mathbf{q}_E^{(4)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{f}}_I^{(4)} \\ \bar{\mathbf{f}}_B^{(4-3)} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

式中: $\mathbf{q}_E^{(4)}$ ——子结构4一致黏弹性边界节点在广义坐标上的位移向量。

1.4 线性子结构和非线性子结构间的接触问题处理

子结构2与子结构3有接触关系,分析简图如图3所示(M_u 表示2个边界接触面的摩擦系数)。

动力方程分析是先以子结构2进行分析,经过坐标变换,未考虑接触关系的子结构2在广义坐标下动力方程为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \bar{\mathbf{M}}_{IB}^{(2-1)} & \bar{\mathbf{M}}_{IB}^{(2-3)} \\ \bar{\mathbf{M}}_{BI}^{(2-1)} & \bar{\mathbf{M}}_{BB}^{(2-1)} & \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{M}}_{BI}^{(2-3)} & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{M}}_{BB}^{(2-3)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_I^{(2)} \\ \ddot{\mathbf{q}}_B^{(2-1)} \\ \ddot{\mathbf{q}}_B^{(2-3)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}}_{II}^{(2)} & \bar{\mathbf{C}}_{IB}^{(2-1)} & \bar{\mathbf{C}}_{IB}^{(2-3)} \\ \bar{\mathbf{C}}_{BI}^{(2-1)} & \bar{\mathbf{C}}_{BB}^{(2-1)} & \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{C}}_{BI}^{(2-3)} & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{C}}_{BB}^{(2-3)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_I^{(2)} \\ \dot{\mathbf{q}}_B^{(2-1)} \\ \dot{\mathbf{q}}_B^{(2-3)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A}_k^{(2)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{K}}_{BB}^{(2-1)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{K}}_{BB}^{(2-3)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_I^{(2)} \\ \mathbf{q}_B^{(2-1)} \\ \mathbf{q}_B^{(2-3)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{f}}_I^{(2)} \\ \bar{\mathbf{f}}_B^{(2-1)} \\ \bar{\mathbf{f}}_B^{(2-3)} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

其中

$$\bar{\mathbf{f}}_B^{(2-1)} = (\mathbf{T}^{(2)})^T \mathbf{f}_B^{(2-1)}$$

式中: $\bar{\mathbf{f}}_B^{(2-1)}$ ——上部结构对子结构2在广义坐标下的作用力; $\mathbf{f}_B^{(2-1)}$ ——上部结构对子结构2在物理坐标下的作用力, $\mathbf{f}_B^{(2-1)}$ 与式(1)中的 $\mathbf{f}_B^{(1-2)}$ 为相互作用力,可以看出上部结构和地基基础存在相互作用。

同理,未考虑接触关系的子结构3在物理坐标下的动力方程如下:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{II}^{(3)} & \mathbf{M}_{IB}^{(3-2)} & \mathbf{M}_{IB}^{(3-4)} \\ \mathbf{M}_{BI}^{(3-2)} & \mathbf{M}_{BB}^{(3-2)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{BI}^{(3-4)} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{BB}^{(3-4)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_I^{(3)} \\ \ddot{\mathbf{u}}_B^{(3-2)} \\ \ddot{\mathbf{u}}_B^{(3-4)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{II}^{(3)} & \mathbf{C}_{IB}^{(3-2)} & \mathbf{C}_{IB}^{(3-4)} \\ \mathbf{C}_{BI}^{(3-2)} & \mathbf{C}_{BB}^{(3-2)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{BI}^{(3-4)} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{BB}^{(3-4)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_I^{(3)} \\ \dot{\mathbf{u}}_B^{(3-2)} \\ \dot{\mathbf{u}}_B^{(3-4)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{II}^{(3)} & \mathbf{K}_{IB}^{(3-2)} & \mathbf{K}_{IB}^{(3-4)} \\ \mathbf{K}_{BI}^{(3-2)} & \mathbf{K}_{BB}^{(3-2)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{BI}^{(3-4)} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{BB}^{(3-4)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_I^{(3)} \\ \mathbf{u}_B^{(3-2)} \\ \mathbf{u}_B^{(3-4)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_I^{(3)} \\ \mathbf{f}_B^{(3-2)} \\ \mathbf{f}_B^{(3-4)} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

图3中的 $\mathbf{f}_B^{(2-3)}$ 和 $\mathbf{f}_B^{(3-2)}$ 为子结构2与子结构3的一对接触荷载:

$$\mathbf{f}_B^{(2-3)} = -\mathbf{f}_B^{(3-2)} \quad (10)$$

通过虎克定律,该接触应力为

$$\mathbf{f}_B^{(3-2)} = \mathbf{K}_N (\mathbf{u}_B^{(2-3)} - \mathbf{u}_B^{(3-2)}) = \mathbf{K}_N (\mathbf{q}_B^{(2-3)} - \mathbf{u}_B^{(3-2)}) \quad (11)$$

而在式(8)中,公式右侧的广义接触力 $\bar{\mathbf{f}}_B^{(2-3)}$ 的计算公式为

$$\bar{\mathbf{f}}_B^{(2-3)} = (\mathbf{T}^{(2)})^T \mathbf{f}_B^{(2-3)} = -\bar{\mathbf{K}}_N (\mathbf{q}_B^{(2-3)} - \mathbf{u}_B^{(3-2)}) \quad (12)$$

其中

$$\bar{\mathbf{K}}_N = (\mathbf{T}^{(2)})^T \mathbf{K}_N$$

式中: $\mathbf{K}_N$ ——箱型基础与周围土体的接触刚度矩阵;

$\bar{\mathbf{K}}_N$ ——广义接触刚度矩阵。

将式(11)(12)分别代入式(8)(9)中,再分别增加一位移向量 $\mathbf{u}_B^{(3-2)}$ 和 $\mathbf{q}_B^{(2-3)}$ 进行变换,则式(8)(9)变为

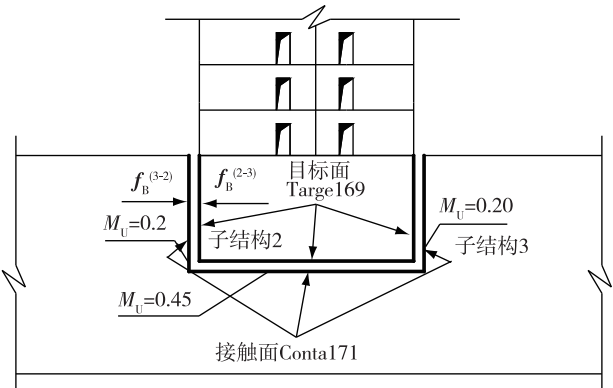


图3 接触关系分析示意图

Fig. 3 Schematic diagram for contact problem analysis

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \bar{\mathbf{M}}_{\text{IB}}^{(2-1)} & \bar{\mathbf{M}}_{\text{IB}}^{(2-3)} & \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{M}}_{\text{BI}}^{(2-1)} & \bar{\mathbf{M}}_{\text{BB}}^{(2-1)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{M}}_{\text{BI}}^{(2-3)} & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{M}}_{\text{BB}}^{(2-3)} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_1^{(2)} \\ \ddot{\mathbf{q}}_B^{(2-1)} \\ \ddot{\mathbf{q}}_B^{(2-3)} \\ \ddot{\mathbf{u}}_B^{(3-2)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}}_{\text{II}}^{(2)} & \bar{\mathbf{C}}_{\text{IB}}^{(2-1)} & \bar{\mathbf{C}}_{\text{IB}}^{(2-3)} & \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{C}}_{\text{BI}}^{(2-1)} & \bar{\mathbf{C}}_{\text{BB}}^{(2-1)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{C}}_{\text{BI}}^{(2-3)} & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{C}}_{\text{BB}}^{(2-3)} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_1^{(2)} \\ \dot{\mathbf{q}}_B^{(2-1)} \\ \dot{\mathbf{q}}_B^{(2-3)} \\ \dot{\mathbf{u}}_B^{(3-2)} \end{Bmatrix} + \\
\begin{bmatrix} \mathbf{A}_k^{(2)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{K}}_{\text{BB}}^{(2-1)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{K}}_{\text{BB}}^{(2-3)} + \bar{\mathbf{K}}_{\text{N}} & -\bar{\mathbf{K}}_{\text{N}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_1^{(2)} \\ \mathbf{q}_B^{(2-1)} \\ \mathbf{q}_B^{(2-3)} \\ \mathbf{u}_B^{(3-2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{f}}_1^{(2)} \\ \bar{\mathbf{f}}_B^{(2-1)} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\text{II}}^{(3)} & \mathbf{M}_{\text{IB}}^{(3-2)} & \mathbf{M}_{\text{IB}}^{(3-4)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{\text{BI}}^{(3-2)} & \mathbf{M}_{\text{BB}}^{(3-2)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{\text{BI}}^{(3-4)} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{\text{BB}}^{(3-4)} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_1^{(3)} \\ \ddot{\mathbf{u}}_B^{(3-2)} \\ \ddot{\mathbf{u}}_B^{(3-4)} \\ \ddot{\mathbf{q}}_B^{(2-3)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\text{II}}^{(3)} & \mathbf{C}_{\text{IB}}^{(3-2)} & \mathbf{C}_{\text{IB}}^{(3-4)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{\text{BI}}^{(3-2)} & \mathbf{C}_{\text{BB}}^{(3-2)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{\text{BI}}^{(3-4)} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{\text{BB}}^{(3-4)} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_1^{(3)} \\ \dot{\mathbf{u}}_B^{(3-2)} \\ \dot{\mathbf{u}}_B^{(3-4)} \\ \dot{\mathbf{q}}_B^{(2-3)} \end{Bmatrix} + \\
\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\text{II}}^{(3)} & \mathbf{K}_{\text{IB}}^{(3-2)} & \mathbf{K}_{\text{IB}}^{(3-4)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{\text{BI}}^{(3-2)} & \mathbf{K}_{\text{BB}}^{(3-2)} + \mathbf{K}_{\text{N}} & \mathbf{0} & -\mathbf{K}_{\text{N}} \\ \mathbf{K}_{\text{BI}}^{(3-4)} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{\text{BB}}^{(3-4)} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_1^{(3)} \\ \mathbf{u}_B^{(3-2)} \\ \mathbf{u}_B^{(3-4)} \\ \mathbf{q}_B^{(2-3)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_1^{(3)} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_B^{(3-4)} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

式(13)(14)分别为线性箱型基础子结构2和非线性周围土体子结构3在广义坐标和物理坐标下的动力方程。

1.5 各个子结构模态综合分析

根据图1,非线性子结构1、3和线性子结构2、4在对接界面上力和位移间的协调关系,进行对号入座矩阵组装,得到

$$\tilde{\mathbf{M}} \ddot{\mathbf{q}} + \tilde{\mathbf{C}} \dot{\mathbf{q}} + \tilde{\mathbf{K}} \mathbf{q} = \tilde{\mathbf{f}} \quad (15)$$

其中

$$\mathbf{q} = \{\mathbf{u}_1^{(1)} \quad \mathbf{q}_1^{(2)} \quad \mathbf{u}_1^{(4)} \quad \mathbf{q}_1^{(4)} \quad \mathbf{u}_B^{(1-2)} \quad \mathbf{q}_B^{(2-3)} \quad \mathbf{u}_B^{(3-2)} \quad \mathbf{u}_E^{(3-4)} \quad \mathbf{q}_E^{(4)}\}^T$$

式中: $\tilde{\mathbf{M}}$ 、 $\tilde{\mathbf{C}}$ 、 $\tilde{\mathbf{K}}$ 、 $\tilde{\mathbf{f}}$ ——整体结构的广义质量、阻尼、刚度和荷载矩阵。

通过二次坐标变化消除重复边界节点的影响即可利用非线性方程求解方法得到体系的动力响应。求得的位移响应中既包括线性子结构2、4在广义坐标下的位移解,也包括非线性子结构1、3在物理坐标下的位移解,通过回代,即可得到各子结构在物理坐标下表示的位移解。通过上述公式推导得知,线性-非线性混合约束模态综合法可以解决黏弹性边界问题和基础与周边土体的接触问题,扩大了混合约束模态综合法的应用范围。

2 复杂工况下混合约束模态综合法的应用

充分利用现有商业软件ANSYS的优势,将线性-非线性混合约束模态综合法应用于复杂工况下的土-结构相互作用结构体系动力时程分析。具体操作方法为对体系中的线性子结构依据自编二次开发程序提取其特性矩阵和荷载矩阵,然后利用势能判据截断准则进行模态截取。使线性子结构的动力方程由物理坐标转为广义坐标,从而使线性子结构的动力方程阶数大幅度地降低。体系中的非线性子结构首先依据分段等效线性化的处理手段逐步进行等效线性化处理^[7-10],然后再利用自编二次开发程序提取结构的等效特性矩阵和荷载矩阵^[11-12],与广义坐标下的线性子结构动力方程进行模态综合求解。该方法不仅可以在满足计算精度的情况下大幅度地降低参与动力方程计算的矩阵阶数,而且通过自编二次开发程序提取的结构等效特性矩阵,从而知晓结构刚度矩阵的变化趋势与降低程度。接下来对复杂工况下的二维地基土-箱型基础-高层剪力墙结构相互作用模型进行分析,并与有限元直接算法进行对比,论证该方法的可靠性和高效性。

2.1 地基土-箱型基础-剪力墙结构的模型参数

图1所示模型上部结构为14层混凝土剪力墙,层高为2.8 m,宽度为13.2 m,C30混凝土楼板厚度为

120 mm,剪力墙厚度为 200 mm。结构支撑在 C40 混凝土双层箱型基础上,层高 3.0 m,箱型基础各构件厚度为 0.5 m。下部地基土体为分层土,地质参数如表 1 所示,经计算属于 III 类场地,土体宽度沿基础两侧各取 5 倍的基础宽度,土体沿深度取至基岩并设为固定约束。剪力墙结构、箱型基础和土体均可采用二维平面单元 PLANE42 来模拟。剪力墙和箱型基础的阻尼比取 0.05,地基土的阻尼比取 0.2。上部结构采用 BKIN 双线性等向硬化模型,土体选用 DP 屈服准则的弹塑性本构模型。

表 1 地基土地质参数
Table 1 Geological parameters of foundation soil

编号	土层	厚度/ m	弹性模量/ MPa	泊松比	剪切波速/ (m·s ⁻¹)	黏聚力 /Pa	内摩擦角/ (°)	密度/ (kg·m ⁻³)
1	中砂	6.0	81.0	0.35	125	14 250	14.5	1 920
2	粉土	9.0	278.3	0.35	145	16 139	17.3	2 036
3	黏土	15.0	674.7	0.35	300	18 500	23.9	2 040
4	基岩				1 000			

2.2 一致黏弹性边界条件的施加

在整体结构模型中地基土两侧均设为一致黏弹性边界约束,设置法向和切向的 COMBIN14 弹簧阻尼单元模拟单轴的拉伸与压缩行为。一致黏弹性边界的力学参数如下:

$$K_n = \frac{2G}{r}L \quad C_n = \rho c_p L_0 \quad K_t = \frac{3G}{2r}L_0 \quad C_t = \rho c_s L_0 \tag{16}$$

其中
$$c_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\mu)}} \quad c_p = \sqrt{\frac{(1-\mu)E}{\rho(1+\mu)(1-2\mu)}}$$

式中:G——土体剪切模量;r——波源到边界节点的距离;L——边界节点所代表的长度;ρ——介质密度;c_p、c_s——纵波与横波的波速;E——土体弹性模量;μ——泊松比。

可以看出,结构和土体的材性和网格大小一旦确定,其纵波和横波的波速为定值,同时,由波速和其他确定参数所计算的一致黏弹性人工边界的法向和切向刚度和阻尼系数都已确认为定值,在非线形动力时程分析中一直保持恒定的刚度和阻尼,完全满足线性子结构分析要求。

2.3 箱型基础与周围土体的接触关系处理

箱型基础和周围土体之间的接触问题采用面-面接触对来考虑。如图 3 所示,接触对由目标单元 Conta171 和接触单元 Targe169 组成。Conta171 布置于刚性箱型基础接触边界,Targe169 布置于柔性土体接触边界,2 种单元在几何坐标位置上重合。定义接触对侧向和底部的库伦摩擦系数分别为 0.20 和 0.45。对于箱型基础与土体相交界中的侧面和底面均使用不同的实常数使程序便于识别。确保接触面的法向必须指向目标面,而目标面的法向也同样必须指向接触面。

2.4 结果分析

为验证混合约束模态综合法在复杂工况下的可行性,对图 1 所示模型进行天津波动力时程分析。图 4 显示下部土体塑性区变形云图,表现出局部非线性的特性,同时上部剪力墙结构的底层部分同样已经进入塑性阶段。接触状态云图显示,在地震波作用完毕时,上部剪力墙结构和下部基础二者有整体向右侧平移的趋势,导致箱型基础左侧与周围土体接触状态为分离的近场接触,接触压力和接触摩擦应力为 0,而箱型基础右侧与周围土体接触状态为黏结接触,其接触压力为正值。同时由于剪力墙和箱型基础惯性力的存在,导致二者有向左侧摆动的趋势,从而使下部箱型基础与周围土体接触状态分离后有逆时针转动且上拔的趋势。

此外,利用线性-非线性混合约束模态综合法与 ANSYS 有限元直接法在天津波作用下剪力墙结构顶端 A 点的 x 向位移、速度、加速度动力时程分析曲线进行对比,如图 5 所示。剪力墙基底 B 点的水平剪力和弯矩动力时程分析曲线对比如图 6 所示。剪力墙中部 C 点的最大层间位移角动力时程分析曲线比较如图 7 所示。

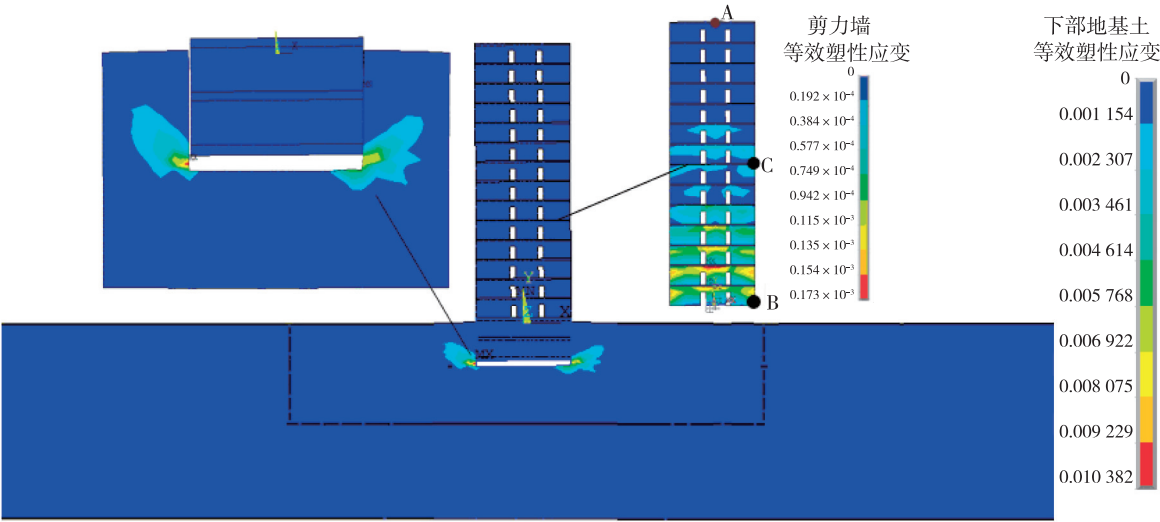


图 4 地震波作用下整体模型塑性区变形云图

Fig. 4 Nephograms for plastic zone deformation in integrated model under actions of seismic waves

从图 5~7 中可以看出,2 种方法在 A、B、C 这 3 点的各个时程曲线在弹性阶段内完全吻合,进入塑性阶段后也吻合很好,验证结果表明混合约束模态综合法可用于解决二维局部非线性的复杂工况下的土-结构相互作用问题。

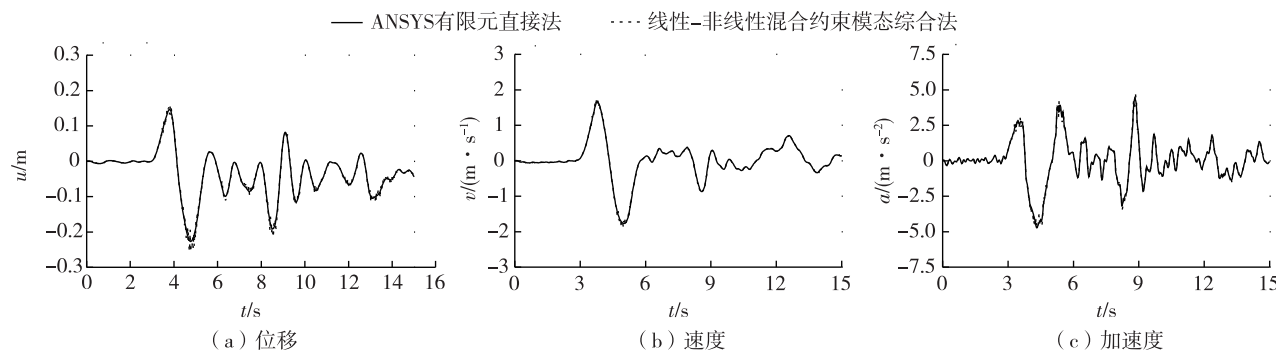


图 5 A 点 x 向位移 u 、速度 v 、加速度 a 时程曲线

Fig. 5 Time history curves of displacement u , velocity v , and acceleration a at point A

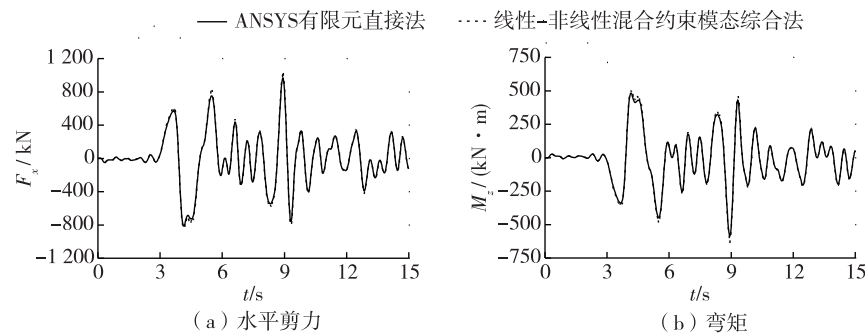


图 6 B 点水平剪力 F_x 、弯矩 M_z 时程曲线

Fig. 6 Time history curves of horizontal shear force F_x and bending moment M_z at point B

3 结 论

a. 基于本文二维有限元模型存在局部非线性的特点,利用线性-非线性混合约束模态综合法进行计算,并与有限元直接法进行分析比较。结果表明,采用该方法与有限元直接法所得到的响应曲线基本吻合。与有限元直接法相比,其计算成本大幅度降低,是求解土-结构动力相互作用问题的有效可行方法。

b. 在地基土边界引入一致黏弹性边界条件来模拟半无限域的土体,推导了带有一致黏弹性边界的子结构方程,证明了采用子结构方法同样能处理复杂的边界问题。

c. 通过选择合理的目标面单元和接触面单元、迭代计算接触刚度和设置摩擦系数,将高度非线性的接触问题引入混合约束模态法中。提出了箱型基础与周围土体接触关系的处理方法,推导出了箱型基础与周围土体具有接触关系的非线性与线性的模态综合方程,拓宽了混合约束模态综合法的应用领域。

参考文献:

- [1] 白建方. 复杂场地土层地震反应分析的并行有限元方法[D]. 上海: 同济大学, 2007.
- [2] 王菲. 地基土-高层建筑相互作用的动态子结构法[D]. 天津: 天津大学, 2010.
- [3] 姜忻良, 张海顺. 土-结构非线性相互作用混合约束模态实施方法[J]. 振动与冲击, 2015, 32(6): 52-56. (JIANG Xinliang, ZHANG Haishun. Mixed constraint modal method on nonlinear soil-structure interaction [J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 32(6): 52-56. (in Chinese))
- [4] 姜忻良, 张海顺. 动力时程分析中弹塑性刚度矩阵的提取方法[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2015, 48(4): 355-361. (JIANG Xinliang, ZHANG Haishun. Extraction method of elastic-plastic stiffness matrix in dynamic time history analysis [J]. Journal of Tianjin University (Science and Technology), 2015, 48(4): 355-361. (in Chinese))
- [5] 姜忻良, 张海顺. 二次开发程序提取弹塑性结构刚度矩阵方法及应用[J]. 地震工程与工程振动, 2014, 34(增刊1): 281-285. (JIANG Xinliang, ZHANG Haishun. Application of secondary development program to extract elastic-plastic structural stiffness matrix [J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2014, 34(Sup1): 281-285. (in Chinese))
- [6] 张国栋. 土与结构相互作用体系随机地震反应分析[D]. 武汉: 武汉大学, 2004.
- [7] 曲哲, 叶列平. 计算结构非线性地震峰值响应的等价线性化模型[J]. 工程力学, 2011, 28(10): 93-100. (QU Zhe, YE Lieping. An equivalent linear model to estimate maximum inelastic seismic responses of structural systems [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(10): 93-100. (in Chinese))
- [8] 李妍, 吴斌, 欧进萍. 弹塑性结构等效线性化方法的对比[J]. 研究工程抗震与加固改造, 2005, 27(1): 1-6. (LI Yan, WU Bin, OU Jinping. Comparison of equivalent linearization methods for inelastic structures [J]. Earthquake Resistant Engineering and Retrofitting, 2005, 27(1): 1-6. (in Chinese))
- [9] 何建涛, 马怀发, 张伯艳, 等. 黏弹性人工边界地震动输入方法及实现[J]. 水利学报, 2010, 41(8): 960-969. (HE Jiantao, MA Huaifa, ZHANG Boyan, et al. Method and realization of seismic motion input of viscous-spring boundary [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2010, 41(8): 960-969. (in Chinese))
- [10] 刘晶波, 杜义欣, 闫秋实. 黏弹性人工边界及地震动输入在通用有限元软件中的实现[J]. 防灾减灾工程学报, 2007, 27(增刊1): 37-42. (LIU Jingbo, DU Shanyi, YAN Qiushi. Implementation of general finite element software on viscoelastic artificial boundary and seismic wave input [J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2007, 27(Sup1): 37-42. (in Chinese))
- [11] 张令心, 石磊. 土-结构相互作用地震反应分析软件及其二次开发[J]. 地震工程与工程振动, 2006, 26(3): 225-227. (ZHANG Lingxin, SHI Lei. Software of seismic soil structure interaction analysis and its re-developing [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2006, 26(3): 225-227. (in Chinese))
- [12] 王一功, 杨佑发. 针对场地地震反应分析的 ANSYS 二次开发[J]. 地震工程与工程振动, 2004, 24(2): 42-45. (WANG Yigong, YANG Youfa. A secondary development of ANSYS for site earthquake response [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2004, 24(2): 42-45. (in Chinese))

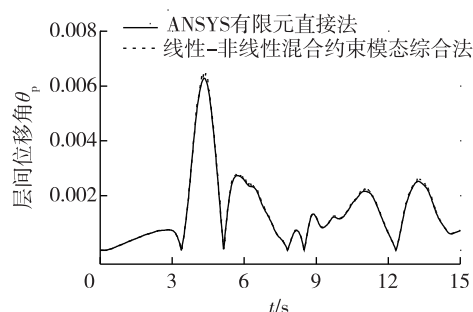


图7 C点层间位移角时程曲线

Fig. 7 Time history curve of interlayer displacement angle at point C